

ΙΟΝΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΚΑΙ ΟΠΤΙΚΟΑΚΟΥΣΤΙΚΩΝ
ΤΕΧΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΤΕΧΝΩΝ ΗΧΟΥ ΚΑΙ ΕΙΚΟΝΑΣ

Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων

Δημήτριος Τραπέρας

Διδακτορική Διατριβή

ΚΕΡΚΥΡΑ
ΜΑΡΤΙΟΣ 2019

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ τους γονείς μου και τον αδερφό μου που με στήριξαν όλα τα χρόνια της ζωής μου και μου πρόσφεραν επιστημονική και καλλιτεχνική μόρφωση.

Επίσης, ευχαριστώ την ζωγράφο Ελένη Γκοντού που μου δίδαξε την Τέχνη, την πόλη της Κέρκυρας που με δέχτηκε φιλόξενα και μου δίδαξε τον πολιτισμό της, το Ιόνιο Πανεπιστήμιο και την Σχολή Τεχνών Ήχου και Εικόνας που μου έδωσε την ευκαιρία να διευρύνω τους ορίζοντες μου, τους φίλους μου Αλέξανδρο Γεωργίου, Δρ. Κώστα Κατσάνο, Βαγγέλη Συμπόνη και Γεώργιο Οικονόμου που ο καθένας με τον τρόπο του βοήθησε ώστε η διατριβή αυτή να γίνει πραγματικότητα, τον φίλο μου Βαγγέλη Σακκά για τις συζητήσεις που κάναμε πάνω στον υπερχωρικό ήχο, τον φίλο μου νευρολόγο Δρ. Αριστείδη Κατσάνο για την βοήθειά του πάνω σε θέματα Ιατρικής και Νευροφυσιολογίας και την Ιωάννα Μπαδέμα για την βοήθειά της στις μεταφράσεις και στις διορθώσεις των κειμένων.

Τέλος, ευχαριστώ τα μέλη της τριμελούς Εισηγητικής Επιτροπής, τον Καθηγητή Ανδρέα Φλώρο, τον Αναπληρωτή Καθηγητή Κωνσταντίνο Τηλιγάδη και ιδιαίτερα τον Καθηγητή Νικόλαο Κανελλόπουλο που με στήριξε ως Επιβλέπων Καθηγητής στην διδακτορική μου έρευνα και πίστεψε πραγματικά στο ίδιο όνειρο, ότι θα μπορούσαμε να ανοίξουμε με τις αισθήσεις μας μια «πόρτα» στον κόσμο των Ανώτερων Διαστάσεων, στον Υπερχώρο.

Συνοπτική Περίληψη

Διερευνώνται οι ανώτερες διαστάσεις, που είναι γνωστές και ως «Υπερχώροι», και οι τρόποι προσέγγισής τους μέσω των αισθήσεων και υπό το πρίσμα της Τέχνης, της Τεχνολογίας και της Επιστήμης. Συγκεκριμένα, διερευνάται ο τρόπος με τον οποίο ο άνθρωπος διαμορφώνει την αντίληψη του τριδιάστατου χώρου με βάση τα δεδομένα που δέχονται τα αισθητήρια όργανα και την εγκεφαλική επεξεργασία τους. Αναλύουμε την έννοια της διάστασης τόσο στην οικεία της μορφή, όσο και στον χώρο της Επιστήμης, των Μαθηματικών και της Φυσικής, με έμφαση στις θεωρίες για υπαρκτούς και φανταστικούς κόσμους. Μελετάται η γεωμετρική προσέγγιση της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης μέσα από την μαθηματική λογική και εξετάζονται οι ιδιότητες απλών γεωμετρικών υπερ-στερεών. Εξετάζεται ιστορικά η αναζήτηση των ανωτέρων διαστάσεων και η διάδοση της θεωρίας της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης στο ευρύ κοινό μέσα από την Τέχνη και την Λογοτεχνία. Αναλύεται συνοπτικά η σχέση των υπερχώρων με την Σύγχρονη Τέχνη από τις αρχές του εικοστού αιώνα μέχρι τις μέρες μας. Έτσι οδηγούμαστε στο κύριο θέμα της παρούσας εργασίας: με αφορμή τους τρόπους προσέγγισης της υπερχωρικής αντίληψης διαφόρων καλλιτεχνών και επιστημόνων στο παρελθόν, είναι δυνατόν να την βελτιώσουμε εφαρμόζοντας, καταρχάς, σύγχρονη οπτικοακουστική τεχνολογία; Συγκεκριμένα, προτείνεται: (α) μία διαδραστική καλλιτεχνική εγκατάσταση για την προσέγγιση του Υπερχωρικού Ήχου, όπως τον περιέγραψε ο Varèse και ο Helmholtz και σε αντιστοίχιση με τα Βαρυτικά Κύματα, (β) μία επιστημονική προσέγγιση της διαισθητικής «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen και η σύνδεσή της με την Κβαντική Γεωμετρία της Θεωρίας των Χορδών που, μέσα από μία καλλιτεχνική προσέγγιση, οδηγεί σε ένα νέο κοσμολογικό μοντέλο και (γ) μία διαδραστική εφαρμογή οπτικοποίησης της Υπερσφαίρας που προκύπτει ως εξέλιξη της Μεθόδου των Χρωματιστών Κύβων του Hinton.

Λέξεις κλειδιά

Επιστήμη και Τέχνη, Υπερχώρος, Υπερκύβος, Υπερσφαίρα, Υπερχωρικός ήχος, Τέταρτη Χωρική Διάσταση, Varèse, Hinton, Johan Van Manen, Βαρυτικά κύματα, Κοσμολογικό Μοντέλο, Θεωρία Χορδών, Κβαντική Γεωμετρία.

Abstract

We investigate the higher dimensions, also known as “hyperspaces”, and the ways of approaching them by studying the capabilities of the human senses and from the perspective of Art, Technology and Science. In particular, we explore the way in which humans perceive the three-dimensional space based on the data acquired by the sensory organs and their processing of the brain. We analyze the concept of dimension both in its familiar form and in the field of Science, Mathematics and Physics, with emphasis on the theories of existential and imaginary worlds. The geometric approach of the fourth spatial dimension is studied through mathematical logic and the properties of simple geometric hyper-solids are examined. We also examine the history for the search of higher dimensions and the dissemination of the theory of the fourth spatial dimension to the general public via Art and Literature. The relationship between the hyperspaces and Modern and Contemporary Art is briefly analyzed from the beginning of the twentieth century to the present day. This leads to the main theme of our research: focusing on the ways different artists and scientists approached the hyperspatial perception, is it possible to improve this perception by employing, to start with, innovative audiovisual technology? In particular, we propose: (a) an interactive art installation for approaching the hypersound, with reference to the Varèse and Helmholtz description, but also in conjunction with gravitational waves, (b) an artistic approach to connect Johan Van Manen’s intuitive “hypersphere” with the Quantum Geometry of String Theory, which leads to a new cosmological model and (c) an interactive art installation visualization the hyperspace resulting from our evolution of the Hinton’s colored cubes method.

Keywords:

Art and Science, Hyperspace, Hypercube, Hypersphere, Hypersound, Fourth Spatial Dimension, Varèse, Hinton, Johan Van Manen, Gravitational waves, Cosmological model, String Theory, Quantum Geometry.

Περίληψη

Εξετάζεται κατά πόσο είναι δυνατή η προσέγγιση των ανωτέρων χωρικών διαστάσεων μέσα από τις αισθήσεις μας, αλλά κυρίως μέσα από την επεξεργασία των ερεθισμάτων των αισθητηρίων οργάνων στον εγκέφαλο. Με λογικούς συλλογισμούς, που βασίζονται σε επιστημονικά δεδομένα, προσεγγίζεται μέσα από διαδραστικές εφαρμογές η εμπειρία της καταρχάς οπτικοακουστικής αντίληψης της τέταρτης χωρικής διάστασης.

Η διατριβή χωρίζεται σε τέσσερα Τμήματα:

ΤΜΗΜΑ Α: ΕΙΣΑΓΩΓΗ.

Κεφάλαιο 1: Ερευνητικό πλαίσιο.

ΤΜΗΜΑ Β: ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗ.

Κεφάλαιο 2: Οικείες διαστάσεις,

Κεφάλαιο 3: Υπερ-διαστάσεις,

Κεφάλαιο 4: Ιστορική εξέλιξη της έννοιας των υπερχώρων στην Επιστήμη και στην Τέχνη.

ΤΜΗΜΑ Γ: ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΙ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΤΙΛΗΨΗΣ ΥΠΕΡΧΩΡΩΝ.

Κεφάλαιο 5: Δημιουργία ηχητικού υπερχώρου,

Κεφάλαιο 6: Καλλιτεχνική διαδραστική εφαρμογή ενός προτεινόμενου κοσμολογικού μοντέλου: Ανακαλύπτοντας την σχέση της Θεωρίας των Χορδών με την «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen,

Κεφάλαιο 7: Δημιουργία διαδραστικής εφαρμογής απεικόνισης της Υπερσφαίρας με την μέθοδο του Hinton.

ΤΜΗΜΑ Δ: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ.

Κεφάλαιο 8: Συμπεράσματα,

Κεφάλαιο 9: Μελλοντική έρευνα.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ - ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ.

Συγκεκριμένα:

Στο **Τμήμα Α, Κεφάλαιο 1**, διατυπώνεται:

- το Αντικείμενο της έρευνας: **Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων.**
- το Πεδίο της έρευνας: Ερευνούμε ιστορικά τον τρόπο προσέγγισης των υπερχώρων από επιστήμονες καθώς και την διαισθητική ματιά καλλιτεχνών, φιλοσόφων και θρησκευτών πάνω στο θέμα, ενώ με τη βοήθεια της Φυσικής, των Μαθηματικών και της

Νευροεπιστήμης εξετάζουμε κατά πόσο είναι δυνατή η αντίληψη της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης με χρήση σύγχρονης οπτικοακουστικής τεχνολογίας.

- οι Στόχοι της έρευνας: Στοχεύουμε να προσεγγίσουμε την οπτικοακουστική αντίληψη των ανώτερων διαστάσεων μέσα από την δημιουργία διαδραστικών καλλιτεχνικών εγκαταστάσεων.
- η Μεθοδολογία της έρευνας: Μέσα από βιβλιογραφική και διαδικτυακή έρευνα αναλύεται η έννοια της διάστασης και ο τρόπος που αντιλαμβάνεται ο άνθρωπος τον οικείο του χώρο, αναπτύσσεται το απαιτούμενο μαθηματικό υπόβαθρο ώστε να υπάρχει κάποια αντίληψη των βασικών αρχών που χαρακτηρίζουν την υπερχωρική «οπτική», γίνεται σύντομη ιστορική αναδρομή της προσπάθειας προσέγγισης των υπερχώρων και αναζητούμε τρόπους προσέγγισης τους από καλλιτέχνες και επιστήμονες. Με βάση την παραπάνω έρευνα προτείνουμε μεθόδους προσέγγισης των υπερχώρων με την βοήθεια διαδραστικών οπτικοακουστικών καλλιτεχνικών εγκαταστάσεων.

Στο **Τμήμα Β, Κεφάλαιο 2** ασχολούμαστε με τον τριδιάστατο Γεωμετρικό Χώρο, τον Αντίληπτικό Χώρο, δηλαδή τον τρόπο αντίληψης των διαστάσεων, καθώς και τον Ψυχολογικό Χώρο.

Αρχικά ορίζεται η έννοια της διάστασης με βάση τις επιστήμες των Μαθηματικών και της Φυσικής και αναλύονται οι οικείες χωροχρονικές διαστάσεις με βάση την Κλασική και την Σχετικιστική Φυσική.

Αναλύεται ο τρόπος που σχηματίζεται η αντίληψη του τριδιάστατου χώρου από τα ερεθίσματα των υποδοχέων των οπτικοακουστικών αισθητηρίων οργάνων και τον τρόπο επεξεργασίας του αντίστοιχου κέντρου του εγκεφάλου.

Ο Οπτικός Χώρος δημιουργείται αρχικά με τον εγκλωβισμό του φωτός που ανακλάται ή παράγεται από τον περιβάλλοντα χώρο, από το αισθητήριο όργανο της όρασης, τον οφθαλμό (μάτι). Μελετάται η φυσιολογία του ματιού και η μεταβίβαση της πληροφορίας μέσω των πολλαπλών οπτικών οδών στα κέντρα του εγκεφάλου. Παρουσιάζεται η εξήγηση της οπτικής αντίληψης της Σχολής Gestalt, που αποδεικνύει ότι η αντίληψη του χώρου οφείλεται κυρίως στην ικανότητα του εγκεφάλου να αναλύει και να συνδυάζει τα ερεθίσματα με βάση δεδομένα που έχει αποκτήσει από την εμπειρία, ώστε να διαμορφώσει μια αίσθηση του περιβάλλοντος, χωρίς να είναι απαραίτητα πλήρης ή ακόμη και αληθινή. Ένα αντικείμενο αναγνωρίζεται με βάση κάποιες αρχές αντίληψης που αφορούν το σχέδιο, το σχήμα, το χρώμα, την απόσταση και την κίνησή του μέσα στο οπτικό πεδίο. Η αίσθηση του βάθους προκύπτει μέσα από τον νόμο

της απλότητας, της αλληλοεπικάλυψης των μορφών, της διαφάνειας των σχημάτων, της αλληλεπίδρασης του χρώματος και της φωτεινότητας των σχημάτων των επικαλυπτόμενων περιοχών, της οικειότητας των σχημάτων, των παραμορφώσεων που δημιουργεί η κλίση, την σταθερότητα του μεγέθους και του σχήματος του αντικειμένου, την σκίαση, την ατμοσφαιρική προοπτική καθώς και τις φυσιολογικές ενδείξεις, δηλαδή την διοφθάλμια όραση και την κιναισθητική αντίληψη.

Ο Ακουστικός Χώρος εντοπίζεται αρχικά από τις ταλαντώσεις που δημιουργούν τα ηχητικά κύματα στους ακουστικούς ανιχνευτές του αισθητηρίου οργάνου της ακοής, δηλαδή του αυτιού. Περιγράφεται το περιφερειακό ακουστικό σύστημα και τον τρόπο που ενισχύει, αναλύει και μεταβιβάζει το ερέθισμα στο αντίστοιχο κέντρο του εγκεφάλου. Η αντίληψη του Ακουστικού Χώρου οφείλεται στην χρονική καθυστέρηση του ήχου όταν διατρέχει την απόσταση μεταξύ των δύο αυτιών, στην διαφορετική ένταση του ήχου που οφείλεται στη θέση του κεφαλιού αλλά, κυρίως, στις διαφορετικές γωνίες που φτάνουν τα κύματα του ήχου πάνω στους ακουστικούς πόρους. Ο εγκέφαλος που επεξεργάζεται τις πληροφορίες αυτές μπορεί να συμβάλλει με άλλες δυνατότητες όπως, για παράδειγμα, την ικανότητα να επικεντρώνεται σε μια μόνο ηχητική πληροφορία.

Στην συνέχεια, εξετάζεται η αντίληψη του άμεσου (κοντινού) χώρου μέσα από την αίσθηση της αφής, δηλαδή από τα αισθητήρια στοιχεία που υπάρχουν στο δέρμα.

Εξετάζεται η κινητική αίσθηση του σώματος και τα ερεθίσματα που παρέχουν τα απτικά αισθητήρια όργανα στις αρθρώσεις μας, που μας διαμορφώνουν την επίγνωση της θέσης του σώματος μέσα στον χώρο και, συνεπώς, την ελεγχόμενη κίνησή μας μέσα σε αυτόν.

Τέλος, εξετάζεται ο Οσφρητικός Χώρος που μέσα από την ένταση της οσμής μπορούμε να αντιληφθούμε τις αντίστοιχες πηγές στο χώρο.

Στο **Κεφάλαιο 3** ασχολούμαστε με τις υπερ-διαστάσεις, δηλαδή με τους υπερχώρους (διαστάσεις ανώτερες της τρίτης χωρικής διάστασης) καθώς και τους υπερχρόνους (διαστάσεις χρόνου διαφορετικές από τον οικείο χρόνο).

Γίνεται μια μαθηματική περιγραφή της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης μελετώντας τις ιδιότητες του Υπερκύβου και της Υπερσφαίρας, όπως προκύπτουν με βάση την επαγωγική μέθοδο, ανάγοντας τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αντίστοιχα σχήματα μικρότερων διαστάσεων.

Εξετάζονται οι δυνατοί τρόποι αντίληψης του Τετραδιάστατου Χώρου με την προβολή, την διέλευση και την ανάπτυξη ενός υπερ-στερεού στον Τριδιάστατο Χώρο. Με την βοήθεια της επιστήμης των Μαθηματικών και της Φυσικής είναι δυνατόν να περιγραφούν κάποιες ιδιαιτερότητες των ανωτέρων διαστάσεων που τις διαχωρίζουν από τον οικείο μας Τριδιάστατο Χώρο, όπως η αδυναμία δημιουργίας κόμπων, η μη διάκριση αριστερού και δεξιού, η δημιουργία παραμόρφωσης και η αυξημένη μείωση της έντασης κατά την διάδοση των κυμάτων.

Διατυπώνονται ακόμη θεωρίες της Φυσικής για υπερ-διαστάσεις, όπως οι μορφοκλασματικές διαστάσεις στην Θεωρία του Χάους, οι διαστάσεις Hilbert στην Κβαντομηχανική, η φερμιονικές διαστάσεις στην Υπερσυμμετρία, η Θεωρίες των Χορδών, αλλά και θεωρίες για υπερχρονικές διαστάσεις.

Εξετάζεται η δυνατότητα αντίληψης των ανώτερων διαστάσεων από τον ανθρώπινο εγκέφαλο. Με βάση επιστημονικές μελέτες αποδεικνύεται ότι ο εγκέφαλος εμπεριέχει μέσα στις συνάψεις των νευρώνων του γεωμετρικές δομές μέχρι και έντεκα διαστάσεων, ενώ έχει την ικανότητα να επιλέγει την βέλτιστη διαδρομή σε χώρους τουλάχιστον τεσσάρων χωρικών διαστάσεων.

Ως ενδείξεις που αναφέρονται για την ύπαρξη των υπερχώρων είναι η απόκλιση της τιμής του π και η προσπάθεια για την δημιουργία μαύρων τρυπών στον επιταχυντή του CERN, η συμμετρία που αποκτούν οι ημι-κρύσταλλοι σε ανώτερες χωρικές διαστάσεις και οι διάφορες θεωρίες της Φυσικής, όπως του πολυ-σύμπαντος, των παραλλήλων συμπάντων, των εξελισσόμενων διαστάσεων και η ερμηνεία της μεταπήδησης στο Κβαντικό Φαινόμενο Σήραγγας.

Στο **Κεφάλαιο 4** γίνεται αναφορά, με χρονολογική σειρά, των σπουδαιότερων σταθμών στην ιστορία των υπερχώρων στους τομείς της Επιστήμης και της Τέχνης.

Με επιφύλαξη, η πρώτη αναφορά των ανωτέρων διαστάσεων μπορεί να τοποθετηθεί στην αρχαία Ελλάδα και στον Πλάτωνα με την αλληγορία του «Σπηλαίου» του. Με την ανάπτυξη της επιστήμης των Μαθηματικών και κυρίως της Τοπολογίας, κυρίως από τον 19^ο αιώνα και μετά, εξετάστηκαν οι ιδιότητες υπερστερεών, όπως του Υπερκύβου και της Υπερσφαίρας, καθώς και τρόποι αλληλεπίδρασης του Υπερχώρου με τον οικείο Τριδιάστατο Χώρο με κύριους εκπροσώπους τον Henri Poincaré, τον Charles Hinton και τον Claude Bragdon.

Η Τέταρτη Χωρική Διάσταση έγινε δημοφιλής στο χώρο της λογοτεχνίας κυρίως από το βιβλίο του Edwin Abbot *Flatland* και από τα βιβλία του H. G. Wells. Στο χώρο της ζωγραφικής έγιναν προσπάθειες απεικόνισης της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης αρχικά από τους κυβιστές, που ήρθαν σε επαφή με τις θεωρίες των υπερχώρων μέσω του Princet, και από Ρώσους καλλιτέχνες, που επηρεάστηκαν από τα βιβλία Θεοδοσίας της H. Blavatsky και του P. Ouspensky.

Η επιστήμη της Φυσικής υπήρξε αιτία εξέλιξης αλλά και τροχοπέδης στην έννοια των χωρικών διαστάσεων κυρίως από το τέλος του 19^{ου} αιώνα. Οι ανακαλύψεις του ηλεκτρονίου, των ακτινών-X, των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, δηλαδή του μη-ορατού κόσμου, αλλά κυρίως η θεωρία ύπαρξης του Αιθέρα, υπήρξε πηγή έμπνευσης επιστημόνων για ερμηνεία φαινομένων αλλά και συγγραφέων και καλλιτεχνών που διέδωσαν την θεωρία της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης σε Ευρώπη και Αμερική. Η διατύπωση όμως των Θεωριών της Σχετικότητας στις αρχές του 20^{ου} αιώνα από τον Albert Einstein, που ερχόταν σε αντίθεση με την ύπαρξη ανωτέρων χωρικών διαστάσεων, μείωσε το γενικό ενδιαφέρον. Μεμονωμένες αλλά σημαντικές προσπάθειες κατά την διάρκεια του 20^{ου} αιώνα οδήγησαν ξανά στο προσκήνιο τους υπερχώρους στα τέλη του αιώνα κυρίως με την Θεωρία των Χορδών, μια υποσχόμενη «Θεωρία των Πάντων», που εξηγεί την ύπαρξη του δικού μας Σύμπαντος, και όχι μόνο, με την ταλάντωση χορδών σε έντεκα διαστάσεις.

Στο Τμήμα Γ της διατριβής παρουσιάζουμε τρεις τρόπους οπτικοακουστικής αντίληψης των υπερχώρων με την βοήθεια τεσσάρων καλλιτεχνικών διαδραστικών εφαρμογών - εγκαταστάσεων.

Συγκεκριμένα, στο **Κεφάλαιο 5** παρουσιάζεται η πρόταση μιας διαδραστικής εγκατάστασης προσομοίωσης του Υπερχωρικού Ακουστικού Οργάνου. Η μέθοδος αυτή, της αντίληψης του Υπερχωρικού Ήχου, βασίστηκε στους εξής τρεις συλλογισμούς:

1. Η σύγκριση της μονοδιάστατης γραμμικότητας του ήχου με τον διδιάστατο χαρακτήρα της γραφής μας οδηγεί στην λογική υπόθεση ότι αν ο ήχος αποκτήσει χαρακτήρα γραφής τότε μπορεί να θεωρηθεί ως υπερχωρικός. Αντιμετωπίζουμε, δηλαδή, τον ήχο ως χωρικό φαινόμενο που μπορεί να αντιστοιχίζεται σε σημεία του χώρου αφαιρώντας την χρονική του διάσταση.
2. Ο ήχος ως χωρικό φαινόμενο έχει πολλά κοινά στοιχεία με τις «Ηχητικές Μάζες», τις οποίες περιέγραψαν καλλιτέχνες, όπως ο Varèse, και επιστήμονες, όπως ο Helmholtz, στην προσπάθεια τους να προσεγγίσουν τον Υπερχωρικό Ήχο.

3. Η περιγραφή του Υπερχωρικού Ακουστικού Οργάνου είναι δυνατή με την εφαρμογή της επαγωγικής μεθόδου στην δομή και στην λειτουργία του δικού μας αυτιού. Ο διδιάστατος χαρακτήρας του τυμπάνου για την αίσθηση του τριδιάστατου ήχου μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ο Υπερχωρικός Ήχος μπορεί να ανιχνεύεται από ένα τριδιάστατο ακουστικό όργανο, όπου ο ήχος εγκλωβίζεται στον τριδιάστατο εσωτερικό χώρο του και διαγράφεται από το αντίστοιχο ακουστικό νεύρο προς όλες τις κατευθύνσεις του χώρου αυτού και με διαφορετική ταχύτητα, ακόμη και ανάδρομα. Με βάση τις παραπάνω υποθέσεις προτείνουμε μια διαδραστική εγκατάσταση (1^η) για τον Υπερχωρικό Ήχο και πραγματοποιούμε την αντίστοιχη προσομοίωση σύμφωνα και με τα χαρακτηριστικά που περιγράφει η επιστήμη της Φυσικής, δηλαδή την παραμόρφωση του κύματος και την κατ' αναλογία μείωση της έντασης με την απόσταση.

Στο **Κεφάλαιο 6** αναλύεται η «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen, που περιγράφεται από τον ίδιο ως μια προσπάθεια οπτικής προσέγγισης του Τετραδιάστατου Χώρου, είναι ένα διαισθητικό σχέδιο που δεν βασίζεται σε κάποια επιστημονική βάση, αλλά είναι μια αφορμή για μια καλλιτεχνική ματιά, μια πρόταση για μια νέα αισθητική αντίληψης του χώρου που ζούμε. Παρατηρούμε ότι παρουσιάζει σημαντικές ομοιότητες με μια φάση προβολής του Υπερκύβου στον Τριδιάστατο Χώρο. Αν και αποκαλείται «Υπερσφαίρα» αποδεικνύουμε ότι είναι ένα τριδιάστατο σχήμα που δε συνδέεται ουσιαστικά με κάποια προβολή ή διέλευση της γεωμετρικής Υπερσφαίρας από τον Τριδιάστατο Χώρο. Προτείνουμε, όμως, ότι αντιστοιχεί με την προβολή ενός υπερστερεού ή υπερ-επιφάνεια του οποίου παρουσιάζει κάποιες αναδιπλώσεις. Αναπτύσσουμε, λοιπόν, μια διαδραστική εφαρμογή (2^η) που απεικονίζει τις τριδιάστατες προβολές αυτού του υπερστερεού. Επιπλέον, συνδέοντας την «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen με την Κβαντική Γεωμετρία της Θεωρίας των Χορδών, προτείνουμε ένα νέο κοσμολογικό πρότυπο και, βασιζόμενοι στο πρότυπο αυτό, αναπτύσσουμε μία επιπλέον διαδραστική εφαρμογή (3^η), η οποία απεικονίζει το Σύμπαν.

Στο **Κεφάλαιο 7** προτείνουμε μια μέθοδο αντίληψης της Υπερσφαίρας εξελίσσοντας την Μέθοδο Αντίληψης του Υπερκύβου από τον Charles Hinton. Η Μέθοδος Αντίληψης του Τετραδιάστατου Χώρου, σύμφωνα με την Μέθοδο του Hinton, βασίζεται στην επαγωγή των γεωμετρικών ιδιοτήτων των σχημάτων οικείων διαστάσεων σε ανώτερες, καθώς και στην αντιστοίχιση των διαστάσεων με χρώματα. Με βάση τα μέσα που διέθετε ο Hinton ανέπτυξε μια διαδικασία που βασιζόταν σε χρωματιστούς κύβους, η οποία οδηγούσε στην νοητική αντίληψη του Υπερκύβου. Στην Μέθοδο Αντίληψης του Υπερκύβου, η αντίληψη της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης πραγματοποιείται με την σταθερή προσθήκη του χρώματος της Τέταρτης

Χωρικής Διάστασης καθώς και με τον χρόνο που διαρκεί η προσθήκη αυτή. Στην Μέθοδο Αντίληψης της Υπερσφαίρας, που προτείνουμε, η αντίληψη της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης γίνεται μέσα από την μεταβολή της ακτίνας της σφαίρας - ίχνους, που αντιστοιχεί στην διέλευση της Υπερσφαίρας από τον Τριδιάστατο Χώρο, καθώς και στην σταδιακή μεταβολή του χρώματος της με την προσθήκη του χρώματος του άξονα που διαφεύγει στην Τέταρτη Χωρική Διάσταση. Βασιζόμενοι σε αυτή την μέθοδο αναπτύσσουμε μια διαδραστική εφαρμογή (4^η), όπου ο χρήστης εξοικειώνεται αρχικά με την αντίληψη της Τριδιάστατης Σφαίρας από το κυκλικό ίχνος διαπέρασης μέσα από το επίπεδο και, μετά με την αντίληψη της Τετραδιάστατης Υπερσφαίρας, από το σφαιρικό ίχνος διαπέρασης της μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο.

Στο **Τμήμα Δ** της διατριβής παρουσιάζουμε τα συμπεράσματα, καθώς και προτάσεις για περαιτέρω ερευνητική εξέλιξη.

Συγκεκριμένα, στο **Κεφάλαιο 8** παραθέτουμε τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την θεωρητική έρευνα και τους προτεινόμενους τρόπους προσέγγισης των υπερχώρων, ενώ, παράλληλα, κάνουμε αποτίμηση του αποτελέσματος σε σχέση με τους στόχους που θέσαμε αρχικά.

Στο **Κεφάλαιο 9** προτείνουμε νέες οπτικές και ηχητικές προσεγγίσεις για μελλοντική έρευνα πάνω στους υπερχώρους βασιζόμενοι στην αναμενόμενη εξέλιξη της Επιστήμης και της Τεχνολογίας.

Τέλος, παραθέτουμε την **Βιβλιογραφία / Ιστογραφία**, καθώς και τα **Παραρτήματα** με τον κώδικα των διαδραστικών εφαρμογών:

- **Παράρτημα 1** - Διαδραστική εφαρμογή προσομοίωσης Ακουστικού Υπερχώρου.
- **Παράρτημα 2Α** – Διαδραστική εφαρμογή με την «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen (μεταβολή των ακτινών των εσωτερικών σφαιρών χωρίς δυνατότητα περιστροφής).
- **Παράρτημα 2Β** – Διαδραστική εφαρμογή με την «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen (μεταβολή των ακτινών των εσωτερικών σφαιρών με δυνατότητα περιστροφής).
- **Παράρτημα 2Γ** – Καλλιτεχνική διαδραστική εφαρμογή προσομοίωσης κοσμολογικού μοντέλου με βάση την Θεωρία των Χορδών και την «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen.
- **Παράρτημα 3** - Διαδραστική εφαρμογή απεικόνισης της Υπερσφαίρας με την Μέθοδο του Hinton.

Περιεχόμενα

ΤΜΗΜΑ Α: ΕΙΣΑΓΩΓΗ	23
Κεφάλαιο 1: Ερευνητικό πλαίσιο.....	23
1.1 Αντικείμενο.....	23
1.2 Πεδίο έρευνας.....	26
1.3 Στόχος της διατριβής.....	26
1.4 Ορισμοί.....	26
1.5 Μεθοδολογία	27
ΤΜΗΜΑ Β : ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗ	28
Κεφάλαιο 2: Οικείες διαστάσεις	28
2.1 Αντίληψη του Χώρου	28
2.1.1 Γεωμετρικός και Αντιληπτικός Χώρος.....	28
2.1.2 Χωροχρονικές διαστάσεις	30
2.2 Αισθήσεις.....	32
2.2.1 Οπτικός Χώρος.....	32
2.2.1.1 Οπτική οδός	32
2.2.1.2 Οπτική αντίληψη με βάση την θεωρία της Σχολής Gestalt	36
2.2.1.3 Αντίληψη του Οπτικού Βάθους.....	39
2.2.2 Ακουστικός Χώρος.....	45
2.2.2.1 Φυσιολογία της ακοής.....	45
2.2.2.2 Αντίληψη του Τριδιάστατου Χώρου μέσω της ακοής.....	48
2.2.3 Απτικός και Κινητικός Χώρος.....	49
2.2.4 Οσφρητικός Χώρος.....	49
Κεφάλαιο 3: Υπερ-διαστάσεις.....	51
3.1 Μαθηματική περιγραφή της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης.....	51
3.1.1 Υπερκύβος.....	51
3.1.2 Υπερσφαίρα	53
3.2 Τρόποι Οπτικής Αντίληψης του Τετραδιάστατου Χώρου	53
3.2.1 Προβολή	54
3.2.2 Διέλευση	56
3.2.3 Ανάπτυξη	59
3.3 Χαρακτηριστικά της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης	61

3.3.1 Ισοδυναμία δεξιού-αριστερού στον Υπερχώρο	61
3.3.2 Δημιουργία κόμπων στις διαστάσεις.....	61
3.3.3 Παραμόρφωση κύματος σε διαστάσεις εκτός της Πρώτης και Τρίτης Χωρικής	62
3.3.4 Μείωση έντασης κύματος με την απόσταση	62
3.4 Υπερχωρικές διαστάσεις.....	63
3.4.1 Θεωρία του Χάους – Μορφοκλασματικές διαστάσεις (<i>fractals</i>)	63
3.4.2 Διαστάσεις Hilbert	66
3.4.3 Υπερσυμμετρία και Φερμιονικές διαστάσεις	66
3.4.4 Θεωρίες των Χορδών και Διαστάσεις.....	68
3.4.4.1 Περιγραφή Θεωριών των Χορδών	68
3.4.4.2 Θεωρία των Χορδών και ανώτερες διαστάσεις.....	71
3.5 Υπερχρονικές διαστάσεις	73
3.5.1 Φανταστικός ή Μιγαδικός Χρόνος.....	73
3.5.2 Υπερχρονικές διαστάσεις στις Θεωρίες Χορδών	73
3.6 Εγκέφαλος και υπερχώροι	74
3.6.1 Υπερχωρικές δομές στον ανθρώπινο εγκέφαλο.....	74
3.6.2 Ικανότητα σχεδιασμού διαδρομών μέσα σε υπερχώρους.....	76
3.7 Ενδείξεις και θεωρίες για την ύπαρξη των υπερχώρων	78
3.7.1 Η τιμή του π	78
3.7.2 Πολυσύμπαν και υπερχώροι.....	78
3.7.3 Θεωρία των Εξελισσόμενων Διαστάσεων.....	79
3.7.4 Δημιουργία Μαύρων Τρυπών στον επιταχυντή του CERN.....	80
3.7.5 Ημικρύσταλλοι (Quasicrystals)	80
3.7.6 Κβαντικά υπερχωρικά φαινόμενα	81
3.7.7 Υπερχωρικές εμπειρίες με παραισθησιογόνες ουσίες	82
Κεφάλαιο 4: Ιστορική εξέλιξη της έννοιας των υπερχώρων στην Επιστήμη και στην Τέχνη	84
ΤΜΗΜΑ Β: ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΙ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΤΙΑΛΗΨΗΣ ΥΠΕΡΧΩΡΩΝ.....	117
Κεφάλαιο 5: Δημιουργία Ηχητικού Υπερχώρου	117
5.1 Γραπτός - προφορικός λόγος και διαστάσεις	117
5.2 Varèse και Υπερχωρικός Ήχος.....	118
5.3 Ηχητικά Κύματα, Βαρυτικά Κύματα και Υπερχώρος.....	120
5.3.1 Ηχητικά Κύματα	120

5.3.2 Βαρυτικά Κύματα και Υπερχώρος.....	121
5.4 Περιγραφή Υπερχωρικού Ακουστικού Συστήματος.....	122
5.5 Περιγραφή καλλιτεχνικής διαδραστικής εγκατάστασης του Ακουστικού Υπερχώρου	123
5.6 Περιγραφή προσομοίωσης της καλλιτεχνικής διαδραστικής εγκατάστασης Ακουστικού Υπερχώρου στην οθόνη του υπολογιστή.....	125
5.6.1 Βήματα σχεδιασμού προσομοίωσης	126
5.6.1.1 Διάδραση μέσω της κίνησης του δείκτη του ποντικιού.....	128
5.6.1.2 Ακινητοποίηση του δείκτη του ποντικιού.....	130
5.6.1.3 Ακινητοποίηση του δείκτη του ποντικιού για χρόνο μεγαλύτερο από μια καθορισμένη τιμή (screen saver)	130
5.6.1.4 Προοδευτική εισαγωγή των πηγών στο παράθυρο εκτέλεσης με το πάτημα ενός οποιοδήποτε πλήκτρου του πληκτρολογίου.....	131
5.6.1.5 Μετάβαση των ηχητικών αρχείων σε τυχαίο δευτερόλεπτο με πάτημα του αριστερού πλήκτρου του ποντικιού	132
5.6.1.6 Μεταβλητές που πρέπει να συμπληρωθούν αρχικά από τον χρήστη.....	132
Κεφάλαιο 6: Δημιουργία Εικαστικού Υπερχώρου (I) : Διερεύνηση της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen, σύνδεση της με την Θεωρία των Χορδών και πρόταση ενός νέου κοσμολογικού μοντέλου	133
6.1 Διερεύνηση της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen.....	133
6.1.1 Περιγραφή διαδραστικής εφαρμογής της τριδιάστατης προβολής της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen.....	136
6.1.2 Σχεδιασμός της διαδραστικής εφαρμογής της τριδιάστατης προβολής της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen.....	138
6.2 Διαδραστική εφαρμογή για ένα προτεινόμενο κοσμολογικό μοντέλο που προκύπτει από τον συνδυασμό της «προβολής της Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen με την Κβαντική Γεωμετρία της Θεωρίας των Χορδών.....	140
6.2.1 Κβαντική Γεωμετρία	140
6.2.2 Σύνδεση του υπερ-στερεού του Johan Van Manen με την Κβαντική Γεωμετρία της Θεωρίας των Χορδών.	141
6.2.3 Καλλιτεχνική διαδραστική εφαρμογή προτεινόμενου κοσμολογικού μοντέλου	144
6.2.4 Σχεδιασμός της διαδραστικής εφαρμογής του προτεινόμενου Κοσμολογικού Μοντέλου	144
Κεφάλαιο 7: Δημιουργία Εικαστικού Υπερχώρου (II): Ανάπτυξη διαδραστικής εφαρμογής απεικόνισης της Υπερσφαίρας με την Μέθοδο του Hinton	148
7.1 Φυσιολογία της όρασης σχετικά με την αντίληψη του χρώματος	149

7.2 Μέθοδος προσέγγισης του Υπερχώρου με την βοήθεια των Κύβων του Hinton..	151
7.2.1 Διέλευση Τριδιάστατου Κύβου μέσα από μια επιφάνεια	157
7.2.2 Διέλευση Υπερκύβου μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο	158
7.3 Οπτική αντίληψη της Υπερσφαίρας με βάση την Μέθοδο του Hinton.....	160
7.3.1 Διέλευση σφαίρας μέσα από επίπεδο.....	160
7.3.2 Χρωματισμός σημείων σφαίρας με βάση τις συντεταγμένες τους	160
7.3.3 Διέλευση σφαίρας <i>RGB</i> μέσα από επίπεδο.....	162
7.3.4 Διέλευση Υπερσφαίρας μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο.....	163
7.4.1 Πρόταση διαδραστικής εφαρμογής απεικόνισης Υπερσφαίρας.....	166
7.4.2 Σχεδιασμός της διαδραστικής εφαρμογής απεικόνισης της Υπερσφαίρας....	169
7.4.2.1 Δημιουργία των βίντεο των διελεύσεων της Τριδιάστατης Σφαίρας από το επίπεδο.....	170
7.4.2.2 Δημιουργία των βίντεο των διελεύσεων της Τετραδιάστατης Υπερσφαίρας από τον Τριδιάστατο Χώρο	174
7.4.2.3 Διάδραση του χρήστη με την Σφαίρα και την Υπερσφαίρα μέσω του λογισμικού Processing.....	175
ΤΜΗΜΑ Γ: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ.....	178
Κεφάλαιο 8: Συμπεράσματα.....	178
Κεφάλαιο 9: Μελλοντική έρευνα	183
ΤΜΗΜΑ Δ: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ - ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ.....	187
Βιβλιογραφία	187

ΤΜΗΜΑ Α: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κεφάλαιο 1: Ερευνητικό πλαίσιο

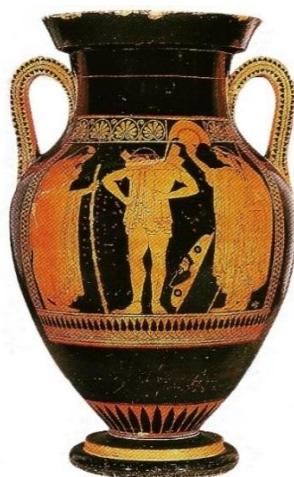
«[...] και αν περνάς καιρό να κοιτάς την Άβυσσο, η Άβυσσος αρχίζει να κοιτάει και σένα.»

F. Nietzsche: *Πέρα από το Καλό και το Κακό*, Αφορισμός 146 (Nietzsche 2002: 69).

1.1 Αντικείμενο

Ο τίτλος της διδακτορικής διατριβής είναι «Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων» και ασχολούμαστε με την προσέγγιση των υπερχώρων, δηλαδή με την προσπάθεια αντίληψης χωρικών διαστάσεων μεγαλύτερων της τρίτης.¹

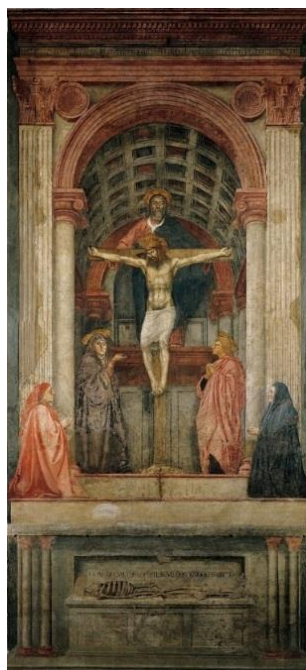
Δεν είναι, βέβαια, η πρώτη φορά που γίνεται προσπάθεια διεύρυνσης της αντίληψης των διαστάσεων του χώρου. Οι Αρχαίοι Έλληνες εφάρμοσαν την «βράχυνση» στις μορφές που ζωγράφιζαν πάνω στα αγγεία τους. Ένας καλλιτέχνης, λίγο πριν το 500 π.Χ., ζωγράφισε για πρώτη φορά στην ιστορία της ανθρωπότητας ένα πόδι όπως φαίνεται από μπροστά (εικ. 1), κάτι που δεν παρατηρείται σε κανένα από τα χιλιάδες αιγυπτιακά και ασσυριακά έργα που έχουν διασωθεί (Gombrich 1998: 81).



Εικόνα 1: Ευθυμίδης (περ. 510-500 π.Χ.), *Ο Αποχαιρετισμός του Πολεμιστή*. Ερυθρόμορφο αγγείο, ύψος 60 εκ., Γλυπτοθήκη Μονάχου, Μόναχο.

¹ Η λέξη «Υπερχώρος» χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά το 1934 από τον John W. Campbell στο διήγημά του *The Mightiest Machine* (Pickover 1999: preface xvi).

Η ισομετρική προοπτική για την αναπαράσταση του τριδιάστατου χώρου, που υπάρχει και στις τοιχογραφίες της Πομπηίας, οδήγησε τους καλλιτέχνες και αρχιτέκτονες της Αναγέννησης, όπως τον Alberti, τον Piero della Francesca και τον Brunelleschi, να διατυπώσουν τις αρχές της κεντρικής προοπτικής. Το πρόβλημα αναπαράστασης του τριδιάστατου χώρου στο επίπεδο δείχνει να έχει λυθεί από καιρό (εικ. 2) (Gombrich 1998: 229).



Εικόνα 2: Masaccio (περ. 1425-28), *Η Αγία Τριάδα με την Παναγία τον Άγιο Ιωάννη και Δωρητές*. Νωπογραφία, 667 εκ. επί 317 εκ., εκκλησία Santa Maria Novella, Φλωρεντία.

Όμως, από τον Πλάτωνα (Σπυρόπουλος 2003: 294), τον Riemman και άλλους σπουδαίους φιλοσόφους και επιστήμονες τέθηκε το ερώτημα ποια ήταν η διάσταση του «αληθινού» χώρου και ποια γεωμετρία περιγράφει τον χώρο αυτό (Henderson 2013). Αναζητήθηκαν νέοι χώροι, νέες διαστάσεις χωρίς όμως να υπάρχει ουσιαστική απόδειξη της ύπαρξής τους.

Ένα κρίσιμο σημείο στο θέμα των υπερχώρων αφορά δύο παράλληλες ιστορίες οι οποίες διαδραματίστηκαν την ίδια χρονική περίοδο.

Ο Albert Einstein, όταν ακόμη ήταν υπάλληλος σε γραφείο διπλωμάτων ευρεσιτεχνίας της Ελβετίας, δημοσίευσε το 1905 την Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας (Ford 1980: 19), εισάγοντας την έννοια του χωροχρόνου, δηλαδή του χρόνου ως τέταρτη διάσταση. Μεταξύ του 1902 και του 1907 ο Charles Howard Hinton εργαζόταν, επίσης, ως υπάλληλος σε γραφείο διπλωμάτων ευρεσιτεχνίας στην Ουάσιγκτον. Το 1904, τρία χρόνια πριν τον θάνατό του, δημοσίευσε το βιβλίο *The Fourth Dimension* (Hinton 1906) εισάγοντας μία ακόμη χωρική

διάσταση. Η επίδραση βέβαια του Einstein στην επιστημονική σκέψη ήταν πολύ μεγαλύτερη από αυτή του Hinton και τον έκανε γνωστό σε όλη την ανθρωπότητα (Henderson 2013: 97).

Η έννοια όμως Τέταρτης Χωρικής Διάστασης, κυρίως λόγω του Hinton, ήταν αρκετά δημοφιλής μέχρι την γνωστοποίηση στο ευρύ κοινό της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας του Einstein, που έγινε το 1919 (Henderson 2013: 97). Μέχρι το 1920 πολλοί καλλιτέχνες είχαν ασχοληθεί με την τέταρτη χωρική διάσταση. Κατά τις τρεις πρώτες δεκαετίες του εικοστού αιώνα, η έννοια της τέταρτης διάστασης, είτε ως χωρική, είτε ως χρονική, είτε με την έννοια του Αιθέρα, υπήρχε ως κοινό χαρακτηριστικό κάθε κινήματος του μοντερνισμού. Η ιδέα της τέταρτης διάστασης λειτούργησε αρχικά ως σύμβολο ελεύθερης έκφρασης για τους καλλιτέχνες: μπόρεσαν να απομακρυνθούν από την οπτική πραγματικότητα και να απορρίψουν το σύστημα προοπτικής που ακολουθούσε η Τέχνη από την περίοδο της Αναγέννησης, ως μέσο απεικόνισης της τρίτης διάστασης. Η λογοτεχνία της τέταρτης διάστασης έπαιξε επίσης σημαντικό ρόλο στην διάδοση της ιδέας στο ευρύ κοινό (Henderson 2013).

Η ιστορία της Μοντέρνας Τέχνης ξεκίνησε να γράφεται στις δεκαετίες του '30 και '40. Οι έννοιες Αιθέρας και Τέταρτη Χωρική Διάσταση είχαν σχεδόν εξαφανιστεί από το λεξιλόγιο λόγω της Θεωρίας της σχετικότητας του Einstein (Henderson 2014: 233).

Ύστερα από μερικές δεκαετίες, το ενδιαφέρον για την Τέταρτη Χωρική Διάσταση επανήλθε, κυρίως στην Αμερική, μετά από δημοσιεύματα σε εφημερίδες και περιοδικά (Henderson 2013: 50). Στην Φυσική είχαμε την διατύπωση νέων θεωριών όπως αυτή της θεωρίας των Χορδών και της *M*-Θεωρίας, η οποία χειρίζεται έντεκα διαστάσεις (Green 2004: 205-211,408).

Στο τέλος του 20^{ου} αιώνα είχαμε την εξέλιξη των γραφικών δυνατοτήτων των ηλεκτρονικών υπολογιστών, που μπορούν πλέον να δημιουργήσουν προβολές και να προσομοιώσουν αντικείμενα ανώτερων διαστάσεων. Με την βοήθεια της τεχνολογίας των υπολογιστών και της εικονικής πραγματικότητας, οι καλλιτέχνες ασχολήθηκαν ξανά με το θέμα χρησιμοποιώντας νέα μέσα έκφρασης, σε συνεργασία αυτή την φορά με επιστήμονες (Henderson 2013: 9, 505-08).

Η προσπάθεια αντίληψης ανώτερων διαστάσεων, λοιπόν, δεν είναι μια καινούρια υπόθεση. Ασφαλώς οι αισθήσεις μας, ίσως με τον τρόπο που τις χρησιμοποιούμε, φαίνονται αδύναμες να απαντήσουν σε όλα τα ερωτήματα που θέτει η λογική μας. Η ιστορία όμως δείχνει, πολλές φορές, ότι ο άνθρωπος μπορεί να καταφέρει εκείνο που στην αρχή θεωρήθηκε ακατόρθωτο.

1.2 Πεδίο έρευνας

Διερευνούμε το θέμα των ανώτερων χωρικών διαστάσεων με τη βοήθεια των επιστημών της Φυσικής, των Μαθηματικών και της Νευροεπιστήμης. Από την πλευρά της επιστήμης της Φυσικής εξετάζουμε στοιχεία από την Θεωρία του Χάους για τις μορφοκλασματικές διαστάσεις (*fractals*), την Κβαντομηχανική για τα παράλληλα σύμπαντα και τις κυματοσυναρτήσεις σωματιδίων, την Κοσμολογία για τα βαρυτικά κύματα, και από τις Θεωρίες Χορδών για την Κβαντική Γεωμετρία και τις έντεκα διαστάσεις. Από την πλευρά της επιστήμης των Μαθηματικών εστιάζουμε στους τομείς της Γεωμετρίας και της Τοπολογίας, όταν τίθενται υπό πραγμάτευση έννοιες διαστάσεων με φυσικό νόημα. Με την Νευροεπιστήμη εξετάζουμε τον τρόπο δημιουργίας της αντίληψης, μέσα από την επικοινωνία του εγκεφάλου με τα αισθητήρια όργανα, και της αίσθησης του χώρου. Ερευνούμε ακόμη τον τρόπο προσέγγισης του Υπερχώρου από επιστήμονες με βάση τα μέσα τα οποία διέθεταν στην εποχή που έζησαν, καθώς και τη διαισθητική ματιά καλλιτεχνών, φιλοσόφων και θρησκειών πάνω στο θέμα. Τέλος, εξετάζουμε κατά πόσο είναι δυνατή η χρήση της ψηφιακής τεχνολογίας για την δημιουργία διαδραστικών εφαρμογών αντίληψης του Υπερχώρου.

1.3 Στόχος της διατριβής

Μέσα από το πρίσμα της Επιστήμης, της Τέχνης και την χρήση των οπτικοακουστικών μέσων γίνεται μια προσπάθεια διερεύνησης της ικανότητας του ανθρώπου να αντιλαμβάνεται τις ανώτερες χωρικές διαστάσεις. Αναπτύσσουμε ένα συλλογισμό ανάμεσα στην αντικειμενική επιστημονική σκέψη και την ελευθερία που προσφέρει η Τέχνη, για να οδηγηθούμε σε ένα πρακτικό αποτέλεσμα: μια σειρά οπτικών και ακουστικών ερεθισμάτων τα οποία προκύπτουν από την χρήση των ψηφιακών εφαρμογών, με αφορμή τους τρόπους που πρότειναν στο παρελθόν καλλιτέχνες και επιστήμονες, ενώ παράλληλα προτείνονται νέες μέθοδοι πάνω στο ζητούμενο θέμα.

1.4 Ορισμοί

Για την διευκόλυνση του αναγνώστη, στην ενότητα αυτή παρατίθενται βασικοί ορισμοί που σχετίζονται με την γεωμετρία σε περισσότερες των τριών χωρικών διαστάσεων:

- Υπερχώρος: Ο χώρος που χαρακτηρίζεται από περισσότερες των τριών χωρικών διαστάσεων.
- Υπερ-στερεό: Το στερεό που χαρακτηρίζεται από περισσότερες των τριών χωρικών διαστάσεων και βρίσκεται μέσα σε έναν υπερχώρο. Χαρακτηριστικά υπερ-στερεά που ασχολούμαστε είναι ο Υπερκύβος και η Υπερσφαίρα όπως περιγράφονται αναλυτικά στις παραγράφους 3.1.1 και 3.1.2 αντίστοιχα.
- Υπερ-επιφάνεια: Το υπερ-στερεό περικλείεται από την υπερ-επιφάνειά του. Η υπερ-επιφάνεια έχει μια διάσταση λιγότερη από το υπερ-στερεό.

1.5 Μεθοδολογία

Για την εκπόνηση του θεωρητικού μέρους της παρούσας διδακτορικής διατριβής απαιτήθηκε βιβλιογραφική και διαδικτυακή έρευνα. Με βάση τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής:

- Αναλύεται η έννοια της διάστασης και ο τρόπος που αντιλαμβάνεται ο άνθρωπος τον χώρο, όπως αυτό εξηγείται μέσα από τις επιστήμες της Φυσικής, των Μαθηματικών και της Νευροεπιστήμης.
- Αναπτύσσεται το απαιτούμενο μαθηματικό υπόβαθρο ώστε να υπάρχει μία αντίληψη των βασικών αρχών οι οποίες πρέπει να χαρακτηρίζουν την υπερχωρική οπτική. Αναζητούμε τα χαρακτηριστικά των υπερχώρων μέσα από την μαθηματική λογική και σκέψη, αναλύοντας και ανάγοντας το πρόβλημα από χαμηλότερες διαστάσεις σε υψηλότερες .
- Γίνεται σύντομη ιστορική αναδρομή της προσπάθειας προσέγγισης των υπερχώρων μέσα από τα Μαθηματικά, την Τέχνη και την Φιλοσοφία - Λογοτεχνία.
- Μελετάται συνοπτικά η επίδραση της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης στην Μοντέρνα και Σύγχρονη Τέχνη, από τις αρχές του εικοστού αιώνα μέχρι τις μέρες μας.
- Αναζητούνται τρόποι προσέγγισης των υπερχώρων όπως προτάθηκαν από καλλιτέχνες και επιστήμονες.

Με βάση την παραπάνω έρευνα εξελίσσονται υπάρχοντες - αλλά και προτείνονται νέοι - τρόποι προσέγγισης των υπερχώρων με την βοήθεια της σύγχρονης τεχνολογίας.

ΤΜΗΜΑ Β : ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗ

Κεφάλαιο 2: Οικείες διαστάσεις

Η λέξη «διάσταση» προέρχεται από την αρχαία ελληνική λέξη *δίσταμαι* που σημαίνει τοποθετούμαι χωριστά, στέκομαι ενάντια, ξεχωρίζω, διαχωρίζομαι (Liddell and Scott 1997: 623).

2.1 Αντίληψη του Χώρου

2.1.1 Γεωμετρικός και Αντιληπτικός Χώρος

Όταν μελετούμε τις διαστάσεις του χώρου, σε ποιόν χώρο αναφερόμαστε;

Ο χώρος που μας περιβάλλει, ο «έξω» χώρος, δίνει τα ερεθίσματα ώστε ο εγκέφαλος να σχηματίσει μια αντίληψη που προέρχεται από ανάλυση και σύνθεση των νευρικών ώσεων που στέλνουν τα αισθητήρια όργανα της όρασης, της ακοής, της αφής, της όσφρησης καθώς και τα απτικά όργανα των αρθρώσεών μας. Διαπιστώνουμε ότι ο «έσω» χώρος που σχηματίζεται είναι πολύ διαφορετικός από τον «έξω» χώρο.

Ο Ernst Mach διέκρινε το χώρο σε Γεωμετρικό, Αντιληπτικό και Ψυχολογικό στο έργο του «Analysis of the Sensations» (1886), ενώ στο «Space and Geometry» (1906) ασχολήθηκε εκτενώς με την έννοια του Ψυχολογικού Χώρου.

Ο Poincaré, για το θέμα αυτό, όρισε τα χαρακτηριστικά του Γεωμετρικού Χώρου ως εξής:

- Είναι συνεχής.
- Είναι άπειρος.
- Έχει τρεις διαστάσεις.
- Είναι ομογενής, δηλαδή όλα τα σημεία του είναι όμοια μεταξύ τους.²

² Σε έναν ομογενή χώρο αν γνωρίζουμε την τιμή ενός γεωμετρικού μεγέθους σε ένα σημείο, τότε με την χρήση απεικονίσεων μεταφοράς είναι δυνατόν να υπολογίσουμε την τιμή αυτού του μεγέθους σε οποιοδήποτε άλλο σημείο του Χώρου.

- Είναι ισοτροπικός, δηλαδή όλες οι ευθείες που περνάνε από ένα σημείο του είναι όμοιες μεταξύ τους.

Σε αντίθεση, ο Αντιληπτικός Χώρος αποτελείται από τρεις διαφορετικούς χώρους, τον Οπτικό, τον Απτικό και τον Κινητικό που δεν είναι ούτε συνεχείς, ούτε άπειροι, ούτε ομογενείς, ούτε ισοτροπικοί. Τόσο ο Poincaré όσο και ο Mach πρότειναν και έναν τρίτο τύπο Χώρου που υπάρχει σιωπηλά πέρα από τους προηγούμενους, ο Χώρος του Σύμπαντος Κόσμου που βρίσκεται πέρα από την στιγμιαία αντιληπτική ικανότητα του ανθρώπου (Henderson 2013:137).

Ο Poincaré ισχυρίστηκε ότι οι έννοιες του Οπτικού, Απτικού και Κινητικού Χώρου διαμορφώνονται μέσα από συνδυασμό αισθήσεων που καθορίζονται από την εμπειρία αλλά και την κληρονομικότητα του καθενός. Οι συνδυασμοί αυτοί μας έχουν γίνει τόσο οικείοι που πλέον δεν μπορούν να εξεταστούν χωριστά (Henderson 2013:138).

Ο Ouspensky περιγράφει την περίπτωση ενός ατόμου που είχε γεννηθεί τυφλός και μπόρεσε να βρει την όρασή του όταν ήταν δεκαεπτά ετών. Από την τρίτη μέρα μετά την εγχείρηση έβλεπε ένα τεράστιο πεδίο φωτός και ομιχλώδη αντικείμενα χωρίς να τα ξεχωρίζει. Μετά από δύο εβδομάδες, όταν τα μάτια του άρχισαν να συνηθίζουν το φως, άρχισε να διακρίνει τέλεια τα αντικείμενα. Όταν τοποθέτησαν μπροστά του, παράλληλα με το πρόσωπό του, έναν επίπεδο δίσκο και μια σφαίρα δεν έβλεπε διαφορά μεταξύ τους, μέχρι που ένιωσε την επιθυμία να αγγίξει αυτά τα αντικείμενα. Αμέσως αναγνώρισε το στερεό από το επίπεδο σχήμα και απόρησε που δεν μπόρεσε να τα ξεχωρίσει από πριν. Αντίστοιχα, το ανθρώπινο πρόσωπο του φαινόταν αρχικά επίπεδο. Του έλειπε η αντίληψη του βάθους, της προοπτικής, και η αφή τον βοήθησε για να την αποκτήσει (Ouspensky 2005:142-43).

Ο συνδυασμός, λοιπόν, των αισθήσεων δίνει μια πληρέστερη εικόνα του περιβάλλοντος χώρου. Υπάρχει, όμως, η περίπτωση διασταυρούμενης οδού σε σχέση με το ερέθισμα και το αντίστοιχο κέντρο του εγκεφάλου, όπως για παράδειγμα οι ήχοι και η γραφή να προκαλούν την αντίληψη χρωμάτων. Η κατάσταση αυτή αναφέρεται ως «συναισθησία» κατά την οποία η αίσθηση ορισμένων ερεθισμάτων οδηγεί στην συνενωμένη εμπειρία αντίληψης του πραγματικού ερεθίσματος μαζί με ένα στοιχείο που ανήκει σε διαφορετικό αισθητήριο όργανο, παρά το ότι το στοιχείο αυτό δεν είναι φυσικά υπαρκτό (Postle 2015: 348).

2.1.2 Χωροχρονικές διαστάσεις

Στα Μαθηματικά η διάσταση ενός χώρου ή αντικειμένου ορίζεται ως ο ελάχιστος αριθμός των συντεταγμένων που απαιτούνται για να καθοριστεί οποιοδήποτε σημείο μέσα σε αυτό (Schleicher 2007: 1). Ο κλάδος της Γενικής Τοπολογίας των Μαθηματικών, ο οποίος αφορά στην Θεωρία Διαστάσεων, δίνει ακριβέστερους ορισμούς, ξεκινώντας από την κατασκευή του Peano, το 1890, μιας συνεχούς απεικόνισης από ένα τμήμα επί ενός τετραγώνου, δίνοντας αφορμή στον Brouwer το 1911 να δώσει έναν μερικό ορισμό της τοπολογικής διάστασης, τον οποίο αργότερα συμπλήρωσαν οι Lebesgue και Poincaré (Μεγαρίτης 2010: 1).

Κάθε χώρος είναι διάστασης d όταν μπορεί και διακόπτεται σε δύο γειτονικούς χώρους από έναν χώρο διάστασης $d-1$. Δηλαδή μία γραμμή διάστασης 1 μπορεί να διακοπεί σε δύο τμήματα από ένα σημείο της που έχει διάσταση 0, ένα επίπεδο διάστασης 2 διακόπτεται στα δύο από μία γραμμή διάστασης 1 κ.ο.κ. (Henderson 2013: 138-39).

Στην Φυσική η διάσταση ορίζεται ως ένας ανεξάρτητος άξονας κατεύθυνσης στον χώρο ή στον χωροχρόνο. Έτσι ο χώρος που ζούμε έχει τρεις διαστάσεις (αριστερά – δεξιά, μπρος – πίσω και πάνω – κάτω), ενώ ο χωροχρόνος έχει επιπλέον τον άξονα του χρόνου (παρελθόν – μέλλον) (Green 2004: 590).

Ο Einstein με την Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας, η οποία δημοσιεύτηκε το 1905, ήταν αυτός που πρόσθεσε την έννοια του χωροχρόνου, δίνοντας στον χρόνο μια νέα μορφή διάστασης. Κατέληξε στις εξισώσεις που περιπλέκουν τον χώρο και τον χρόνο (μετασχηματισμοί Lorentz)³, ξεκινώντας από τις δύο βασικές αρχές ότι η ταχύτητα του φωτός, που αποτελεί και το ανώτερο όριο ταχύτητας στην φύση, είναι σταθερή και ίδια για όλους τους παρατηρητές και ότι αν δύο άνθρωποι Α και Β κινούνται ο ένας σε σχέση με τον άλλο και εκτελέσουν το ίδιο πείραμα θα βρουν τα ίδια αποτελέσματα (Ford 1980: 19-20).

Οι ανθρώπινες υπάρξεις είναι πολύ αργές για να επηρεαστούν σημαντικά από τα φαινόμενα αυτά. Σε ταχύτητες που πλησιάζουν την ταχύτητα του φωτός οι αλλαγές γίνονται εμφανείς τόσο στην αντίληψη του χρόνου, όσο και των χωρικών διαστάσεων. Ο χρόνος

³ Μετασχηματισμοί Lorentz: $\Delta t' = \frac{\Delta t - (\frac{v\Delta x}{c^2})}{\sqrt{1 - (\frac{v^2}{c^2})}}$ και $\Delta x' = \frac{\Delta x - (\frac{v\Delta t}{c^2})}{\sqrt{1 - (\frac{v^2}{c^2})}}$, όπου t ο χρόνος, c η ταχύτητα του φωτός, v η ταχύτητα του παρατηρητή και x η μετρούμενη απόσταση (Ford 1980: 40).

διαστέλλεται και το μήκος συστέλλεται. Αυτό που μένει αναλλοίωτο κάθε φορά είναι το τετράγωνο του διαστήματος I .⁴ Το διάστημα I είναι μια γενίκευση και ένας συνδυασμός των ιδεών τόσο του χρονικού διαχωρισμού, όσο και του διαχωρισμού στον χώρο. Μπορεί να θεωρηθεί ως μια απόσταση στον τετραδιάστατο χωροχρόνο, μια αναλλοίωτη ποσότητα για την οποία όλοι οι παρατηρητές συμφωνούν ανεξάρτητα από την ταχύτητα που κινούνται μεταξύ τους και από τις μετρήσεις τους (Ford 1980: 54).

Η έννοια του χωροχρόνου οδήγησε τους μελετητές (όπως τον Richard Feynman το 1949) να διατυπώσουν απόψεις όπως αυτή της κίνησης σωματιδίων αντίθετα προς τον χρόνο. Για παράδειγμα, το αντισωματίο του ηλεκτρονίου, που ονομάζεται ποζιτρόνιο, θεωρείται ότι είναι ένα ηλεκτρόνιο το οποίο κινείται αντίθετα στον χρόνο (Ford 1980: 57).

Με βάση την Γενική Θεωρία της Σχετικότητας, που διατυπώθηκε από τον Albert Einstein το 1915, οι ιδιότητες του χωροχρόνου εξαρτώνται από το δυναμικό της βαρύτητας. Η θεωρία αυτή επαληθεύτηκε από πειράματα και αστρονομικές παρατηρήσεις. Η βαρύτητα είναι μια ιδιότητα του χώρου και του χρόνου και συγκεκριμένα μια εκδήλωση της γεωμετρίας του χωροχρόνου (Ford 1980: 122-145).

Ο Einstein με την Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας μας προτρέπει να εγκαταλείψουμε την ιδέα του χρόνου με την απόλυτη μορφή που γνωρίσαμε και να φανταστούμε τον τετραδιάστατο χωροχρόνο. Στην Γενική Θεωρία της Σχετικότητας προσθέτοντας την καμπύλωση του χωροχρόνου μας ζητά να φανταστούμε, ακόμη, ότι στα αντικείμενα δεν ενεργούν δυνάμεις βαρύτητας αλλά αλληλοεπιδρούν με την καμπυλότητα του γειτονικού τους χωροχρόνου. Ο χώρος για την Κλασική Φυσική ήταν η σκηνή πάνω στην οποία διαδραματίζονταν τα φυσικά φαινόμενα και ο χρόνος κυλούσε ανεξάρτητος από αυτά. Στην Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας ο χώρος και ο χρόνος ενοποιήθηκαν και δημιούργησαν τον αδιάσπαστο χωροχρόνο αλλά τα φυσικά φαινόμενα ήταν ανεξάρτητα από αυτόν. Στην Γενική Θεωρία της Σχετικότητας ο χωροχρόνος με τις καμπυλώσεις του είναι τα ίδια τα φαινόμενα (Ford 1980: 135).

⁴ Ισχύει $I^2 = (c\Delta t)^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$ όπου c η ταχύτητα του φωτός, t ο χρόνος και x, y, z οι χωρικές συντεταγμένες (διάνυσμα Minkowski).

2.2 Αισθήσεις

Η αντίληψη τόσο του εξωτερικού περιβάλλοντος όσο και, εσωτερικά, του ίδιου του οργανισμού του ανθρώπου, ξεκινάει από τα ερεθίσματα στα κύτταρα - υποδοχείς τα οποία μεταφέρονται με την μορφή νευρικών ώσεων, μέσω των αισθητικών οδών, στον εγκέφαλο για επεξεργασία και ερμηνεία. Οι αισθητήριοι υποδοχείς υπάρχουν είτε ως ανεξάρτητα κύτταρα, όπως οι ελεύθερες νευρικές απολήξεις στο δέρμα, είτε σε ομάδες στα αισθητήρια όργανα και διακρίνονται σε:

- Χημειοϋποδοχείς, οι οποίοι ανιχνεύουν μεταβολές στην συγκέντρωση χημικών ουσιών. Υπάρχουν στα αισθητήρια όργανα της γεύσης και της όσφρησης, αλλά επίσης εντοπίζονται και σε εσωτερικά όργανα, όπως για παράδειγμα στα αιμοφόρα αγγεία που ανιχνεύουν μεταβολές στην συγκέντρωση της γλυκόζης.
- Θερμοϋποδοχείς, οι οποίοι ανιχνεύουν μεταβολές στην θερμοκρασία.
- Φωτοϋποδοχείς, οι οποίοι ανιχνεύουν την φωτεινή ακτινοβολία και βρίσκονται στους οφθαλμούς.
- Μηχανοϋποδοχείς, οι οποίοι ανιχνεύουν μεταβολές στην πίεση, την κίνηση ή την τάση (Καστορίνης κ.ά. 2015: 171).

Αίσθηση ονομάζουμε την ερμηνεία των ερεθισμάτων από τον εγκέφαλο. Οι αισθήσεις διακρίνονται σε σωματικές και ειδικές. Σωματικές είναι οι αισθήσεις της αφής, της πίεσης, του πόνου και της θερμοκρασίας (του θερμού και του ψυχρού). Ειδικές είναι οι αισθήσεις της όρασης, της ακοής, της ισορροπίας, της γεύσης και της όσφρησης (Καστορίνης κ.ά. 2015: 187).

Στο κεφάλαιο αυτό θα εξετάσουμε τις αισθήσεις εκείνες που διαμορφώνουν την αντίληψη του χώρου.

2.2.1 Οπτικός Χώρος

2.2.1.1 Οπτική οδός

Ο David Marr έδωσε τον ακόλουθο ορισμό για την όραση: *«Όραση είναι η διεργασία με την οποία, από εικόνες, ανακαλύπτουμε τι υπάρχει στον ορατό κόσμο και πού βρίσκεται.»* (Kandel κ.ά.1999: 426).

Η ανθρώπινη όραση είναι μια πολύπλοκη δραστηριότητα με φυσικούς περιορισμούς που σχετίζονται με την αντίληψη. Μπορούμε να διακρίνουμε δύο στάδια: την φυσική λήψη του ερεθίσματος από το εξωτερικό αίτιο και την επεξεργασία με σκοπό την ερμηνεία του ερεθίσματος. Έτσι, ενώ από την μία έχουμε αρκετούς περιορισμούς στις δυνατότητες της όρασης λόγω των φυσικών ιδιοτήτων του ματιού και του οπτικού αισθήματος, από την άλλη ο εγκέφαλος επιτρέπει την δημιουργία εικόνων από ημιτελείς πληροφορίες.

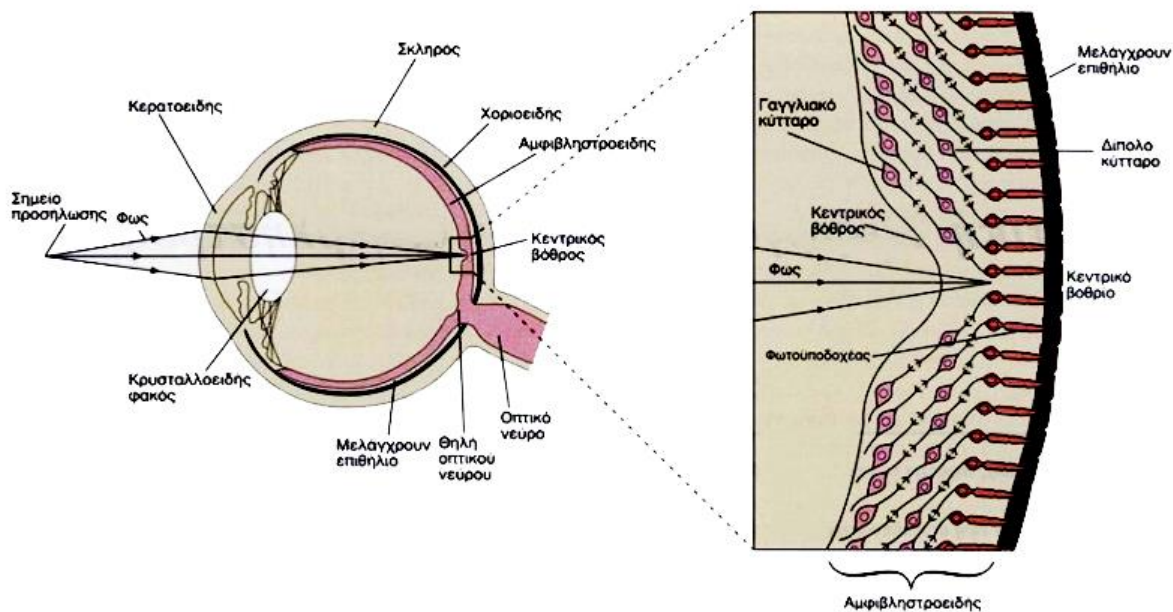
Αρχικά, το φως που ανακλάται από ένα αντικείμενο εισέρχεται από τον κερατοειδή χιτώνα και τον κρυσταλλοειδή φακό, διατρέχει το υαλοειδές σώμα και οδηγείται εστιασμένο σε ένα ανεστραμμένο είδωλο στο πίσω μέρος του, στον αμφιβληστροειδή χιτώνα στο βάθος του βολβού του οφθαλμού. Εκεί μετατρέπεται σε ηλεκτρικό σήμα από τους φωτοϋποδοχείς. Ο αμφιβληστροειδής χιτώνας αποτελεί μέρος του κεντρικού νευρικού συστήματος σε αντίθεση με τα άλλα αισθητήρια όργανα όπως το τύμπανο και ο κοχλίας, τα οποία θεωρούνται περιφερειακά (Kandel κ.ά. 1999: 429).

Η ωχρά κηλίδα είναι μια περιοχή στο κέντρο του αμφιβληστροειδούς η οποία περιέχει την μεγαλύτερη πυκνότητα αισθητηριακών κυττάρων σε σχέση με τον υπόλοιπο αμφιβληστροειδή. Στο κέντρο της υπάρχει το κεντρικό βοθρίο στο οποίο εμφανίζεται μια μετατόπιση των νευρώνων του αμφιβληστροειδούς προς τα πλάγια, επιτρέποντας έτσι την ελάχιστη παραμόρφωση της οπτικής εικόνας στους φωτοϋποδοχείς. Αυτός είναι ο λόγος που σαρώνουμε μια εικόνα κινώντας του βολβού των οφθαλμών μας. Επιπλέον ο αμφιβληστροειδής περιέχει την θηλή του οπτικού νεύρου που στερείται φωτοϋποδοχέων οπότε δημιουργεί ένα «τυφλό» σημείο.

Ο αμφιβληστροειδής χιτώνας είναι φωτοευαίσθητος και περιέχει δύο τύπους φωτοϋποδοχέων: τα ραβδιοφόρα και τα κωνιοφόρα κύτταρα. Τα κωνιοφόρα κύτταρα είναι υπεύθυνα για την όραση με το φως της ημέρας και για την ανίχνευση των χρωμάτων. Υπάρχουν τρεις τύποι κωνιοφόρων κυττάρων που ο καθένας είναι ευαίσθητος σε διαφορετικό τμήμα του χρωματικού φάσματος του φωτός, λόγω της διαφορετικής οπτικής χρωστικής που περιέχουν, και αποτελούν την βάση της τριμεταβλητής έγχρωμης όρασης του ανθρώπου. Τα ραβδιοφόρα κύτταρα λειτουργούν σε αμυδρό φως και έχουν μικρότερη χωρική διακριτική ικανότητα, γιατί βρίσκονται μακριά από το κεντρικό βοθρίο. Επειδή περιέχουν μόνο μία οπτική χρωστική, αντιδρούν με τον ίδιο τρόπο σε όλο το φάσμα του φωτός. Χρονικά, τα κωνιοφόρα κύτταρα αποκρίνονται καλύτερα αφού μπορούν να ανιχνεύσουν ταλαντώσεις του φωτός μέχρι και 35

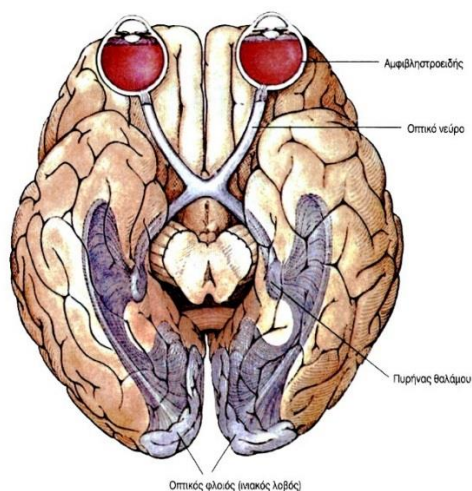
Hz, σε σχέση με τα 12 περίπου Hz που ανιχνεύουν τα ραβδόμορφα (Kandel κ.ά. 1999: 431-32).

Πίσω από τον αμφιβληστροειδή υπάρχει το μελάγχρουν επιθήλιο το οποίο περιέχει μια μαύρη χρωστική, την μελανίνη, και αποτρέπει την ανάκλαση του τμήματος του φωτός που δεν απορροφάται από τον αμφιβληστροειδή (εικ. 3).



Εικόνα 3: Η φυσιολογία του ματιού (πηγή: Kandel κ.ά. 1999: 430).

Το οπτικό νεύρο σχηματίζεται από τους νευροάξονες των γαγγλιακών κυττάρων του αμφιβληστροειδούς. Το οπτικό νεύρο προβάλλει στον έξω γονατώδη πυρήνα του θαλάμου του εγκεφάλου και αυτός με την σειρά του στον πρωτοταγή οπτικό φλοιό. Το αποτέλεσμα είναι να υπάρχει στον οπτικό φλοιό μια πλήρης προβολή της εικόνας του αμφιβληστροειδούς. Η εικόνα τίθεται σε επεξεργασία σε 32 εξωταινιωτές περιοχές οι οποίες είναι οπτικές περιοχές ανώτερης τάξης και διαφέρουν μεταξύ τους ως προς την επιλεκτικότητα για τα χαρακτηριστικά των ερεθισμάτων, συμμετέχοντας έτσι στην επεξεργασία διαφορετικών όψεων της πληροφορίας της εικόνας (εικ. 4) (Kandel κ.ά. 1999: 415).



Εικόνα 4: Οπτική οδός (πηγή: Καστορίνης κ.ά. 2015: 178).

Η οπτική αντίληψη βασίζεται στην ταυτόχρονη επεξεργασία τριών παράλληλων νευρικών οδών: της πληροφορίας του βάθους και της μορφής, της πληροφορίας της κίνησης και της πληροφορίας του χρώματος (Kandel κ.ά. 1999: 409).

Ο διαχωρισμός των οπτικών πληροφοριών ξεκινάει από τον αμφιβληστροειδή ο οποίος περιέχει δύο ειδών γαγγλιακά κύτταρα: τα μεγάλα κύτταρα (τύπου *M*) και τα μικρά κύτταρα (τύπου *P*). Από τα γαγγλιακά κύτταρα προκύπτουν τρεις οπτικές οδοί οι οποίες καταλήγουν στον οπτικό φλοιό του εγκεφάλου. Η πρώτη οδός έχει σχέση με την αντίληψη των χρωμάτων και της μορφής. Η δεύτερη οδός έχει σχέση με την αντίληψη των σχημάτων, το περίγραμμα και τον προσανατολισμό των εικόνων. Το σύστημα της δεύτερης οδού εντοπίζει τις λεπτομέρειες των ακίνητων αντικειμένων και συμμετέχει στην αντίληψη του βάθους. Η τρίτη οδός έχει σχέση με την αντίληψη της κίνησης και των χωρικών σχέσεων και συμμετέχει και αυτή στην αντίληψη του βάθους. Το σύστημα της τρίτης οδού έχει σχέση με την θέση παρά με την φύση των αντικειμένων (Kandel κ.ά. 1999: 415-17).

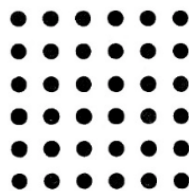
Η οπτική αντίληψη σύμφωνα με τους Treisman και Julesz δημιουργείται από τις εξής διεργασίες: μια προ-προσεκτική διεργασία σάρωσης της υφής και του κυρίου περιγράμματος του αντικειμένου και μια μεταγενέστερη προσεκτική διεργασία σε ειδικότερα χαρακτηριστικά του αντικειμένου όπως η φωτεινότητα, το χρώμα και η κατεύθυνση των γραμμών. Κάποια από αυτά τονίζονται και προσέχονται, ενώ άλλα αγνοούνται ανάλογα με το πόσο διαφοροποιούν το αντικείμενο από το περιβάλλον του (Kandel κ.ά. 1999: 424).

2.2.1.2 Οπτική αντίληψη με βάση την θεωρία της Σχολής *Gestalt*

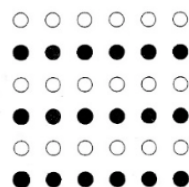
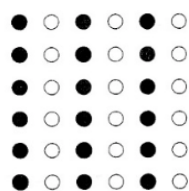
Στις αρχές του 20ού αιώνα οι Γερμανοί ψυχολόγοι Max Wertheimer, Kurt Koffka και Wolfgang Köhler ίδρυσαν την σχολή της ψυχολογίας του *Gestalt*. Το *Gestalt* στην γερμανική γλώσσα σημαίνει «μορφή». Με βάση την σχολή αυτή, η ανθρώπινη αντίληψη είναι μια ενεργητική διαδικασία η οποία αναπτύσσει συνειδητά την πλήρη μορφή μέσα από τις λεπτομέρειες του ερεθίσματος. Η πλήρης αυτή μορφή υπερβαίνει αθροιστικά τις πληροφορίες με τις οποίες τα αισθητήρια όργανά μας τροφοδοτούν τον εγκέφαλο (Kandel κ.ά. 1999: 411).

Η αναγνώριση και ο εντοπισμός ενός αντικειμένου γίνεται σε διαφορετικές θέσεις και συνθήκες φωτισμού. Γενικά, ο εγκέφαλος εκμεταλλευόμενος λεπτομέρειες της οπτικής εικόνας τις αντιστοιχεί και τις συνδυάζει με αντικείμενα που υποθέτει μέσα από την εμπειρία του. Η «εικόνα» ενός αντικειμένου δημιουργείται με βάση κάποιες αρχές αντίληψης, δηλαδή κάποιους έμφυτους νόμους που αφορούν το σχήδιο, το σχήμα, το χρώμα, την απόσταση και την κίνησή του στο οπτικό πεδίο.

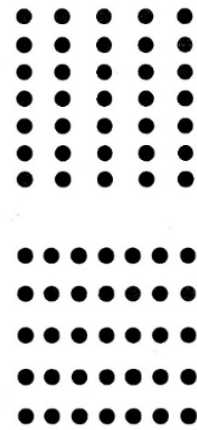
A Αμφίσημο σχέδιο



B Αρχή της ομοιότητας



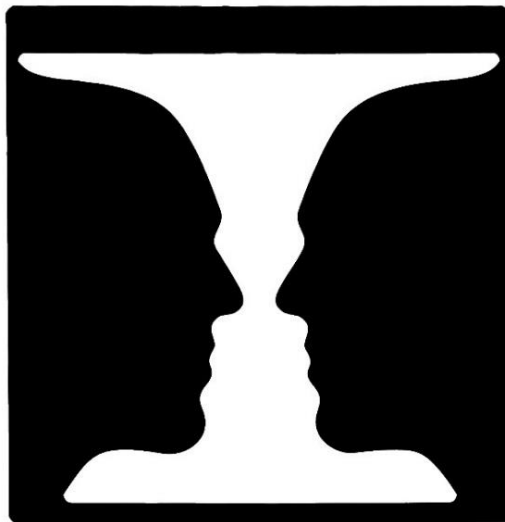
Γ Αρχή της προσέγγισης



Εικόνα 5: Αρχή της ομοιότητας και προσέγγισης (πηγή: Kandel κ.ά. 1999: 411).

Η σχολή του *Gestalt* θεωρεί ότι οι αρχές της αντίληψης, όσον αφορά το σχέδιο, διαμορφώνονται με βάση την αρχή της ομοιότητας και την αρχή της προσέγγισης. Έτσι, όταν οι τελείες μιας κατεύθυνσης του σχήματος παρουσιάζουν όμοια χαρακτηριστικά (ομοιότητα), τότε αυτή η κατεύθυνση γίνεται η επικρατέστερη και αυτή συμπαρασύρει και γειτονικά σχήματα (προσέγγιση) (εικ. 5) (Kandel κ.ά. 1999: 411).

Μια ακόμη αρχή της οπτικής αντίληψης αφορά τον διαχωρισμό εικόνας – φόντου. Με βάση τον ψυχολόγο Edgar Rubin ο εγκέφαλος εστιάζει μόνο σε ένα μέρος της εικόνας την προσοχή του, ενώ το υπόλοιπο αποτελεί το φόντο (εικ. 6).



Εικόνα 6: Σχέδιο του δανού ψυχολόγου Edgar Rubin όπου διακρίνεται ένα βάζο ή δύο πρόσωπα, αλλά όχι συγχρόνως, αναλόγως αν εστιάζουμε στο άσπρο ή στο μαύρο τμήμα της εικόνας (πηγή: Kandel κ.ά. 1999:

Ο Maurice Escher ανέφερε ότι:

«Τα μάτια μας είναι συνηθισμένα να παρατηρούν συγκεκριμένα αντικείμενα. Την στιγμή που συμβαίνει αυτό, τα πάντα τριγύρω περιορίζονται σε φόντο [...] Το μάτι και ο νους του ανθρώπου δεν μπορούν να ασχολούνται ταυτόχρονα με δύο πράγματα, έτσι πρέπει να υπάρχει μια γρήγορη και συνεχής μεταπήδηση από την μια πλευρά στην άλλη.»

(Kandel κ.ά. 1999: 411).

Ακόμη, για το εστιασμένο μέρος αρκούν πληροφορίες μόνο ως προς την περιφέρεια και τα άκρα της. Έτσι μπορούμε να αναγνωρίσουμε αντικείμενα με βάση το γραμμικό τους σχήμα χωρίς να μας παρέχονται πληροφορίες για τα χρώματα και τις σκιές (Kandel κ.ά. 1999: 412).

Η καμπυλότητα ενός αντικειμένου, όταν δεν γνωρίζουμε την θέση της φωτεινής πηγής, γίνεται με βάση την εμπειρία μας για την θέση του ήλιου που βρίσκεται ψηλά. Έτσι, σφαίρες οι οποίες φωτίζονται από κάτω φαίνονται να έχουν κοίλο σχήμα, ενώ αυτές που φωτίζονται από ψηλά φαίνονται κυρτές (εικ. 7) (Kandel κ.ά. 1999: 415).

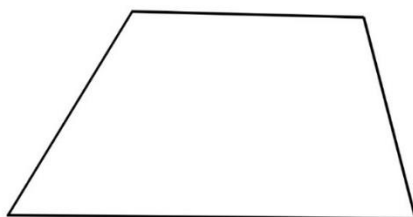


Εικόνα 7: Κοίλη και κυρτή σφαίρα με βάση τον φωτισμό (σχέδιο του συγγραφέα).

Συνεπώς, η ανθρώπινη όραση διαφέρει ριζικά από το σχηματισμό εικόνας μέσω φωτογραφικής μηχανής και η αντίληψη του αντικειμένου διαμορφώνεται στον εγκέφαλο μέσα από διεργασίες επεξεργασίας του ερεθίσματος, της διδιάστατης εικόνας η οποία αποτυπώνεται στον αμφιβληστροειδή χιτώνα του ματιού.

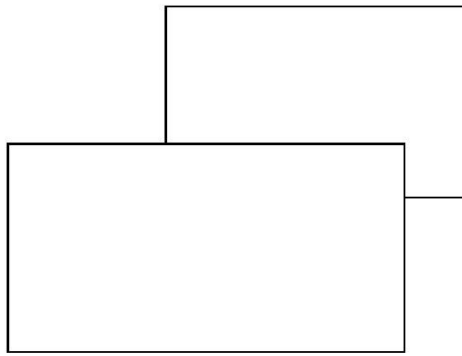
2.2.1.3 Αντίληψη του Οπτικού Βάθους

Η αντίληψη του βάθους προκύπτει από τον νόμο της απλότητας. Μια διάταξη δημιουργεί τριδιάστατη αίσθηση όταν η τριδιάστατη προβολή μιας κατάστασης είναι δομικά απλούστερη από την διδιάστατη. Δηλαδή, όταν η οπτική αντίληψη για μια διάταξη σχημάτων και μορφών έχει να διαλέξει ανάμεσα από την απλούστευση των σχημάτων ή την απλούστευση του χωρικού προσανατολισμού (αριθμός χωρικών διαστάσεων), επιλέγει την απλούστευση των σχημάτων αυξάνοντας τον αριθμό των διαστάσεων από δύο σε τρεις (Arnheim 2005: 273, 287). Για παράδειγμα, στην εικόνα 8 το τετράπλευρο το οποίο είναι σχεδιασμένο στο επίπεδο της σελίδας γίνεται αντιληπτό ως ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ή ακόμη και ως τετράγωνο που εκτείνεται στο χωρικό βάθος, γίνεται, δηλαδή, μια μεταφορά ενός απλούστερου σχήματος στην Τρίτη Διάσταση.



Εικόνα 8: Διδιάστατο τετράπλευρο – Προοπτικό τετράγωνο στον Τριδιάστατο Χώρο (σχέδιο του συγγραφέα).

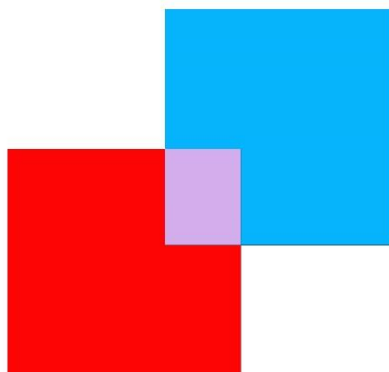
Η αίσθηση του βάθους δημιουργείται από την αλληλοεπικάλυψη των μορφών (παρεϊσφρηση). Όταν οι γραμμές που ολοκληρώνουν ένα σχήμα διακόπτουν ένα μέρος ενός άλλου, τότε εμφανίζεται ως υπέρθεση και οδηγεί στην τριδιάστατη εντύπωση του χώρου αφού οι διακοπτόμενες μορφές τοποθετούνται νοητικά σε πιο μακρινή απόσταση (εικ. 9).



Εικόνα 9: Επικάλυψη παραλληλογράμμου από άλλο παραλληλόγραμμο (σχέδιο του συγγραφέα).

Η υπέρθεση δύο σχημάτων μπορεί να συμβεί και με την αίσθηση της διαφάνειας, δηλαδή όταν το σχήμα ή το τμήμα του σχήματος που επικαλύπτεται είναι μερικώς ορατό. Η διαφάνεια διακρίνεται σε φυσική και αντιληπτική. Στην περίπτωση της φυσικής διαφάνειας το φως που διέρχεται κάνει ορατή την υποκείμενη μορφή, όπως στην περίπτωση ενός πέπλου ή του ατμού. Για να γίνει όμως αντιληπτή μια φυσική διαφάνεια θα πρέπει να υπάρχουν τρία επίπεδα: το αρχικό, το διαφανές και το υποκείμενο επίπεδο (Arnheim 2005: 279).

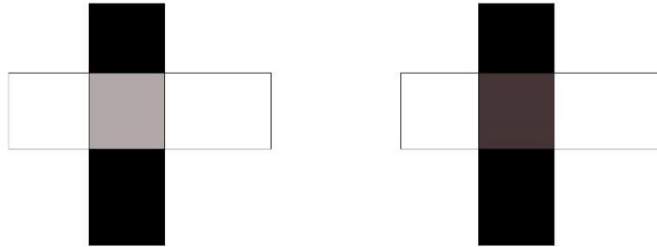
Η αντιληπτική διαφάνεια μπορεί να επιτευχθεί με την αλληλεπίδραση του χρώματος της επικαλυπτόμενης περιοχής ως συνδυασμού των χρωμάτων των σχημάτων που τέμνονται. Για παράδειγμα, αν οι αρχικές μορφές έχουν κόκκινο και μπλε χρώμα, η επικαλυπτόμενη περιοχή θα πρέπει να έχει μωβ χρώμα (εικ. 10).



Εικόνα 10: Διαφάνεια με αλληλεπίδραση χρώματος (σχέδιο του συγγραφέα).

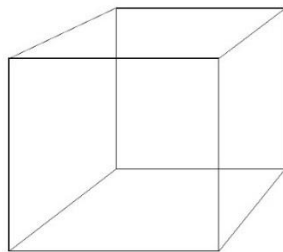
Η φωτεινότητα της διαφανούς περιοχής συνεισφέρει στην αίσθηση της επικάλυξης των σχημάτων. Για παράδειγμα όταν διασταυρώνονται μια λευκή με μια μαύρη λωρίδα, αν η

διαφανής περιοχή είναι ανοιχτόχρωμη τότε η λευκή λωρίδα φαίνεται να βρίσκεται μπροστά, ενώ αν είναι σκουρόχρωμη φαίνεται να βρίσκεται πίσω (εικ. 11).



Εικόνα 11: Επικάλυψη άσπρης και μαύρης λωρίδας (σχέδιο του συγγραφέα).

Τέλος, η οικειότητα των σχημάτων των μορφών που αλληλεπικαλύπτονται μπορεί να δημιουργήσει την αίσθηση της διαφάνειας, όπως για παράδειγμα μια διδιάστατη προβολή ενός κύβου όπου διακρίνεται μία μπροστά τετράγωνη διαφανής όψη να καλύπτει μία πίσω τετράγωνη όψη (εικ. 12).



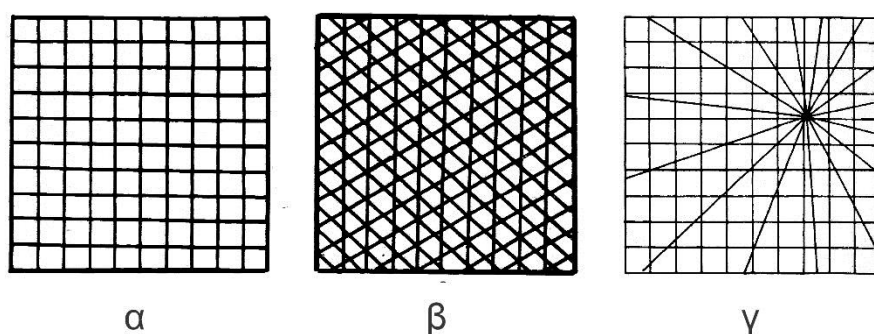
Εικόνα 12: Διδιάστατη προβολή τριδιάστατου κύβου (σχέδιο του συγγραφέα).

Η αίσθηση του βάθους δημιουργείται και από τις παραμορφώσεις που δημιουργεί η κλίση η οποία απομακρύνει τις μορφές από το μετωπικό επίπεδο και η αίσθηση την οποία δημιουργεί ο όγκος ή η στρογγυλότητα. Η παραμόρφωση ενός σχήματος ορίζεται ως το σχήμα που προκύπτει από την εντύπωση ότι κάποια μηχανική δύναμη εφαρμόστηκε στο αρχικό αντικείμενο που το επιμήκυνε, το συμπίεσε, το λύγισε ή το έστρεψε. Δεν αφορά μία απλή αλλοίωση σχήματος, όπως η επικόλληση ενός τμήματός του σε κάποια άλλη θέση ή η μεγέθυνση του.

Η κλίση, σε συνδυασμό με τον νόμο της απλότητας, διαχωρίζει ένα σχήμα από το πρώτο μετωπικό επίπεδο και το καθιστά αντιληπτό σε μία κανονική και οικεία μορφή στον Τριδιάστατο Χώρο, όπως είδαμε και στο σχήμα της εικόνας 8 (Arnheim 2005: 284-85).

Η πλαγιότητα είναι η πιο στοιχειώδης παραμόρφωση ενός σχήματος ή μίας μορφής που δημιουργεί την αντίληψη του βάθους ως απόκλιση του κατακόρυφου ή του οριζόντιου νοητού άξονα και δημιουργεί την ισομετρική προοπτική. Η ισομετρική προοπτική στην Τέχνη ενοποιεί την συνολική εικόνα σε παράλληλες γραμμές οι οποίες εισέρχονται από την μία πλευρά και διατρέχουν διαγώνια το κάδρο (εικ. 13β). Η πρώτη αναφορά γίνεται από τον Ευκλείδη στην *Οπτική* του. Η ισομετρική αυτή προοπτική χρησιμοποιήθηκε από τους καλλιτέχνες της Αναγέννησης με βάση τις τοιχογραφίες της Πομπηίας και φαίνεται φυσική σε σχέση με την αλλοιωμένη προοπτική της Βυζαντινής Τέχνης ή της Τέχνης των Κυβιστών (Arnheim 2005: 309).

Από την ισομετρική προοπτική της πλαγιότητας έχουμε μια προοδευτική μετάβαση στην κεντρική. Η αρχή της κεντρικής προοπτικής διατυπώθηκε για πρώτη φορά στην ιστορία της ανθρωπότητας από καλλιτέχνες και αρχιτέκτονες της Αναγέννησης όπως ο Alberti, ο Piero della Francesca, αλλά κυρίως από τον Brunelleschi (Gombrich 1998: 229). Είναι ένα γεωμετρικό κατασκεύασμα το οποίο, με χρήση κανόνων, οδηγεί στην αναπαράσταση στερεών και χωρικών θέσεων αντικειμένων. Τα χαρακτηριστικά των αντικειμένων παραμορφώνονται πάνω σε μία, δύο ή τρεις οικογένειες ακμών οι οποίες συγκλίνουν σε αντίστοιχα σημεία φυγής (εικ. 13γ) (Arnheim 2005: 313).



Εικόνα 13: α. Διδιάστατος χώρος πρώιμης τέχνης, β. Έννοια βάθους με την πλαγιότητα (ισομετρική προοπτική), γ. Έννοια βάθους με την δημιουργία εστιακού κέντρου (κεντρική προοπτική) (πηγή: Arnheim 2005: 326).

Ο Alberti το 1435 συνέλαβε την ιδέα της οπτικής πυραμίδας. Οι οπτικές ακτίνες οι οποίες ξεκινούν από ένα αντικείμενο σχηματίζουν ένα είδος πυραμίδας ή κώνου που η κορυφή του καταλήγει στο μάτι του παρατηρητή. Αν ένας γυάλινος πίνακας διαπεράσει κάθετα αυτή την πυραμίδα τότε θα αποτυπωθεί σε αυτόν η προβολή του αντικειμένου με τον τρόπο που το αντιλαμβάνεται το μάτι. Η μέθοδος αυτή εφαρμόστηκε από τον Albrecht Durer στην *Πραγματεία επί των Μετρήσεων*, από τον Leonardo da Vinci στον θάλαμο με την καρφισσότρυπα, καθώς και από τον Vermeer και είναι ο τρόπος με τον οποίο καταγράφει η φωτογραφική κάμερα τον χώρο (Arnheim 2005: 311).

Βεβαίως, υπάρχουν πρόσθετοι παράγοντες οι οποίοι διαμορφώνουν την αίσθηση του βάθους και έχουν σχέση με το νευρικό σύστημα και τον ανθρώπινο εγκέφαλο. Οι παράγοντες αυτοί αναφέρονται σε εγχειρίδια ψυχολογίας ως «φυσιολογικές ενδείξεις» με πιο χαρακτηριστικό παράδειγμα την διοφθάλμια όραση (ή ανομοιότητα αμφιβληστροειδούς) όπου δύο διδιάστατες εικόνες οι οποίες σχηματίζονται στον αμφιβληστροειδή χιτώνα των ματιών συγχωνεύονται σε μια τριδιάστατη (στερεοσκοπία) (Arnheim 2005: 295).

Η στερεοσκοπία οφείλεται στην χωρική παράλλαξη, δηλαδή στην μικρή διαφορά στο σχηματισμό της ίδιας εικόνας λόγω της διαφορετικής θέσης των ματιών. Αντίστοιχα, η χρονική παράλλαξη είναι ένας παρόμοιος μηχανισμός που οδηγεί στην αίσθηση του τριδιάστατου χώρου όταν ο θεατής αλλάζει θέση σχετικά με τα αντικείμενα.

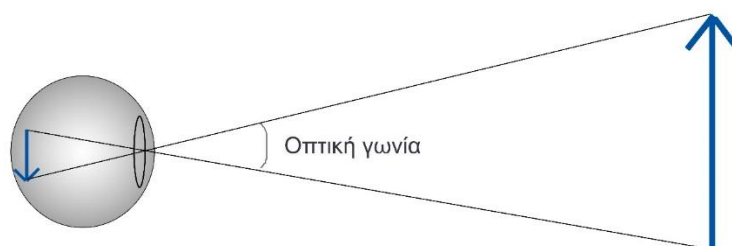
Η κιναισθητική αντίληψη οφείλεται σε δύο μηχανισμούς με βάση την γωνία που σχηματίζουν οι άξονες όρασης (σύγκλιση οφθαλμών) και τη καμπυλότητα του κρυσταλλοειδούς φακού του ματιού (προσαρμοστικότητα φακού). Η διαφορετική θέση των ματιών οδηγεί σε δυο διαφορετικές γραμμές όρασης οι οποίες συγκλίνουν προς το αντικείμενο όπου θέλουν να εστιάσουν. Ο εγκέφαλος μέσω του νευρικού συστήματος εντοπίζει την μεταβαλλόμενη ένταση στους μύες οι οποίοι κινούν τους βολβούς των ματιών και αντιλαμβάνεται αν η γωνία των αξόνων των ματιών είναι μικρή ή μεγάλη καθορίζοντας έτσι την απόσταση του σώματος. Όσο μεγαλύτερη είναι η γωνία σύγκλισης τόσο πιο κοντά είναι το αντικείμενο.

Ο μυς που ελέγχει την καμπυλότητα του κρυσταλλοειδούς φακού του ματιού παρέχει στον εγκέφαλο πληροφορίες για την απόσταση του αντικειμένου, καθώς ενεργοποιείται ώστε να εστιάσει την εικόνα του (Arnheim 2005: 297).

Την αίσθηση του βάθους δημιουργεί ακόμη η σταθερότητα μεγέθους και σχήματος του αντικειμένου που βλέπουμε. Σταθερότητα μεγέθους και σχήματος είναι η διατήρηση του

αντικειμενικού σχήματος του αντικειμένου παρά τις προβολικές του παραμορφώσεις (Arnheim 2005: 297)

Από το ανώτερο και το κατώτερο σημείο ενός αντικειμένου ξεκινούν νοητά δύο γραμμές οι οποίες καταλήγουν στο κέντρο του φακού του ματιού μας για να σχηματίσουν μια γωνία που λέγεται οπτική γωνία του αντικειμένου (εικ. 14). Η οπτική γωνία είναι μεγαλύτερη όσο μεγαλύτερο είναι το μέγεθος του αντικειμένου και όσο μικρότερη είναι η απόστασή του από το μάτι. Το μέγεθος του ειδώλου που σχηματίζεται ανεστραμμένο στον αμφιβληστροειδή καθορίζεται από αυτή την οπτική γωνία. Καθώς ένα αντικείμενο απομακρύνεται από το μάτι μας, η οπτική γωνία μειώνεται προοδευτικά και συνεπώς θα έπρεπε να αντιλαμβανόμαστε το αντικείμενο ως μικρότερο. Όμως, η αντίληψή μας για το μέγεθος δεν μεταβάλλεται όπως, για παράδειγμα, η αίσθηση για το μέγεθος ενός αυτοκινήτου. Αυτό ονομάζεται «νόμος σταθερότητας του μεγέθους» και δρα ανεξάρτητα από την οπτική γωνία. Έτσι, όταν ο εγκέφαλος γνωρίζει για δύο αντικείμενα ότι είναι ίσου μεγέθους διατηρεί την αίσθηση της ισότητας αυτής ανεξάρτητα της μείωσης του μεγέθους τους λόγω του βάθους. Γίνονται αντιληπτά διαφορετικά αλλά και με την ίδια κλίμακα ταυτόχρονα. Το ίδιο ισχύει και για το σχήμα και την ταχύτητά τους (Arnheim 2005: 317-18).



Εικόνα 14: Οπτική γωνία του ματιού (σχέδιο του συγγραφέα).

Βαθμιαία μεταβολή είναι η προοδευτική χωρική ή χρονική αύξηση ή μείωση μιας ιδιότητας του αντικειμένου, όπως για παράδειγμα οι μεταβολές στην υφή στην φωτογραφία μιας παραλίας με βότσαλα, στην σειρά από δέντρα που μικραίνουν ή στα συγκλίνοντα δάπεδα τύπου σκακιέρας (Arnheim 2005: 302-03). Χρονικά, η μεταβολή του μεγέθους ενός αντικειμένου οδηγεί συνήθως στην αίσθηση της μεταβολής της απόστασης του. Η κανονικότητα και ο βαθμός τόσο της χωρικής όσο και της χρονικής μεταβολής οδηγεί και σε ισχυρότερη αίσθηση του βάθους. Η βαθμιαία μεταβολή μεγέθους οδηγεί σε ένα σημείο σύγκλισης που είναι το άπειρο, το σημείο φυγής της κεντρικής προοπτικής.

Ο πλευρικός φωτισμός μιας επιφάνειας μέσω της σκίασης καθορίζει το σχήμα και τον προσανατολισμό της στον χώρο. Οι σκιές διακρίνονται σε προσαρτημένες και επιρριπτόμενες. Οι προσαρτημένες σκιές βρίσκονται πάνω στις επιφάνειες των αντικειμένων και προσδιορίζουν το ανάγλυφο του αντικειμένου. Οι επιρριπτόμενες δημιουργούνται από το αντικείμενο στον γύρω χώρο ή από τμήμα του αντικειμένου στο ίδιο το αντικείμενο. Ο εγκέφαλος *«αναζητεί τις αιτίες των συμβάντων όσο το δυνατόν πλησιέστερα στον τόπο των συνεπειών τους»* (Arnheim 2005: 346). Έτσι, αντιλαμβάνεται ότι η επιρριπτόμενη σκιά δεν ανήκει στο αντικείμενο που καλύπτεται από αυτή αλλά σε κάποιο άλλο αντικείμενο το οποίο βρίσκεται σε κοντινή θέση στον Τριδιάστατο Χώρο.

Τέλος, η βαθμιαία μεταβολή της φωτεινότητας, του κορεσμού, της ευκρίνειας και της υφής ονομάζεται ατμοσφαιρική προοπτική και έχει χρησιμοποιηθεί για την αίσθηση του βάθους στην ζωγραφική (Arnheim 2005: 306-07).

Η διαμόρφωση, λοιπόν, της αντίληψης του τριδιάστατου χώρου αποτελεί ένα συνδυασμό εξωτερικών ερεθισμάτων και εσωτερικής επεξεργασίας των νευρικών ώσεων, με γνώμονα κυρίως την εμπειρία και όχι το ερέθισμα και με τελικό αποτέλεσμα την επιβίωση και την λειτουργική συμπεριφορά του ανθρώπινου οργανισμού στον χώρο αυτό.

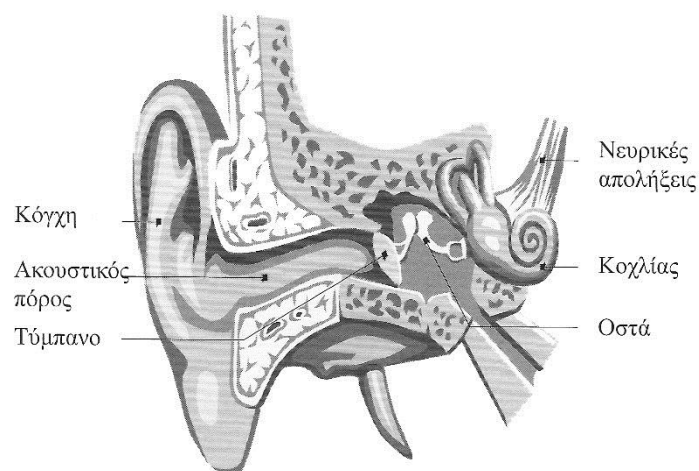
2.2.2 Ακουστικός Χώρος

2.2.2.1 Φυσιολογία της ακοής

Το αισθητήριο της ακοής για τον άνθρωπο είναι το αυτί. Πρόκειται για ένα μηχανικό αριστούργημα του ανθρωπίνου σώματος που περιλαμβάνει ένα σύνολο από ακουστικο-μηχανικούς μετατροπείς συγκεντρωμένους σε περιοχή με διάμετρο μικρότερη του ενός εκατοστού. Αυτοί οι μετατροπείς είναι ευαίσθητοι σε ταλαντώσεις μικρότερες ακόμη και από την διάμετρο του ατόμου και αντιδρούν χιλιάδες φορές πιο γρήγορα από τους αντίστοιχους φωτοϋποδοχείς που βρίσκονται στα μάτια μας.

Το ανθρώπινο αυτί μπορεί να εντοπίσει ήχους με συχνότητες από 20 Hz έως 20 KHz. Τα βρέφη μπορούν να αντιληφθούν συχνότητες υψηλότερες από αυτές των 20 KHz, όμως χάνουν αυτή την ικανότητα καθώς μεγαλώνουν. Ένας ενήλικας συνήθως ακούει συχνότητες με ανώτατο όριο τα 15 έως 17 KHz. Διάφορα μικρότερα θηλαστικά είναι συνήθως ευαίσθητα

σε υψηλότερες συχνότητες, όχι όμως σε χαμηλότερες σε σχέση με τον άνθρωπο. Η νυχτερίδα για παράδειγμα έχει ένα εύρος από τα 20 έως τα 200 KHz (Purves κ.ά. 2004: 284).



Εικόνα 15: Αυτί: το αισθητήριο της ακοής (πηγή: Σκαρλάτος 2008: 394).

Το περιφερειακό ακουστικό σύστημα αποτελείται από το εξωτερικό, μέσο και εσωτερικό αυτί. Το εξωτερικό αυτί περιλαμβάνει το πτερύγιο και τον ακουστικό πόρο. Το πτερύγιο λειτουργεί ως αντηχείο συλλογής, φασματικής επεξεργασίας και ενίσχυσης του ήχου και καταλήγει στον ακουστικό πόρο, ο οποίος με την σειρά του ενισχύει και αυτός συγκεκριμένες συχνότητες και κατευθύνει τον ήχο εσωτερικά προς το μέσο αυτί (εικ. 15).

Το μέσο αυτί αποτελείται από το τύμπανο, που μετατρέπει τον ήχο από μεταβολές της πίεσης του αέρα σε παλμικές δονήσεις, και από τα τρία οστάρια: την σφύρα, τον άκμονα και τον αναβολέα. Αυτά συνδέονται με μυϊκούς ιστούς, οι οποίοι προστατεύουν το αυτί από ισχυρούς ήχους περιορίζοντας τις ταλαντώσεις σε ισχυρά ερεθίσματα. Τα οστάρια μεταφέρουν τον ήχο στο εσωτερικό αυτί, χωρίς όμως να τον αφήνουν ανεπηρέαστο. Η επίδραση αυτή αφορά την ενίσχυση και την απόσβεση της κυματομορφής σε ορισμένες συχνότητες (Squire κ.ά. 2008: 609).

Η ακοή απαιτεί έναν πολύπλοκο μηχανισμό, κυρίως, γιατί η ενέργεια του ήχου μεταδίδεται από τον αέρα στο υγρό του εσωτερικού αυτιού. Το κύμα του ήχου κατά την μεταβίβαση αυτή ανακλάται κατά το μεγαλύτερο μέρος του, ενώ μόνο ένα μικρό μέρος μπορεί και συνεχίζει στο υγρό του εσωτερικού αυτιού. Η ενίσχυση της πίεσης του ακουστικού σήματος πραγματοποιείται με πολλούς τρόπους. Κυρίως αυτό συμβαίνει επειδή η επιφάνεια του τυμπάνου είναι μεγαλύτερη από αυτή του αναβολέα κατά 35 φορές περίπου, αυξάνοντας

την ένταση κατά 25 με 30 dB στις μεσαίες συχνότητες. Για τις μικρές και μεγάλες συχνότητες οι απώλειες είναι μεγαλύτερες (Squire κ.ά. 2008: 609).

Στο εσωτερικό αυτί συναντάμε τον κοχλία που πήρε την ονομασία του λόγω του σχήματός του. Στα περισσότερα έμβια όντα ο κοχλίας έχει από δύο έως τέσσερις περιστροφές. Κατά μήκος του κοχλία υπάρχει μια μεμβράνη, το κύριο αισθητήριο όργανο του *Corti*, που περιέχει τριχοειδή κύτταρα τα οποία διακρίνονται ανάλογα με την θέση τους σε εσωτερικά και εξωτερικά. Στον άνθρωπο υπάρχουν περίπου 3.500 εσωτερικά και 14.000 εξωτερικά τριχοειδή κύτταρα (Squire κ.ά. 2008: 610).

Η απόκρισή τους είναι εξαιρετικά γρήγορη σε σχέση με άλλα αισθητήρια συστήματα όπως αυτά της όρασης, της όσφρησης και της γεύσης.⁵ Μια σειρά από βιολογικές – μηχανικές διαδικασίες διαχωρίζουν το ηχητικό σήμα σε πιο απλούς αρμονικούς ήχους με αποτέλεσμα η συχνότητα, το πλάτος και η φάση του αρχικού ηχητικού κύματος να διαβιβάζονται με τρόπο μηχανικό στα τριχοειδή κύτταρα. Τα τριχίδια αυτά, τα οποία συντονίζονται με διαφορετική συχνότητα το καθένα, πάλλονται μέσα στο κοχλιακό υγρό και απελευθερώνουν μια χημική ουσία, έναν νευροδιαβιβαστή, στέλνοντας ένα ηλεκτρικό σήμα στις ακουστικές νευρικές ίνες (Σκαρλάτος 2008: 394-95).

Η ανάλυση του ηχητικού σήματος κατά μήκος του κοχλία σε παράλληλες ζώνες με βάση την συχνότητα οδηγεί σε μια πρώτη επεξεργασία η οποία δίνει πληροφορίες σχετικά με τον χωρικό εντοπισμό της πηγής. Η πληροφορία αυτή διαβιβάζεται στο ακουστικό κέντρο του μέσου εγκεφάλου (*inferior colliculus*) όπου και αλληλοεπιδρά με το κινητικό αισθητήριο σύστημα (Purves κ.ά. 2004: 287).

Οι πληροφορίες αυτές για τον χρόνο, την ένταση και την συχνότητα του ήχου προωθούνται από το νευρικό σύστημα σε διαφορετικές περιοχές επεξεργασίας στον ακουστικό φλοιό του εγκεφάλου δίνοντας πληροφορίες για την θέση, την ένταση και το ύψος του ήχου (Kandel κ.ά. 1999: 406).

Το εσωτερικό αυτί περιλαμβάνει επιπλέον το αιθουσαίο σύστημα το οποίο περιέχει κύτταρα που ελέγχουν την ισορροπία.

⁵ Ο χρόνος μετατροπής ενός ηχητικού ερεθίσματος σε ηλεκτρικό σήμα είναι περίπου 10μs στους 37°C.

2.2.2.2 Αντίληψη του Τριδιάστατου Χώρου μέσω της ακοής

Το ότι ο άνθρωπος μπορεί να ξεχωρίσει την κατεύθυνση όπου μπορεί να βρίσκεται η θέση μιας ηχητικής πηγής οφείλεται σε τρεις κύριους λόγους.

Ο πρώτος είναι ότι η ταχύτητα του ήχου έχει τέτοιο μέγεθος που μπορεί να δώσει μια μικρή αισθητή χρονική καθυστέρηση διατρέχοντας την απόσταση μεταξύ των δύο αυτιών. Όταν η πηγή βρίσκεται ακριβώς στην ίδια απόσταση με τα δύο μας αυτιά, δηλαδή στο επίπεδο που ορίζει ο άξονας συμμετρίας του κεφαλιού μας, έχουμε μηδενική καθυστέρηση. Μέγιστη καθυστέρηση έχουμε όταν βρίσκεται πάνω στην ευθεία που ορίζουν οι δύο ακουστικοί μας πόροι. Για παράδειγμα, αν θεωρήσουμε ότι τα αυτιά μας απέχουν περίπου είκοσι εκατοστά και η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι περίπου 340 μέτρα το δευτερόλεπτο, αυτό δίνει την μέγιστη χρονική καθυστέρηση των έξι εκατοστών του δευτερολέπτου περίπου. Αυτό δημιουργεί μια διαφορά φάσης που όπως είδαμε εξαρτάται από την θέση της πηγής.

Ο δεύτερος λόγος είναι ότι η ένταση του ήχου εξαρτάται από την θέση του κεφαλιού το οποίο παρεμβάλλεται μεταξύ ηχητικής πηγής και δέκτη (αυτιού). Το αυτί που καλύπτεται περισσότερο από τον όγκο του κεφαλιού δέχεται ήχο με μειωμένη στάθμη.

Ο κυριότερος, όμως, λόγος βρίσκεται στο εξωτερικό του οργάνου του αυτιού. Τα κύματα του ήχου επειδή φτάνουν με διαφορετικές γωνίες στους ακουστικούς πόρους δημιουργούν διαφορετικές ανατομικές συναρτήσεις μεταφοράς κεφαλής (*Head Related Transfer Functions*). Η φυσιολογική ακοή με τα δύο αυτιά, ή μέσω χωριστών ηλεκτροακουστικών καναλιών που δημιουργεί την αίσθηση του ακουστικού χώρου, ονομάζεται Αμφιωτική Ακοή (Σκαρλάτος 2008: 400).

Μια άλλη σημαντική ιδιότητα της ακοής μας, η οποία μας δίνει την δυνατότητα χαρτογράφησης του ηχητικού μας περιβάλλοντος, είναι το «εφέ του κοκτέιλ πάρτι». Σύμφωνα με αυτό, το ακουστικό μας σύστημα μπορεί και φιλτράρει τους ήχους που λαμβάνει και δίνει την δυνατότητα να μπορέσουμε να επικεντρωθούμε σε μία μόνο ηχητική πληροφορία, αγνοώντας το υπόλοιπο σύνολο. Μπορούμε να διακρίνουμε, για παράδειγμα, μια συγκεκριμένη συνομιλία μέσα σε ένα χώρο συνωστισμού και θορύβου, όταν οι ήχοι δεν είναι υπερβολικά δυνατοί ή όταν οι συχνότητες δεν είναι παραπλήσιες (Dix κ.ά. 2004: 24).

2.2.3 Απτικός και Κινητικός Χώρος

Την αίσθηση του Χώρου, όμως, την αποκτούμε και μέσω της αφής, δηλαδή μέσω της Απτικής Αντίληψης, όταν λαμβάνουμε ερεθίσματα μέσω του δέρματός μας. Η σημαντική διαφορά με τα υπόλοιπα αισθητήρια όργανα βρίσκεται στο ότι το όργανο της αφής δεν είναι τοπικό. Συνήθως, η αφή συνδυάζεται με την όραση, για να αποτελέσει μια δευτερεύουσα πηγή πληροφορίας, ώστε να βοηθήσει τον εγκέφαλο να έχει μια πιο ολοκληρωμένη αντίληψη του αντικειμένου. Δεν συμβαίνει όμως αυτό σε άτομα με απώλεια όρασης για τα οποία η αφή αποτελεί βασικό μέσο αντίληψης του κόσμου.

Το δέρμα περιέχει τρεις τύπους αισθητήριων στοιχείων: αυτά που αντιδρούν στην θερμότητα, αυτά που αντιδρούν σε οδυνηρά ερεθίσματα (έντονη πίεση, θερμότητα και πόνος), και αυτά που αντιδρούν στην άσκηση πίεσης ώστε να προσδιοριστεί το τριδιάστατο σχήμα ενός αντικειμένου. Υπάρχουν δύο είδη αισθητηρίων πίεσης με βάση την διάρκεια του ερεθίσματος: τα ταχέως προσαρμοζόμενα αισθητήρια πίεσης, τα οποία αντιδρούν στην άμεση πίεση και σταματούν όταν εφαρμόζεται συνεχής πίεση, και τα αργά προσαρμοζόμενα, τα οποία αντιδρούν στην συνεχή εφαρμογή της πίεσης.

Η Κινητική Αίσθηση του Χώρου αφορά στην επίγνωση της χωρικής θέσης του σώματος και των μελών μας μέσα από τα απτικά αισθητήρια όργανα που υπάρχουν στις αρθρώσεις μας. Διακρίνονται σε τρεις τύπους: τα ταχέως προσαρμοζόμενα που αντιδρούν στην κίνηση του αντίστοιχου μέλους του σώματος, τα αργά προσαρμοζόμενα που αντιδρούν τόσο στην κίνηση όσο και στην στατική θέση τους, και τα αισθητήρια θέσης που δίνουν την πληροφορία ότι ένα μέλος βρίσκεται σε στατική θέση (Dix κ.ά. 2004: 25-26).

2.2.4 Οσφρητικός Χώρος

Στο πάνω τμήμα της ρινικής κοιλότητας υπάρχει ο Οσφρητικός Βλεννογόνος, το αισθητήριο όργανο της όσφρησης. Περιλαμβάνει επιθηλιακά και υποδεκτικά τριχοφόρα κύτταρα σε μια επιφάνεια περίπου 5 cm^2 . Οι βλεφαρίδες των παραπάνω κυττάρων περιβάλλονται με υγρά και διαλύουν τις χημικές ουσίες που εισβάλουν στην ρινική κοιλότητα μέσω του αέρα. Η νευρική ώση που δημιουργείται με τον τρόπο αυτό μεταφέρεται μέσω του οσφρητικού νεύρου στην βάση του κροταφικού λοβού όπου βρίσκεται το κέντρο της όσφρησης.

Οι υποδοχείς έχουν την ικανότητα ανίχνευσης μιας μεγάλης ποικιλίας χημικών ουσιών με διαφορετική ευαισθησία. Η ικανότητα αυτή μειώνεται ή και χάνεται όταν οι υποδοχείς εκτίθενται στην επίδραση μιας ουσίας για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα (εξοικείωση υποδοχέα), χωρίς όμως να χάνουν την ικανότητα τους να ανιχνεύουν άλλες ουσίες (Καστορίνης κ.ά. 2015: 18).

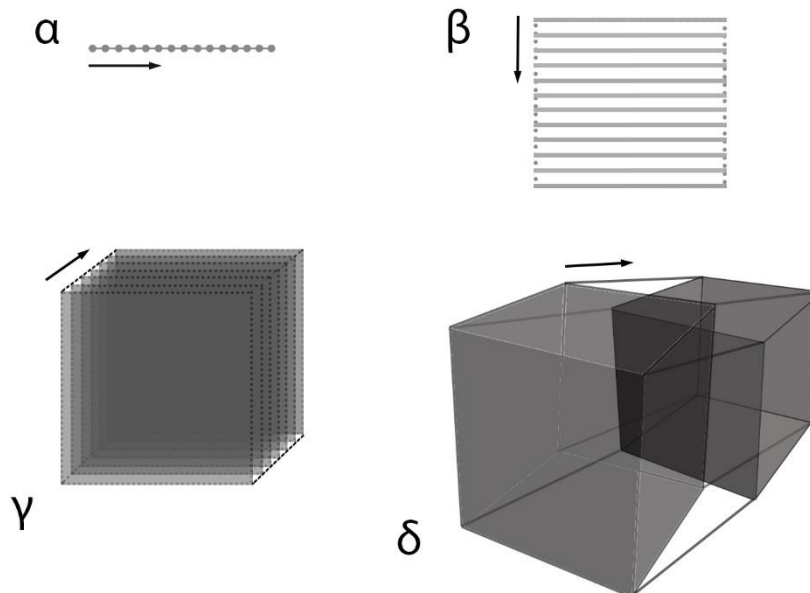
Η ένταση μιας οσμής μπορεί να μας κατευθύνει στον χώρο προς την αντίστοιχη πηγή. Αναφέραμε ότι στην έγχρωμη όραση κάθε χρώμα προκύπτει ως γραμμικός συνδυασμός τριών βασικών χρωμάτων, το κόκκινο, το πράσινο και το μπλε (*RGB scale*). Συνεπώς, κάθε σημείο του Χώρου μπορούμε να το αντιστοιχίσουμε με ένα σημείο σε ένα τριδιάστατο ευκλείδειο χώρο με διαστάσεις τα αντίστοιχα βασικά χρώματα (r,g,b). Το ίδιο μπορεί να γίνει και με την όσφρηση, ώστε κάθε οσμή να αντιστοιχεί σε ένα σημείο ενός πολυδιάστατου χώρου με συντεταγμένες κάποιες βασικές οσμές. Δεν έχει αποσαφηνιστεί πλήρως ο αριθμός των συντεταγμένων - διαστάσεων που απαιτούνται για να περιγραφεί πλήρως όλο το φάσμα των οσμών όμως, σύμφωνα με τις μελέτες που έχουν γίνει, απαιτούνται περισσότερες από οκτώ διαστάσεις. Ωστόσο, οι διαστάσεις που αναφέρθηκαν δεν αφορούν πραγματικές χωρικές διαστάσεις (Mamlouk and Martinetz 2004).

Κεφάλαιο 3: Υπερ-διαστάσεις

3.1 Μαθηματική περιγραφή της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης

3.1.1 Υπερκύβος

Για να περιγραφεί μαθηματικά η Τέταρτη Χωρική Διάσταση ξεκινούμε από ένα σημείο (Μηδενική Διάσταση). Αν κινηθεί πάνω σε μία ευθεία γραμμή δημιουργεί ένα ευθύγραμμο τμήμα, όπως φαίνεται στην εικόνα 16α, και ορίζεται έτσι η Πρώτη Διάσταση. Αν το ευθύγραμμο τμήμα κινηθεί σε διεύθυνση κάθετη σ' αυτό σε ίση απόσταση με πριν, όπως στην εικόνα 16β, σχηματίζεται ένα τετράγωνο και η Δεύτερη Διάσταση (επίπεδο). Αν κινηθεί τώρα το τετράγωνο σε διεύθυνση κάθετη προς αυτό σε ίση απόσταση, το αποτέλεσμα είναι ο κύβος και η Τρίτη Διάσταση (εικόνα 16γ). Ας υποθεθεί τώρα, ότι ο κύβος μετακινείται κάθετα σε μια διεύθυνση που δεν είναι κάποια από τις οικείες τρεις διαστάσεις του χώρου (εικόνα 16δ), αλλά αυτή της Τέταρτης Διάστασης. Το υπερ-στερεό που δημιουργείται από μία τέτοιου είδους μετακίνηση είναι ένας Υπερκύβος του οποίου η υπερ-επιφάνεια αποτελείται από 8 κύβους (Gardner 1989: 42-43) (Hinton 1888: 118). Όμως, η διεύθυνση αυτή της Τέταρτης Διάστασης δεν είναι δυνατόν να σχεδιαστεί, επειδή είμαστε «παγιδευμένοι» στον Τριδιάστατο Χώρο.



Εικόνα 16: Από το σημείο ως τον Υπερκύβο (πηγή: Traperas and Kanellopoulos 2018b).

Αυτό συμβαίνει γιατί δεν επαρκούν οι δυνατότητες της οπτικής μας αντίληψης για να καταλάβουμε τον τετραδιάστατο Υπερκύβο. Μπορούμε, όμως, χρησιμοποιώντας την Μαθηματική Επαγωγική Μέθοδο, να περιγράψουμε τα χαρακτηριστικά του ως εξής:

Στην εικόνα 16β το ευθύγραμμο τμήμα μετακινείται κάθετα μέχρι την τελική του θέση ώστε να δημιουργήσει ένα τετράγωνο. Κατά την κίνηση του τμήματος δημιουργούνται δύο κάθετες γραμμές, που σε συνδυασμό με την αρχική και τελική θέση του αρχικού τμήματος ορίζουν τις τέσσερις πλευρές του τετραγώνου και τις τέσσερις κορυφές του.

Στην εικόνα 16γ το τετράγωνο μετακινήθηκε κάθετα ώστε να δημιουργήσει έναν κύβο. Στο σχήμα υπάρχει το τετράγωνο στην αρχική του θέση, το τετράγωνο στην τελική του θέση και κάθε μια από τις τέσσερις πλευρές του τετραγώνου δημιούργησε κατά την κίνησή της από ένα νέο τετράγωνο. Σύνολο, δηλαδή, έξι τετράγωνα που αποτελούν την επιφάνεια του στερεού.

Στην εικόνα 16δ ο κύβος μετακινήθηκε σε μια διεύθυνση κάθετη στις γνωστές μας τρεις χωρικές διαστάσεις, αυτή της Τέταρτης Διάστασης. Από την κίνηση αυτή προκύπτει ο αρχικός κύβος, ο τελικός κύβος και, επιπλέον, κάθε μία από τις έξι πλευρές του αρχικού κύβου κατά την κίνησή της στην Τέταρτη Διάσταση, δημιουργεί ένα νέο κύβο. Στο σύνολο, δηλαδή, δημιουργούνται οκτώ κύβοι που αποτελούν την νέα τριδιάστατη υπερ-επιφάνεια του τετραδιάστατου στερεού. Μετρώντας τις κορυφές, τις ακμές και τις πλευρές των οκτώ νέων κύβων προκύπτουν τα εξής γεωμετρικά χαρακτηριστικά του Υπερκύβου (Πίνακας 1):

A. Οι 8 κύβοι δημιουργούν 64 κορυφές (8 κύβοι επί 8 κορυφές) που κάθε κορυφή είναι κοινή σε τέσσερις κύβους. Άρα στον Υπερκύβο υπάρχουν συνολικά 16 (64 δια 4) κορυφές.

B. Από κάθε κορυφή ξεκινάνε 4 ακμές άρα δημιουργούνται 64 ακμές (16 κορυφές επί 4 ακμές) που όμως ανά δύο είναι ίδιες (από την κορυφή A στην B και από την B στην A είναι η ίδια ακμή). Άρα στον Υπερκύβο υπάρχουν συνολικά 32 (64 δια 2) ακμές.

Γ. Οι 8 κύβοι δημιουργούν 48 τετράγωνες πλευρές (8 κύβοι επί 6 πλευρές) που κάθε πλευρά ανήκει σε 2 κύβους ταυτόχρονα όπως εφάπτονται. Άρα στον Υπερκύβο υπάρχουν συνολικά 24 (48 δια 2) πλευρές (Gardner 1989: 44-45).

Πίνακας 1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά Υπερκύβου (πηγή: Gardner 1989: 45).

Διαστάσεις χώρου	Σημεία- Κορυφές	Ευθύγραμμα τμήματα- πλευρές ή ακμές	Τετράγωνα- έδρες	Κύβοι	Υπερκύβοι
0	1	0	0	0	0
1	2	1	0	0	0
2	4	4	1	0	0
3	8	12	6	1	0
4	16	32	24	8	1

Εκτός από τον Υπερκύβο, είναι δυνατόν να περιγραφούν μαθηματικά οι ιδιότητες διαφόρων υπερ-στερεών, τεσσάρων αλλά και περισσότερων χωρικών διαστάσεων.

3.1.2 Υπερσφαίρα

Στην Τέταρτη Χωρική Διάσταση, το σύνολο των σημείων που οι αποστάσεις τους απέχουν εξίσου από ένα άλλο σημείο, το οποίο ονομάζεται «κέντρο», ορίζει την Υπερσφαίρα. Είναι ο ίδιος ορισμός που αναφέρεται στον κύκλο για τις δύο διαστάσεις του επιπέδου και στην σφαίρα για τις τρεις διαστάσεις του τριδιάστατου χώρου. Έτσι, λοιπόν, ισχύει η σχέση $x^2 + y^2 + z^2 + \omega^2 = r^2$, όπου x, y, z, ω είναι οι συντεταγμένες των σημείων ως προς τους άξονες των τεσσάρων χωρικών διαστάσεων που έχουν ως αρχή το κέντρο της Υπερσφαίρας και όπου r η ίση απόσταση των σημείων από αυτό, που ορίζει και την ακτίνα της Υπερσφαίρας (Thurston 1997: 32).⁶

3.2 Τρόποι Οπτικής Αντίληψης του Τετραδιάστατου Χώρου

Προσπάθειες για ακριβείς περιγραφές τετραδιάστατων σχημάτων προέκυψαν μέσα από την μαθηματική λογική, όπως αυτές των Poincaré και Jouffret οι οποίες οδήγησαν τους

⁶ Η Υπερσφαίρα τεσσάρων χωρικών διαστάσεων αναφέρεται ακόμη και ως τρι-σφαίρα (3-sphere) ή *glome*.

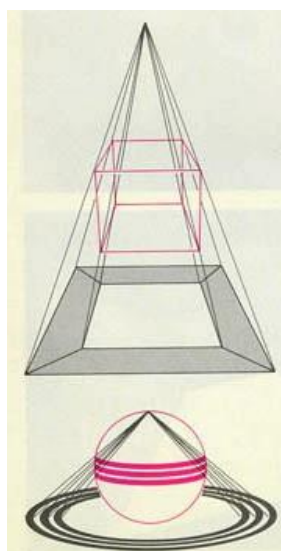
αναγνώστες τους σε φανταστικούς κόσμους και τους καλλιτέχνες σε νέες μορφές έκφρασης (Henderson 2013: 117, 158-62).

Τα τετραδιάστατα σχήματα, όπως ο Υπερκύβος και η Υπερσφαίρα, δεν είναι άμεσα αντιληπτά από την όρασή μας, τουλάχιστον με τον τρόπο που γίνεται αντιληπτό το τριδιάστατο περιβάλλον που ζούμε. Όμως, είναι δυνατόν να προσεγγιστούν οι ιδιότητες τους που αφορούν τις τρεις διαστάσεις και να γίνουν η αφορμή σύνθεσης της τετραδιάστατης εικόνας.

3.2.1 Προβολή

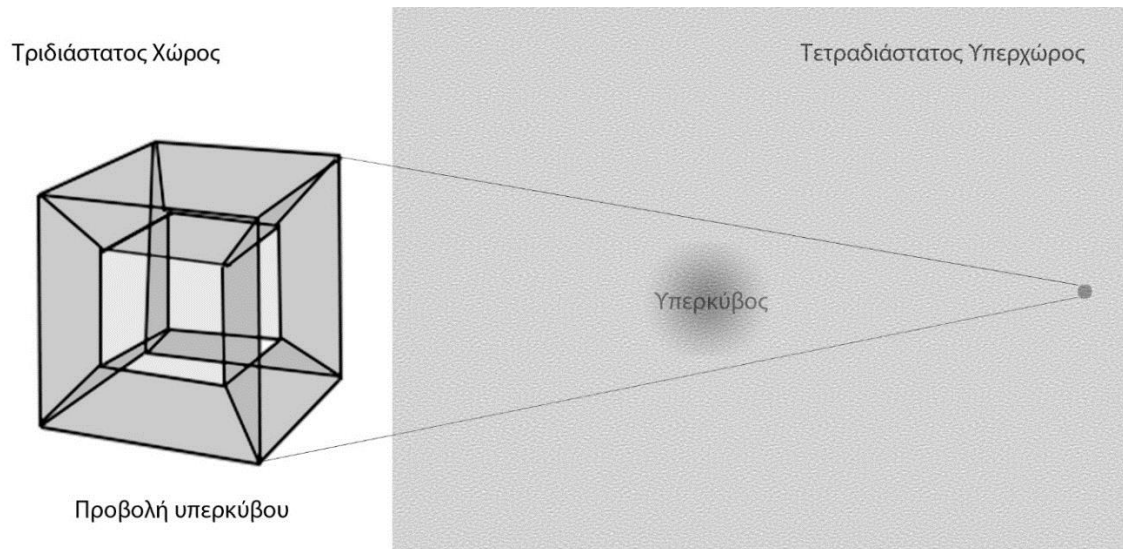
Ο πρώτος τρόπος που μπορούν να γίνουν αντιληπτά τα τετραδιάστατα υπερ-στερεά αφορά την προβολή τους στον Τριδιάστατο Χώρο. Όπως η προβολή - σκιά ενός τριδιάστατου αντικειμένου στο επίπεδο είναι ένα διδιάστατο σχήμα έτσι και η προβολή - σκιά ενός τετραδιάστατου αντικειμένου στον Τριδιάστατο Χώρο είναι ένα τριδιάστατο αντικείμενο.

Για παράδειγμα, κρατώντας τον συμμάτινο σκελετό ενός κύβου, έτσι ώστε το φως να ρίχνει την σκιά του πάνω σε μια επίπεδη επιφάνεια, είναι δυνατόν στρέφοντάς το να δημιουργούνται κάθε φορά διαφορετικά σχέδια με τις σκιές. Αν το φως έρχεται από ένα σημείο κοντά στον κύβο υπό συγκεκριμένη γωνία τότε σχηματίζεται η διδιάστατη σκιά που φαίνεται στην εικόνα 17.

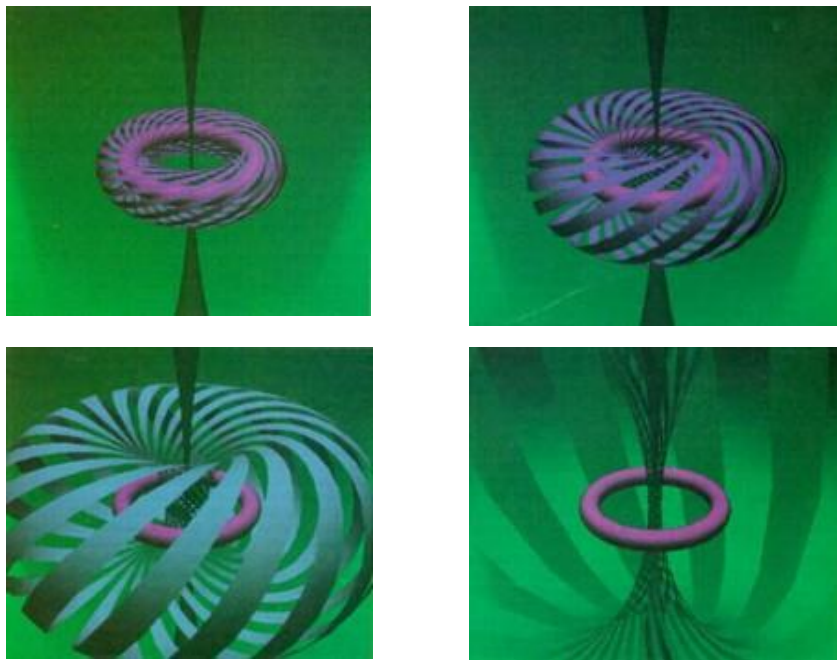


Εικόνα 17: Διδιάστατη σκιά ενός τριδιάστατου κύβου (πάνω) και τριδιάστατης σφαίρας (κάτω) στο επίπεδο (πηγή: Dewdney 1986).

Κατ' αντιστοιχία, το αποτέλεσμα της προβολής ενός Υπερκύβου τεσσάρων χωρικών διαστάσεων στον Τριδιάστατο Χώρο (Gardner 1989: 46-47) φαίνεται στην εικόνα 18.



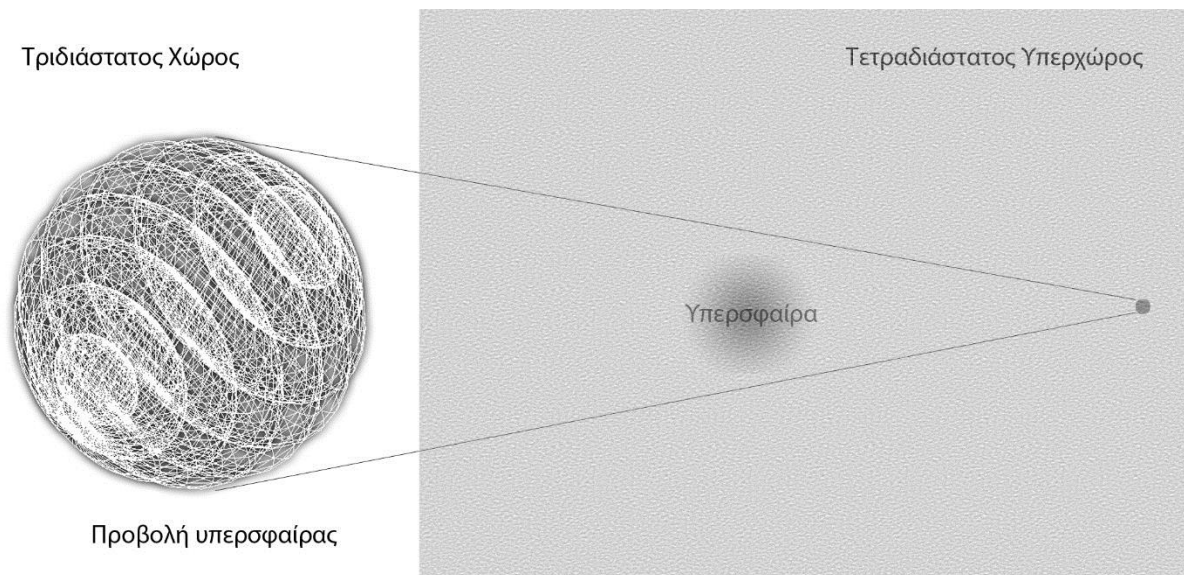
Εικόνα 18: Τριδιάστατη σκιά του τετραδιάστατου Υπερκύβου (σχέδιο του συγγραφέα).



Εικόνα 19: Διαδοχικές εικόνες ομόκεντρων τόρων που αντιστοιχούν στην προβολή της Τετραδιάστατης Υπερσφαίρας πάνω στον Τριδιάστατο Χώρο (πηγή: Dewdney 1986: 20).

Παρομοίως, η προβολή της Τριδιάστατης Σφαίρας σε ένα επίπεδο είναι ομόκεντροι κύκλοι που συνθέτουν έναν κυκλικό δίσκο (εικ. 17) (Dewdney 1986: 14).

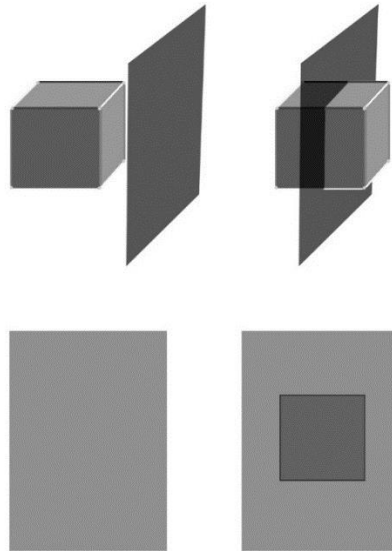
Κατ' αντιστοιχία, η προβολή της Υπερσφαίρας πάνω στον Τριδιάστατο Χώρο έχει χαρακτηριστεί ως ένα σύνολο από ομόκεντρους τόρους που συνθέτουν συνολικά την Τριδιάστατη Σφαίρα (εικ. 19 και 20) (Dewdney 1986: 15).



Εικόνα 20: Προβολή της Υπερσφαίρας στον Τριδιάστατο Χώρο (πηγή: σχέδιο του συγγραφέα πάνω στην εικόνα της Υπερσφαίρας του Antipon (2006)).

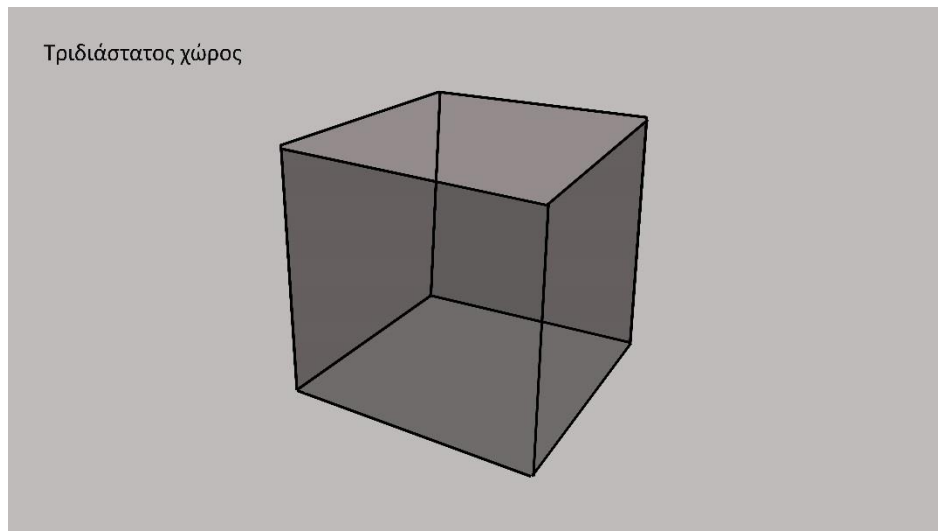
3.2.2 Διέλευση

Ένας δεύτερος τρόπος προσέγγισης ενός τετραδιάστατου αντικειμένου αναφέρεται στην τομή του με τον Τριδιάστατο Χώρο. Αν, για παράδειγμα, ζούσαμε σε ένα διδιάστατο κόσμο και μας επισκεπτόταν ένα κύβος, τότε αυτό που θα μπορούσαμε να αντιληφθούμε είναι η τομή του κύβου με τον επίπεδο κόσμο μας. Σε περίπτωση που ο κύβος διέρχεται με την πρώτη (τετράγωνη) πλευρά του παράλληλη προς το επίπεδο του κόσμου μας (εικ. 21), τότε το ίχνος του θα είναι ένα τετράγωνο.



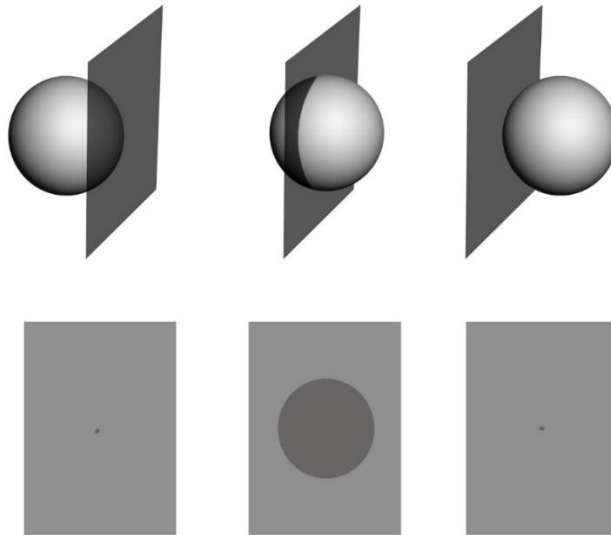
Εικόνα 21: Ίχνος τριδιάστατου κύβου κατά την διέλευση του από επίπεδο (σχέδιο του συγγραφέα).

Αντίστοιχα, αν ένας Υπερκύβος περνούσε μέσα από τον δικό μας Τριδιάστατο Χώρο, εκείνο που θα γινόταν αντιληπτό θα ήταν μόνο η τριδιάστατη τομή του. Σε περίπτωση που εισέρχεται στον δικό μας χώρο παράλληλα, σε σχέση με τον Τριδιάστατο Χώρο της πρώτης κυβικής του πλευράς (σε αντιστοιχία με το προηγούμενο παράδειγμα που αφορούσε μια διάσταση λιγότερη), τότε το ίχνος που αφήνει, για κάποιο χρονικό διάστημα μέχρι να εξαφανιστεί, είναι ένας τριδιάστατος κύβος (εικ. 22) (Hinton 1906: 12-14).



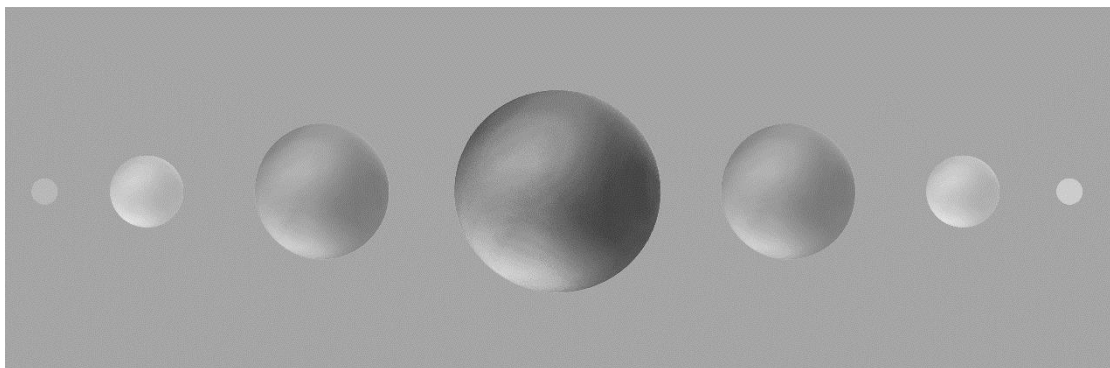
Εικόνα 22: Ίχνος τετραδιάστατου Υπερκύβου κατά την διέλευση του από τον Τριδιάστατο Χώρο (σχέδιο του συγγραφέα).

Το ίδιο συμβαίνει και με την σφαίρα. Έστω ότι υπάρχει μία σφαίρα που έρχεται σε επαφή και διαπερνά ένα επίπεδο. Το ίχνος της σφαίρας στο επίπεδο θα είναι ένας κύκλος που ξεκινάει από μηδενική ακτίνα, μεγαλώνει σε κύκλο ίσης ακτίνας με την ακτίνα της σφαίρας και ξαναμικραίνει μέχρι να εξαφανιστεί, όταν η σφαίρα εγκαταλείπει το επίπεδο (εικ. 23).



Εικόνα 23: Ίχνος τριδιάστατης σφαίρας κατά την διέλευση της από επίπεδο (σχέδιο του συγγραφέα).

Αυτό, λοιπόν, που είναι αναμενόμενο να δούμε από την διέλευση της Υπερσφαίρας μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο μας είναι να εμφανιστεί μια σχεδόν μηδενικής ακτίνας σφαίρα, που μεγαλώνει μέχρι να αποκτήσει μια μέγιστη ακτίνα και μετά ελαττώνεται μέχρι να εξαφανιστεί (εικ. 24) (Guth 2013b).

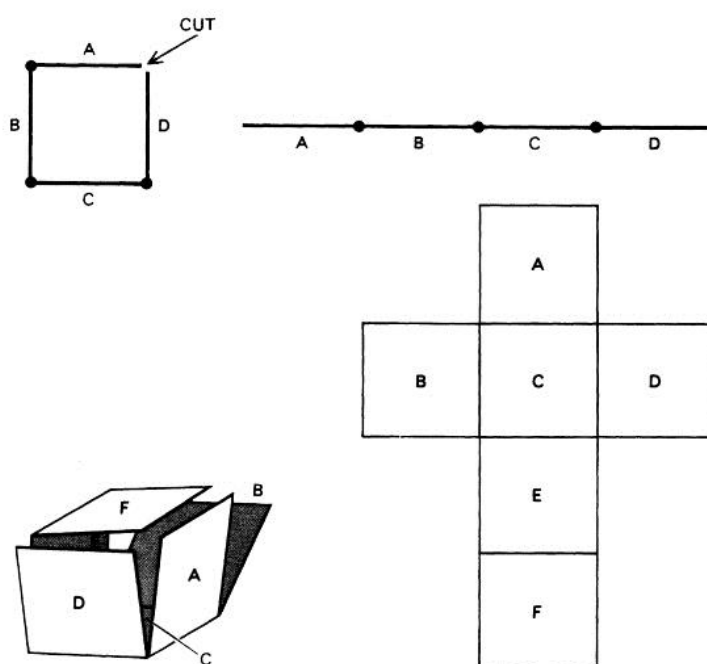


Εικόνα 24: Ίχνος τετραδιάστατης Υπερσφαίρας κατά την διέλευση της από τον Τριδιάστατο Χώρο. Όλες οι παραπάνω φάσεις δείχνουν την χρονική ακολουθία του συμβάντος και αντιστοιχούν στην ίδια θέση του χώρου (σχέδιο του συγγραφέα).

3.2.3 Ανάπτυξη

Μια τρίτη μέθοδος είναι η δημιουργία του αναπτύγματος του υπερ-στερεού πάνω στον Τριδιάστατο Χώρο. Το πρόβλημα του αναπτύγματος, για παράδειγμα, ενός τετραδιάστατου Υπερκύβου είναι δυνατό να προσεγγιστεί καλύτερα αν εξεταστεί επαγωγικά, σε σχέση με το ανάπτυγμα του διδιάστατου τετραγώνου στην μονοδιάστατη ευθεία και του τριδιάστατου κύβου στο διδιάστατο επίπεδο.

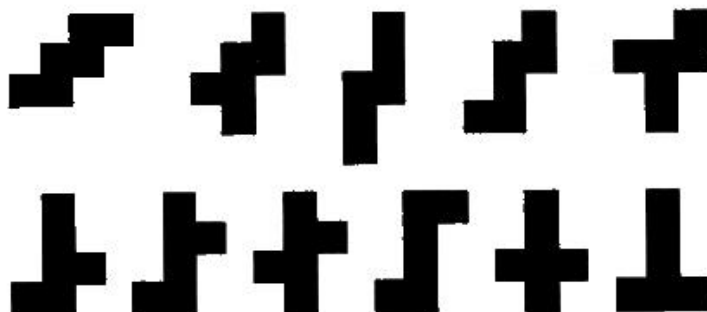
Αν κόψουμε ένα τετράγωνο πλαίσιο σε μια κορυφή του και το ξεδιπλώσουμε, θα σχηματιστεί μια ευθεία γραμμή, όπως φαίνεται στο επάνω μέρος της εικόνας 25. Κάθε ευθύγραμμο τμήμα περιστρέφεται γύρω από ένα σημείο, ώστε να αναπτυχθεί το τετράγωνο σε ευθεία γραμμή. Για να ξεδιπλώσουμε με όμοιο τρόπο έναν κύβο, φανταζόμαστε ότι αποτελείται από τετράγωνα πλαίσια ενωμένα στις ακμές τους. Κόβοντάς τον κατά μήκος επτά ακμών μπορούμε να ξεδιπλώσουμε τις τετράγωνες έδρες του ώστε η παράπλευρη επιφάνειά του να αναπτυχθεί στο επίπεδο και έτσι να σχηματιστεί ένα σταυροειδές σχήμα από τετράγωνα τα οποία ενώνονται, όπως φαίνεται στο κάτω μέρος της εικόνας 25.



Εικόνα 25: Επάνω: Ανάπτυγμα τετραγώνου στην μονοδιάστατη ευθεία (πηγή: Gardner 1989: 49).

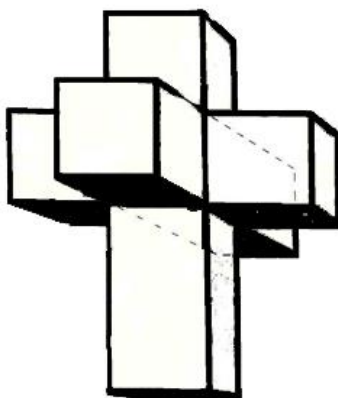
Κάτω: Ανάπτυγμα κύβου στο διδιάστατο επίπεδο (πηγή: Gardner 1989: 49).

Κόβοντας διαφορετικές ακμές κάθε φορά, μπορούμε να αναπτύξουμε την παράπλευρη επιφάνεια του κύβου στο επίπεδο με διαφορετικούς τρόπους (εικ. 26).



Εικόνα 26: Διαφορετικά αναπτύγματα κύβου στο επίπεδο (πηγή: Gardner 1989: 54).

Οι οκτώ κύβοι που αποτελούν την υπερ-επιφάνεια του Υπερκύβου μπορούν να κοπούν και να ξεδιπλωθούν με όμοιο τρόπο, περιστρέφοντάς τους γύρω από οποιαδήποτε έδρα του. Οι οκτώ κύβοι του τετραδιάστατου Υπερκύβου είναι ενωμένοι στις έδρες τους. Κάθε ένα από τα 24 τετράγωνα του τετραδιάστατου Υπερκύβου αποτελεί στην πραγματικότητα κοινό τμήμα δύο κύβων. Αν κόψουμε δεκαεπτά από τα είκοσι τέσσερα τετράγωνα, αποχωρίζοντας τα ζευγάρια των κύβων που ενώνονται σ' αυτά, κι αν αυτές οι τομές γίνουν στα σωστά τετράγωνα, οι οκτώ κύβοι θα είναι ελεύθεροι να περιστραφούν γύρω από τα επτά άκοπα τετράγωνα, στα οποία παραμένουν προσκολλημένοι, με αποτέλεσμα και οι οκτώ κύβοι να βρεθούν στον ίδιο τρισδιάστατο χώρο. Θα αποτελούν τότε το ανάπτυγμα ενός πολυ-κύβου που αποτελείται από οκτώ τριδιάστατους κύβους (εικ. 27) (Gardner 1989: 49-50).



Εικόνα 27: Ένα από τα αναπτύγματα του Υπερκύβου στον Τριδιάστατο Χώρο (πηγή: Gardner 1986: 55).

3.3 Χαρακτηριστικά της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης

3.3.1 Ισοδυναμία δεξιού-αριστερού στον Υπερχώρο

Μία ιδιότητα του τετραδιάστατου χώρου είναι η ισοδυναμία αριστερού και δεξιού. Ας υποθεθεί ότι πάνω στο επίπεδο υπάρχουν δύο συμμετρικά αντικείμενα, το ένα με σχήμα του γράμματος d και το άλλο με σχήμα του γράμματος b . Αν οι διαστάσεις των δύο αυτών διδιάστατων αντικειμένων είναι ακριβώς οι ίδιες, δεν υπάρχει δυνατότητα ταύτισης του ενός σχήματος με το άλλο με κάποια μετατόπιση ή περιστροφή του πάνω στο επίπεδο. Μόνο αν ένα από τα δύο σχήματα ανασηκωθεί, εκτός επιπέδου, στον Τριδιάστατο Χώρο και γυρίσει ανάποδα, μπορούν να ταυτιστούν ακριβώς.

Ανάλογα, στον Τριδιάστατο Χώρο τα χέρια μας αντιπροσωπεύουν μία αντίστοιχη περίπτωση συμμετρικής ομοιότητας. Δεν ταυτίζονται με καμία μετατόπιση ή περιστροφή. Ένα γάντι για το δεξί μας χέρι δεν μπορεί να ταιριάζει στο αριστερό μας χέρι. Αν όμως γυρίσει ανάποδα το μέσα - έξω, θα ταιριάζει. Ας υποθεθεί, τώρα ότι το ίδιο πράγμα που έγινε με το γάντι γίνεται και με το στερεό χέρι, ότι, δηλαδή, το τραβάμε μέσα από τον εαυτό του. Αν ήταν δυνατή μια τέτοια πράξη, τότε το δεξί χέρι θα μεταβαλλόταν σε ένα ακριβές μοντέλο του αριστερού χεριού. Μια τέτοια όμως πράξη θα ήταν δυνατή σε ένα χώρο ανώτερης διάστασης, όπως συνέβη και με τα σχήματα στο επίπεδο (Ouspensky 2005: 87).

3.3.2 Δημιουργία κόμπων στις διαστάσεις

Η δημιουργία κόμπων μιας γραμμής (π.χ. ενός σχοινιού) είναι χαρακτηριστικό μόνο της τρίτης χωρικής διάστασης. Στην Δεύτερη Χωρική Διάσταση δεν είναι δυνατή η δημιουργία κόμπου επειδή δεν υπάρχει η δυνατότητα υπερπήδησης της μίας γραμμής από μία άλλη λόγω απουσίας του ύψους και του βάθους. Στην Τέταρτη Χωρική Διάσταση (καθώς και στις ανώτερες) δεν υπάρχει δυνατότητα δημιουργίας κόμπου επειδή ο κόμπος λύνεται κατά την υπερπήδηση της μίας γραμμής πάνω από την άλλη, στην ανώτερη διάσταση (Knill 2006).

3.3.3 Παραμόρφωση κύματος σε διαστάσεις εκτός της Πρώτης και Τρίτης Χωρικής

Κατά τη διάδοση ενός κύματος στην οικεία Τρίτη Χωρική Διάσταση παρατηρείται ότι όταν μια πηγή, για παράδειγμα μια λάμπα, ανάβει για ένα δευτερόλεπτο ακριβώς, ένας παρατηρητής που βρίσκεται σε κάποια απόσταση από το γεγονός θα δει το φως από την λάμπα να διαρκεί ακριβώς ένα δευτερόλεπτο. Το ίδιο θα συμβεί και για κύματα οποιασδήποτε άλλης μορφής, όπως για παράδειγμα για ένα ηχητικό κύμα. Αυτή είναι μία ιδιότητα μόνο της Πρώτης και της Τρίτης Χωρικής Διάστασης. Το κύμα στις διαστάσεις αυτές διαδίδεται με μία μόνο σταθερή ταχύτητα και φέρνει το παραπάνω αποτέλεσμα.

Αυτό όμως δεν ισχύει στις υπόλοιπες διαστάσεις. Για παράδειγμα, στην Δεύτερη Χωρική Διάσταση αν παραχθεί ένα κύμα, όπως όταν ρίχνουμε ένα βότσαλο στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης, αναμένεται να δημιουργηθεί ένα κυκλικό - ομόκεντρο κύμα το οποίο θα απομακρυνθεί από την πηγή (το σημείο όπου ρίξαμε το βότσαλο) χωρίς να υπάρχει κάποια παραμόρφωση της επιφάνειας πριν ή μετά το κύμα. Η εμπειρία μας όμως μας λέει ότι η επιφάνεια του νερού δεν θα είναι ήρεμη στο εσωτερικό του κύκλου. Δηλαδή η επιφάνεια της λίμνης που περικλείεται από το κυκλικό κύριο κύμα θα αναταραχθεί με μικρότερου πλάτους κύματα τα οποία ακολουθούν το κύριο και αποσβένουν μετά από κάποιο χρονικό διάστημα (Math Pages 2017a).

Αντίστοιχα για τους υπερχώρους, όπως και για την Δεύτερη Χωρική Διάσταση, από κάποια αρχική διέγερση που μπορεί να προκαλέσει μια διαταραχή, θα διαδίδεται ένα κύριο κύμα με δευτερεύοντα κύματα μικρότερης έντασης να έπονται του αρχικού (Morley 1985: 69-71).

3.3.4 Μείωση έντασης κύματος με την απόσταση

Για να περιγραφεί ένα σφαιρικό υπερχωρικό κύμα (όπως κύμα φωτός ή ηχητικό) θα πρέπει να ληφθεί υπόψη η έντονη μείωση της έντασής του κατά την απομάκρυνση από την πηγή. Με βάση τους υπολογισμούς που αφορούν την επιφάνεια ενός σφαιρικού κύματος, η ελάττωση της έντασης δίνεται από την αντίστροφη αναλογία του R^{N-1} (όπου R η απόσταση από την πηγή και η ακτίνα της αντίστοιχης N -διάστατης σφαίρας). Για παράδειγμα, για την οικεία μας τρίτη χωρική διάσταση, όταν έχουμε σημειακή πηγή, η ένταση είναι αντιστρόφως ανάλογη

με το τετράγωνο της απόστασής μας από την πηγή, ενώ για τις τέσσερις χωρικές διαστάσεις είναι αντιστρόφως ανάλογη με την τρίτη δύναμη της απόστασης αυτής. Αποδεικνύεται όμως ότι για ανώτερες των τριών χωρικών διαστάσεων η μείωση είναι ακόμη μεγαλύτερη, επειδή και το πλάτος του κύματος (από το οποίο επίσης εξαρτάται η ένταση) περιέχει όρους που εξαρτώνται αντίστροφα από ανώτερη της τρίτης δύναμης της απόστασης από την πηγή (Math Pages 2017b).

3.4 Υπερχωρικές διαστάσεις

3.4.1 Θεωρία του Χάους – Μορφοκλασματικές διαστάσεις (*fractals*)

Από τα μέσα του 19^{ου} αιώνα υπήρχε μια έντονη διαμάχη ανάμεσα στους φυσικούς σχετικά με την ντετερμινιστική και την στατιστική θεώρηση των φυσικών φαινομένων. Σημαντικοί επιστήμονες όπως ο Newton και ο Laplace συνέβαλαν στην θεμελίωση της Κλασσικής Φυσικής η οποία, με τους νόμους της, περιγράφει με απόλυτη ακρίβεια τα χαρακτηριστικά της κίνησης ενός σώματος. Για παράδειγμα, αν γνωρίζουμε τις αρχικές συνθήκες ενός σώματος, με βάση τις εξισώσεις κίνησης, μπορούμε να προβλέψουμε ακριβώς την θέση και ταχύτητά του μετά από ορισμένο χρόνο. Οι επιστήμονες όμως που διατύπωσαν τους νόμους της Στατιστικής Μηχανικής, όπως ο Gibbs και ο Boltzmann, εισήγαγαν την έννοια της πιθανότητας στην περιγραφή ενός συστήματος μεγάλου πλήθους σωμάτων όπως ενός αερίου που πολλές φορές ερχόταν σε αντίθεση με τις αρχές της Κλασσικής Φυσικής. Υπήρχαν παραδείγματα που επιβεβαίωναν την μία θεωρία και άλλα που την κατέρριπταν και λειτουργούσαν με βάση την άλλη. Το αδιέξοδο αυτό μπόρεσε να λύσει η Θεωρία του Χάους η οποία βασίζεται στην εξαιρετικά ευαίσθητη εξάρτηση της κίνησης από τις αρχικές συνθήκες. Η θεωρία αυτή βρίσκει εφαρμογή σε συστήματα με μεγάλο πλήθος σωμάτων, όπως αυτά που απαιτεί η Στατιστική Μηχανική, αλλά το εντυπωσιακό είναι ότι μπορεί να εφαρμοστεί ακόμη και στην κίνηση ενός μόνο σώματος αρκεί να περιγράφεται από τουλάχιστον τρεις μεταβλητές εξαρτημένες μεταξύ τους με μη γραμμικές δυνάμεις, όπως για παράδειγμα δυνάμεις κρούσης (μια μικρή κρούση της μπίλιας στην ρουλέτα γνωρίζουμε ότι οδηγεί σε μια κίνηση που δεν μπορεί να προβλέψει η Κλασσική Φυσική). Δύο πιθανές τροχιές ενός σώματος που δέχεται μη γραμμικές δυνάμεις μπορεί αρχικά να βρίσκονται κοντά η μία στην άλλη, αλλά σύντομα απομακρύνονται έντονα μεταξύ τους δίνοντας απρόβλεπτα αποτελέσματα. Η αδυναμία πρόβλεψης της συμπεριφοράς ενός τέτοιου συστήματος οφείλεται ουσιαστικά στην αντίστοιχη

αδυναμία μέτρησης μεγεθών που καθορίζουν τις αρχικές συνθήκες κίνησης είτε λόγω των οργάνων μέτρησης, είτε επειδή είναι άρρητοι αριθμοί που έχουν άπειρα δεκαδικά ψηφία. Μια μικρή διαφορά σε ένα ψηφίο που βρίσκεται πέρα από τις δυνατότητές μας για να μετρηθεί, μπορεί να δώσει στο σώμα ή στο σύστημα που εξετάζεται, εντελώς διαφορετική συμπεριφορά από τις γειτονικές τιμές του (Gleick 1990: 14-18).

Έτσι, ένα σύστημα μπορεί, για διαφορετικές αρχικές τιμές, να προτιμάει την μία ή την άλλη συμπεριφορά, όπως για παράδειγμα για κάποιες συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας μια ομάδα από σύννεφα μπορεί να διαλυθεί ή να οδηγήσει σε βροχή. Οι τιμές όμως που βρίσκονται στο όριο από αυτές τις δύο καταστάσεις εμφανίζουν μια άπειρη πολυπλοκότητα, ένα ασαφές σύνορο που έχει μία επ' άπειρον δομή η οποία επαναλαμβάνεται σε μικρότερες διαρκώς κλίμακες. Το σύνορο αυτό εμφανίζει μια αυτό-ομοιότητα όσο και αν το μεγεθύνουμε. Είναι τα γνωστά *fractals* (μορφοκλασματικά) στα οποία παρουσιάζεται το φαινόμενο των κλασματικών διαστάσεων. Ο ουσιαστικός αριθμός των διαστάσεων των αυτο-ομοίων σχημάτων που γεννιούνται από ένα *fractal* διαφέρει από τις συνηθισμένες ακέραιες διαστάσεις. Ο πατέρας των *fractals* και των κλασματικών διαστάσεων θεωρείται ο Benoit Mandelbrot (Gleick 1990: 138-139).

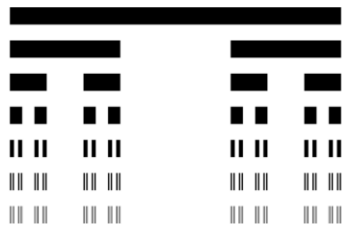
Αυτο-όμοια μαθηματικά σχήματα τα οποία προκύπτουν με απλές διαδικασίες, όπως η σκόνη του Cantor, η καμπύλη Von Koch, το τρίγωνο και το χαλί Sierpinski, και το σφουγγάρι του Menger, έχουν παράξενες ιδιότητες όπως για παράδειγμα άπειρο μήκος γραμμής η οποία περιβάλλει ένα πεπερασμένο εμβαδόν (νιφάδα Von Koch) ή άπειρη επιφάνεια με μηδενικό όγκο (σφουγγάρι Menger) (εικ. 28).

Η κλασματική διάσταση είναι ο βαθμός της μη κανονικότητας που αντιστοιχεί στην ιδιότητα του αυτο-ομοίου αντικειμένου να καταλαμβάνει τον χώρο.⁷ Μία απλή ευκλείδεια και μονοδιάστατη γραμμή δεν καταλαμβάνει καθόλου επίπεδο χώρο και έχει διάσταση 1. Αλλά το σχεδιάγραμμα της καμπύλης Von Koch, με το άπειρο μήκος της που συνωστίζεται σε μια πεπερασμένη επιφάνεια, καταλαμβάνει επίπεδο χώρο και έχει διάσταση περίπου 1,26 (εικ.

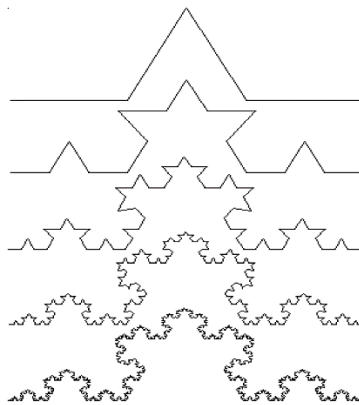
⁷Ο Hausdorff έδωσε, ίσως, τον καλύτερο τρόπο υπολογισμού της διάστασης ενός αυτοομοίου σχήματος. Αν, λοιπόν, ένα τέτοιο σχήμα αποτελείται από N το πλήθος μέρη, καθένα από τα οποία είναι r φορές του αρχικού σχήματος, η διάσταση του ορίζεται ως $D = \frac{\log N}{\log(\frac{1}{r})}$. Η καμπύλη Von Koch αποτελείται από $N=4$ ευθύγραμμα τμήματα που το καθένα από αυτά αποτελεί το $r=1/3$ του αρχικού ευθύγραμμου τμήματος. Συνεπώς η διάστασή της είναι $D = \frac{\log 4}{\log 3} = 1,26$ (Schleicher 2007: 5-6).

28β). Είναι κάτι περισσότερο από γραμμή αλλά και κάτι λιγότερο από επίπεδο. Έχει κάτι περισσότερο από μία διάσταση αλλά και κάτι λιγότερο από δύο διαστάσεις (Gleick 1990: 140-42).

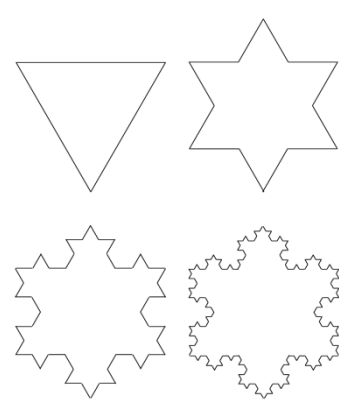
Διάσταση μεγαλύτερη της Τρίτης Χωρικής αποτελεί υπερχώρο· συνεπώς τα *fractals* μπορούν να δώσουν τη δυνατότητα προσέγγισης των ανώτερων διαστάσεων μέσα από μία κλασματική διάσταση μεταξύ τρίτης και τέταρτης χωρικής διάστασης.



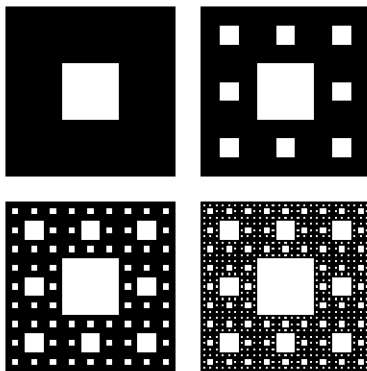
(α)



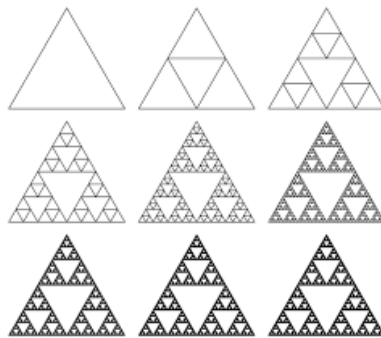
(β)



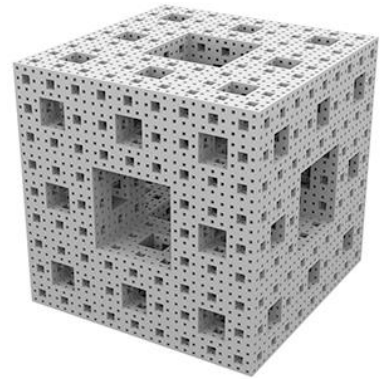
(γ)



(δ)



(ε)



(στ)

Εικόνα 28: (α) Σκόνη του Cantor (β) Καμπύλη Von Koch (γ) Νιφάδα Von Koch (δ) Χαλί Sierpinski (ε) Τρίγωνο Sierpinski (στ) Σφουγγάρι Menger (πηγή: Gleick 1990: 140, 143).

3.4.2 Διαστάσεις Hilbert

Οι χώροι Hilbert πήραν το όνομά τους από τον David Hilbert ο οποίος διατύπωσε την θεωρία του στις αρχές του εικοστού αιώνα. Ο χώρος Hilbert είναι ένας γραμμικός διανυσματικός χώρος και χαρακτηρίζεται από άπειρες διαστάσεις, που δεν έχουν σχέση με την φυσική έννοια της διάστασης όπως την ξέρουμε. Βρίσκει, όμως, εφαρμογή στην Φυσική, γιατί μπορεί να περιγράψει μία κατάσταση στην Κβαντομηχανική, όπως εισήγαγε το 1927 ο μαθηματικός John von Neumann (Dianith 2010: 395).

Με βάση την θεωρία αυτή, σε κάθε κβαντική κατάσταση ενός φυσικού συστήματος, δηλαδή σε κάθε κυματοσυνάρτηση που περιέχει την πληροφορία για τις πιθανές καταστάσεις ενός φυσικού συστήματος για μία δεδομένη χρονική στιγμή, αντιστοιχεί ένα διάνυσμα του χώρου Hilbert το οποίο ονομάζεται καταστατικό διάνυσμα (Αναστόπουλος: 70).

3.4.3 Υπερσυμμετρία και Φερμιονικές διαστάσεις

Όλα τα σωματίδια της ύλης χαρακτηρίζονται από μία ιδιότητα που ονομάζεται *spin*. Το *spin* για σώματα μεγάλων διαστάσεων έχει σχέση με την ιδιοπεριστροφή, δηλαδή την περιστροφή γύρω από τον εαυτό τους. Όσον αφορά όμως τα στοιχειώδη σωματίδια, το *spin* είναι μία ενδογενής ιδιότητα, όπως για παράδειγμα η μάζα ή το φορτίο του, και οι επιστήμονες του δίνουν την τιμή $\frac{1}{2}$.⁸ Οι φορείς όμως των δυνάμεων, όπως για παράδειγμα τα φωτόνια που είναι φορείς της ηλεκτρομαγνητικής δύναμης, έχουν ακέραιο *spin*: 1 για τους φορείς της ηλεκτρομαγνητικής και των δύο πυρηνικών δυνάμεων (ισχυρή και ασθενής) και 2 για το Βαρυτόνιο φορέα της Βαρυτικής Δύναμης, που είναι και η μεγαλύτερη τιμή *spin* που δεχόμαστε για σωματίδιο. Τα σωματίδια με ημιακέραιο *spin* ονομάζονται φερμιόνια, ενώ αυτά με ακέραιο ονομάζονται Μποζόνια (Green 2004: 254).

Τα φερμιόνια υπακούουν στην απαγορευτική αρχή η οποία μας λέει ότι δεν μπορούν να βρίσκονται στην ίδια κβαντική κατάσταση ενός ατόμου που χαρακτηρίζεται από συγκεκριμένους αριθμούς ενέργειας και στροφορμής. Τα Μποζόνια, αντίθετα, τείνουν να καταλαμβάνουν παρόμοιες κβαντικές καταστάσεις (Gubser 2010: 122).

⁸ Στην πραγματικότητα είναι $\hbar/2$, όπου $\hbar = h/2\pi$ με h την σταθερά του Planck που έχει την τιμή $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ κατά προσέγγιση.

Οι νόμοι της φύσης ισχύουν με τον ίδιο τρόπο για παρατηρητές που κινούνται με διαφορετικές ταχύτητες και παρατηρητές που βρίσκονται υπό διαφορετική γωνία θέασης. Υπάρχουν, δηλαδή, συμμετρίες ως προς τον τρόπο επιβεβαίωσης των νόμων της φύσης. Υπάρχει όμως και μία συμμετρία ως προς την μαθηματική επιβεβαίωση των νόμων της φύσης που έχει να κάνει με το *spin*: η Υπερσυμμετρία. Με βάση την θεωρία αυτή θα πρέπει τα διάφορα σωματίδια της φύσης να εμφανίζονται κατά ζεύγη των οποίων τα *spins* να διαφέρουν κατά $\frac{1}{2}$. Τα σωματίδια αυτά λέγονται «Υπέρταιροι». Έτσι για παράδειγμα ένα ηλεκτρόνιο με *spin* $\frac{1}{2}$ θα έχει υπέρταιρο ένα σωματίδιο φορέα δύναμης που ονομάζεται s-ηλεκτρόνιο (ακέραιο *spin* με τιμή 0). Όμως οι υπέρταιροι δεν έχουν ακόμη ανακαλυφθεί πειραματικά, αν και είναι απαραίτητοι για την εξήγηση της Θεωρίας των Χορδών και της M-Θεωρίας (Green 2004: 254). Η ανακάλυψη των υπερταίρων δεν θα επαλήθευε τις παραπάνω θεωρίες αλλά θα έδειχνε ότι βρίσκονται στο σωστό δρόμο, αφού υπάρχει ελάχιστη πιθανότητα να ισχύει μόνο η Υπερσυμμετρία, ανεξάρτητα από τις Θεωρίες Χορδών.

Η Υπερσυμμετρία εισάγει την έννοια της Φερμιονικής Διάστασης. Οι οικίες διαστάσεις καθώς και οι υπόλοιπες διαστάσεις των Θεωριών των Χορδών ονομάζονται Μποζονικές Διαστάσεις στις οποίες οι αποστάσεις έχουν διαστάσεις μήκους, ενώ ο πολλαπλασιασμός δύο διαστάσεων μήκους δημιουργεί διαστάσεις επιφάνειας και Τριδιάστατου Χώρου. Οι φερμιονικές διαστάσεις δεν καθορίζονται με διαστάσεις μήκους αλλά με μονάδες *spin*. Η κίνηση ενός σωματιδίου προς τις Φερμιονικές Διαστάσεις γίνεται με κβαντικά άλματα του *spin* του. Το Μποζόνιο Higgs, επειδή έχει μηδενικό *spin*, θεωρούμε ότι δεν κινείται στην Φερμιονική Διάσταση, το ηλεκτρόνιο που έχει μία στοιχειώδη μονάδα *spin* ($1/2$) κινείται σε μία φερμιονική διάσταση, το φωτόνιο που έχει *spin* 1, δηλαδή δύο φορές την στοιχειώδη μονάδα *spin*, κινείται σε δύο φερμιονικές διαστάσεις.

Οι υπέρταιροι είναι τα σωματίδια που προκύπτουν όταν τα αρχικά σωματίδια κινηθούν σε μία επιπλέον φερμιονική διάσταση, άρα διαφέρουν από το αρχικό τους *spin* κατά μία μονάδα *spin* ($1/2$). Το υπερσυμμετρικό σωματίδιο που προκύπτει έχει την ίδια μάζα και φορτίο με το αρχικό, αλλά αν ήταν Μποζόνιο (ακέραιο *spin*) γίνεται Φερμιόνιο (ημιακέραιο *spin*) και αντίστροφα (Gubser 2010: 126).

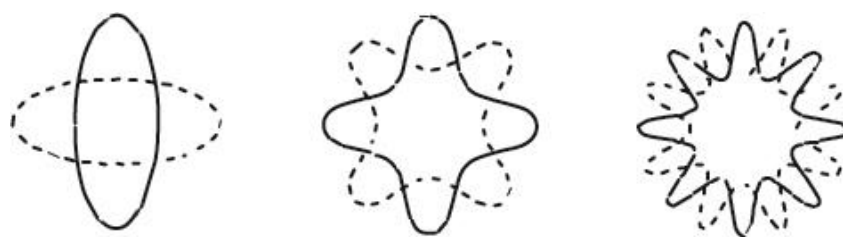
3.4.4 Θεωρίες των Χορδών και Διαστάσεις

3.4.4.1 Περιγραφή Θεωριών των Χορδών

Η σύγχρονη Φυσική στηρίζεται πάνω σε δύο ακρογωνιαίους λίθους: την Γενική Θεωρία της Σχετικότητας και την Κβαντική Μηχανική. Η πρώτη βοηθά στην κατανόηση του σύμπαντος στις μεγάλες κλίμακες, όπως τα άστρα και οι γαλαξίες, ενώ η δεύτερη αναφέρεται στην ατομική και υποατομική κλίμακα. Όλες οι προβλέψεις των παραπάνω θεωριών αποδεικνύονται από όλα τα πειράματα με μεγάλη ακρίβεια. Προκύπτει όμως ένα πρόβλημα. Υπάρχει ασυμβατότητα μεταξύ των δύο αυτών θεωριών όταν προσπαθούν να εξηγήσουν μοντέλα όπως το κέντρο μίας μαύρης τρύπας και την αρχή του κόσμου με το απειροελάχιστο σημείο από όπου προέκυψε όλη η ύλη και η ενέργεια που υπάρχει. Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας αφορά μόνο τις πολύ μεγάλες διαστάσεις, ενώ η Κβαντική Μηχανική τις πολύ μικρές· δεν ισχύουν και οι δύο ταυτόχρονα. Η Θεωρία των Χορδών που προέκυψε ως εναλλακτική στην προσπάθεια εύρεσης μιας ενοποιημένης Θεωρίας των Πάντων, αίρει αυτή την ασυμβατότητα και βασιζόμενη στις δύο θεωρίες εξηγεί ταυτόχρονα τα φαινόμενα ανεξάρτητα από την κλίμακα (Green 2004: 19-21).

Η θεωρία αυτή δέχεται ότι κάθε σωματίδιο που αποτελεί τον κόσμο μας, αλλά και κάθε δύναμη – αλληλεπίδραση, ουσιαστικά αποτελείται από μία χορδή, ένα απειροελάχιστο «λαστιχάκι» με ενωμένες ή ανοιχτές άκρες που ταλαντώνεται στις ανώτερες διαστάσεις με μια συγκεκριμένη συχνότητα – νότα (Green 2004: 34, 37). Το υλικό όλης της ύλης και όλων των δυνάμεων είναι το ίδιο. Η διαφορά τους έγκειται στις διαφορετικές συχνότητες και τρόπους ταλάντωσης των χορδών (εικ. 29) (Green 2004: 218).

Οι χορδές αυτές ταλαντώνονται και συστρέφονται μέσα σε ένα πολύπλοκο λαβύρινθο πολλών διαστάσεων, διαγράφοντας τα συστατικά και τους νόμους του σύμπαντος. Όλες οι φυσικές σταθερές και οι τιμές των χαρακτηριστικών των σωματιδίων που απαρτίζουν τον κόσμο μας προκύπτουν από την «μουσική» των χορδών αυτών (Green 2004: 41, 217).



Εικόνα 29: Ταλαντώσεις χορδών (πηγή: Green 2004: 216).

Οι διαστάσεις των χορδών αυτών είναι πολύ μικρότερες από τις γνωστές ατομικές κλίμακες: είναι της τάξης των 10^{-33} cm . Η διάσταση αυτή είναι γνωστή και ως Διάσταση Planck και πήρε το όνομά της από τον πατέρα της κβαντικής μηχανικής Max Planck.⁹ Η διάσταση αυτή είναι τόσο μικρή που αν μεγεθύνουμε ένα άτομο στην διάσταση του σύμπαντος, στην ίδια μεγέθυνση μία χορδή θα έφτανε τις διαστάσεις ενός δέντρου (Green 2004: 199).

Η αρχή της νέας θεωρίας έγινε από τον Gabriele Veneziano, το 1968, όταν ήταν υπότροφος στο ερευνητικό κέντρο CERN στην Γενεύης της Ελβετίας. Παρατήρησε ότι ένας μαθηματικός τύπος του Euler, γνωστός ως συνάρτηση β , εξηγούσε πολλές από τις ιδιότητες της ισχυρής πυρηνικής δύναμης, χωρίς όμως να γνωρίζει την σύνδεσή της με τα φυσικά αυτά φαινόμενα. Η εξήγηση αυτής της ιδιότητας της μαθηματικής συνάρτησης έγινε το 1970 από τους Nambu, Nielsen και Susskind. Απέδειξαν ότι η περιγραφή των πυρηνικών ιδιοτήτων μπορεί να γίνει με την χρήση της συνάρτησης β , αν εφαρμοζόταν σε ένα μοντέλο αποτελούμενο από παλλόμενες χορδές τόσο μικρές ώστε να εμφανίζονται ως στοιχειώδη σωματίδια. Πειράματα τα οποία έγιναν στις αρχές της ίδιας δεκαετίας αμφισβήτησαν την ορθότητα της θεωρίας ως προς την εξήγηση της ισχυρής πυρηνικής δύναμης. Η κομψότητα, όμως, της θεωρίας οδήγησε τους Schwarz και Scherk το 1974 να εξηγήσουν με βάση τις ταλαντώσεις χορδής τις ιδιότητες ενός υποθετικού σωματιδίου, φορέα της βαρυτικής δύναμης, του βαρυτονίου. Ενώ το βαρυτόνιο δεν έχει ανιχνευτεί ακόμη και σήμερα, οι θεωρητικοί φυσικοί μπορούν να προβλέψουν βασικά χαρακτηριστικά του. Έτσι πρότειναν την Θεωρία των Χορδών ως λύση για την ενοποίηση της Κβαντομηχανικής και της βαρύτητας. Η εξήγηση αυτή δεν έπεισε τον επιστημονικό κόσμο μέχρι το 1984, όταν οι Green και Schwarz απέδειξαν ότι η Θεωρία των Χορδών μπορούσε να επεκταθεί και να εξηγήσει όλη την ύλη και τις τέσσερις αλληλεπιδράσεις – δυνάμεις που υπάρχουν στην φύση, δηλαδή την βαρυτική, την ασθενή πυρηνική, την ισχυρή πυρηνική και την ηλεκτρομαγνητική δύναμη, και να γίνει αυτό που οι φυσικοί ονομάζουν «Θεωρία των Πάντων». Οι γνωστοί αριθμοί που περιγράφουν τις μάζες των στοιχειωδών σωματιδίων, τα φορτία και τις δυνάμεις τους, ενώ επαληθεύονται πειραματικά, θεωρητικά δεν προκύπτουν από κάποια εξίσωση ή μαθηματικό τύπο. Οι προσπάθειες της επιστημονικής κοινότητας για την θεωρητική εξήγηση με την βοήθεια της

⁹ Στους νόμους της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας εμφανίζονται οι σταθερές: c που είναι η ταχύτητα του φωτός και G που είναι η σταθερά στον νόμο της παγκόσμιας έλξης του Νεύτωνα. Στους νόμους της Κβαντομηχανικής εμφανίζεται η σταθερά $\hbar = h/2\pi$ όπου h η σταθερά του Planck. Η παράσταση $\sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$ έχει διαστάσεις μήκους και είναι περίπου ίση με $1,616 \cdot 10^{-33} \text{ cm}$ και συνδυάζει την Κβαντομηχανική με την Γενική Θεωρία της Σχετικότητας. Αυτό καθορίζει το μήκος Planck (Green 2004: 560-61).

Θεωρίας των Χορδών από το 1984 έως το 1986 έμεινε γνωστή και ως «πρώτη επανάσταση των χορδών». Οι επιστήμονες που ασχολήθηκαν συνάντησαν αρκετά εμπόδια. Η νέα θεωρία έπρεπε να θεμελιωθεί με δύσκολες μαθηματικές εξισώσεις που ήταν αδύνατο να λυθούν, αλλά ήταν δυνατόν απλώς να προσδιοριστούν προσεγγιστικά οι λύσεις τους, πολλές φορές όμως αυτό δεν ήταν αρκετό (Green 2004: 205-211).

Άλλο ένα πρόβλημα ήταν ότι η αρχική Θεωρία των Χορδών δεν περιείχε την Υπερσυμμετρία, γιατί δεν είχε ανακαλυφθεί ακόμη. Αυτό δημιούργησε κάποια αδιέξοδα στην θεωρία. Η πρώτη δυσκολία ήταν η απουσία πρόβλεψης σωματιδίων με ημιακέραιο *spin*, αφού αρχικά η θεωρία αφορούσε σωματίδια με ακέραιο *spin*, γι' αυτό ονομαζόταν και Μποζονική Θεωρία των Χορδών. Η δεύτερη δυσκολία ήταν η πρόβλεψη ενός σωματιδίου με αρνητική μάζα το οποίο ονομάστηκε ταχυνόνιο. Το 1971 ο Pierre Ramond εισήγαγε την Υπερσυμμετρική Θεωρία των Χορδών, γνωστή και ως Θεωρία των Υπερχορδών, η οποία δεχόταν δέκα διαστάσεις (εννέα χωρικές και μία χρονική) (Green 2004: 266-67, 296).¹⁰

Η εισαγωγή της Υπερσυμμετρίας στην Θεωρία των Χορδών μπορούσε να γίνει με πέντε διαφορετικούς τρόπους δίνοντας συνολικά πέντε Θεωρίες Υπερχορδών. Οι ονομασίες των πέντε Θεωριών Υπερχορδών είναι: Θεωρία Τύπου *I*, Θεωρία Τύπου *IIA*, Θεωρία Τύπου *IIB*, Θεωρία Ετεροτικού Τύπου *O(32)* και Θεωρία Ετεροτικού Τύπου *E₈ × E₈*. Αυτό έφερε σε αμηχανία τους επιστήμονες αφού θεωρούσαν ότι μία Θεωρία των Πάντων έπρεπε να φέρει την σφραγίδα της μοναδικότητας (Green 2004: 269-70).¹¹

Όμως, το 1995, στο συνέδριο περί Χορδών στο Πανεπιστήμιο της Νότιας Καλιφόρνιας, ο Edward Witten έθεσε τις βάσεις για την «δεύτερη επανάσταση των χορδών» (Green 2004: 210). Απέδειξε ότι οι πέντε Θεωρίες των Υπερχορδών είναι αλληλένδετες, όπως οι βραχίονες ενός αστερία, και είναι μέρος μίας ενιαίας θεωρίας, της *M*-Θεωρίας. Οι Θεωρίες των Υπερχορδών αλληλοσυμπληρώνονται ανά δύο και επομένως πρόβλεψε την ύπαρξη μίας έκτης

¹⁰ Η Θεωρία των Υπερχορδών προβλέπει σωματίδια με πολύ διαφορετικά ηλεκτρικά φορτία από αυτά που περιγράφει η Θεωρία Καθιερωμένου Προτύπου (*Standard Model*). Ενώ μέχρι τώρα ανιχνεύονταν σωματίδια με φορτίο 0, 1, -1 και *quarks* και *antiquarks* με φορτίο 1/3, 2/3, -1/3, -2/3 πολλαπλάσια του στοιχειώδους ηλεκτρικού φορτίου που διαθέτει το ηλεκτρόνιο (κατ' απόλυτη τιμή $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$), τώρα προβλέπονται σωματίδια με φορτία 1/5, 1/11, 1/13, 1/53 κ.ά. Η πειραματική επαλήθευση ύπαρξης σωματιδίων με φορτία τέτοιων τιμών θα αποτελέσει ισχυρή ένδειξη για την ισχύ των Θεωριών των Χορδών (Green 2004: 322-23).

¹¹ Ένα ερώτημα του Einstein ήταν: «Αν ο Θεός θα μπορούσε να έχει κατασκευάσει το Σύμπαν με διαφορετικό τρόπο, με άλλα λόγια, αν η αναγκαιότητα της λογικής απλότητας αφήνει το παραμικρό περιθώριο ελευθερίας». Έτσι, ως προς την άποψη αυτή που ασπάζονται πολλοί φυσικοί ότι υπάρχει μία τελική θεωρία για την φύση, ένα από τα πειστικότερα επιχειρήματα υπέρ της θα ήταν ότι η θεωρία αυτή δεν θα μπορούσε να είναι διαφορετική (Green 2004: 401).

Θεωρίας Υπερχορδών, της Ενδεκαδιάστατης Υπερβαρύτητας (Green 2004: 407, 425). Η *M*-Θεωρία δέχεται την ύπαρξη έντεκα διαστάσεων (δέκα χωρικών και μιας χρονικής) και περιλαμβάνει εκτός από τις παλλόμενες χορδές και άλλα αντικείμενα όπως τις μεμβράνες (*branes*) (Green 2004: 408). Οι μεμβράνες αυτές μπορεί να είναι μέχρι δέκα διαστάσεων (Green 2004: 448). Μια μεμβράνη μίας διάστασης είναι η γνωστή μας χορδή. Μία θεωρία με περισσότερες από έντεκα διαστάσεις οδηγεί σε σωματίδια χωρίς μάζα με *spin* μεγαλύτερο από 2, κάτι που απορρίπτεται γενικά από την επιστημονική κοινότητα (Green 2004: 578).

3.4.4.2 Θεωρία των Χορδών και ανώτερες διαστάσεις

Το 1919 ο Theodor Kaluza σε ένα άρθρο που έστειλε στον Einstein υποστήριξε ότι το σύμπαν περιέχει περισσότερες από τρεις χωρικές διαστάσεις. Η παραδοχή αυτή οδηγούσε στην ενοποίηση της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας με την Ηλεκτρομαγνητική Θεωρία του Maxwell (Green 2004: 288).

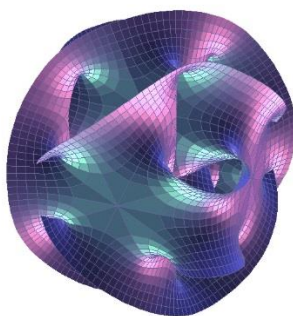
Το 1926 ο Oskar Klein συμπλήρωσε την θεωρία του Kaluza υποστηρίζοντας ότι το Σύμπαν διαθέτει τρεις εκτεταμένες αλλά και την Καμπυλωμένη Διάσταση, η οποία δεν είναι εύκολο να ανιχνευτεί, αφού το μέγεθός της είναι της τάξης του μήκους Planck (Green 2004: 281).

Η Καμπυλωμένη Διάσταση δεν είναι μέρος των τριών γνωστών διαστάσεων, αλλά αποτελεί μια καινούργια διάσταση. Η θεωρία αυτή κατέληξε στο περιθώριο, αφού οδηγούσε σε σοβαρές αντιφάσεις με πειραματικά δεδομένα όπως τον λόγο του φορτίου προς την μάζα του ηλεκτρονίου. Χρησιμοποιήθηκε, όμως, ύστερα από χρόνια από την Θεωρία των Χορδών (Green 2004: 289).

Η ύπαρξη των ανώτερων διαστάσεων ήταν απαραίτητη στην Θεωρία των Χορδών. Ένα αποτέλεσμα σε μια θεωρία, όπως η Κβαντομηχανική, μπορεί να υπάρξει μόνο όταν έχει πιθανότητα μεταξύ 0 και 1 (από 0% έως 100%). Αν οι υπολογισμοί μιας θεωρίας οδηγούν σε πιθανότητες εκτός των ορίων αυτών, ακόμη και σε απειρισμούς, τότε παρέχουν μία ισχυρή ένδειξη ότι δεν ισχύει, τουλάχιστον για την περίπτωση που εξετάζουμε. Στα πρώτα στάδια της Θεωρίας των Χορδών, οι φυσικοί οδηγήθηκαν σε αποτελέσματα με αρνητικές πιθανότητες, κάτι που δεν είναι αποδεκτό. Το αδιέξοδο αίρεται όταν οι χορδές μπορούν και ταλαντώνονται σε περισσότερες των τριών διαστάσεων. Οι υπολογισμοί έδειξαν ότι οι αρνητικές πιθανότητες εξαφανίζονται, αν θεωρηθεί ότι οι χορδές ταλαντώνονται σε εννέα χωρικές διαστάσεις (Green

2004: 294-96). Σε συνδυασμό με την Θεωρία των Kaluza – Klein η Θεωρία των Χορδών δέχεται ότι οι έξι από τις εννέα διαστάσεις είναι καμπυλωμένες και μικροσκοπικές. Έτσι, υπάρχουν συνολικά δέκα διαστάσεις: εννέα χωρικές και μία χρονική. Με βάση την Θεωρία των Brandenberger και Vafa, αρχικά όλες οι διαστάσεις του σύμπαντος είχαν το μέγεθος του μήκους Planck. Κατά την αρχή του κόσμου, τρεις από αυτές τις διαστάσεις αρχίζουν και διαστέλλονται. Το ότι μόνο τρεις διαστάσεις διαστέλλονται και όχι περισσότερες έχει σχέση με τις περιελιγμένες χορδές και αντιχορδές (χορδές που τυλίγουν την διάσταση προς την αντίθετη κατεύθυνση), οι οποίες συγκρατούν περιορισμένη μια διάσταση. Όταν συγκρούονται αυτές οι χορδές, αλληλοαναιρούνται και απελευθερώνουν την διάσταση σε διαστολή. Η πιθανότητα να συμβεί αυτή η σύγκρουση είναι μηδαμινή σε διάσταση μεγαλύτερη της Τρίτης Διάστασης (Green 2004: 508).

Οι έξι καμπυλωμένες διαστάσεις μπορούν να πάρουν συγκεκριμένα σχήματα τα οποία ονομάστηκαν Χώροι ή Σχήματα *Calabi - Yau* (εικ. 30). Τα Σχήματα αυτά προτάθηκαν το 1984 από τους Candelas, Horowitz, Strominger και Witten προς τιμήν δύο μαθηματικών: των Eugenio Calabi και Shing-Tung Yau. Είναι περίπου 100.000 σε αριθμό και η δυσκολία βρίσκεται στο ότι δε γνωρίζουμε ποιο από αυτά περιγράφει το δικό μας Σύμπαν (Green 2004: 302).



Εικόνα 30: Σχήμα Calabi – Yau (πηγή: Bryant).

Τα εν λόγω σχήματα περιλαμβάνουν οπές διαφόρων διαστάσεων οι οποίες επηρεάζουν τον τρόπο ταλάντωσης των χορδών. Αν το Καμπυλωμένο Σχήμα *Calabi – Yau* έχει τρεις οπές, αυτό οδηγεί σε τρεις οικογένειες στοιχειωδών σωματιδίων, πράγμα που συμφωνεί με τα πειραματικά δεδομένα. (Green 2004: 455).

Με βάση την *M*-Θεωρία υπάρχουν δέκα χωρικές διαστάσεις από τις οποίες οι επτά είναι μικροσκοπικές και καμπυλωμένες. Τα σχήματα που αφορούν αυτές τις καμπυλωμένες διαστάσεις ονομάζονται Πολλαπλότητες *Joyce* (Green 2004: 582).

3.5 Υπερχρονικές διαστάσεις

3.5.1 Φανταστικός ή Μιγαδικός Χρόνος

Στην Κβαντική Φυσική ορίζεται και η έννοια του Μιγαδικού ή Φανταστικού Χρόνου, ως μία επιπλέον διάσταση. Μπορεί να απεικονιστεί με τον ακόλουθο τρόπο: μπορούμε να σκεφτούμε τον συνηθισμένο, πραγματικό χρόνο ως μία ευθεία οριζόντια γραμμή. Στα αριστερά έχουμε το παρελθόν και στα δεξιά το μέλλον. Υπάρχει, όμως, ακόμα ένα είδος χρόνου στον κατακόρυφο άξονα. Αυτός είναι ο Φανταστικός Χρόνος και τον χρόνο αυτό δεν τον βιώνουμε κανονικά, αλλά κατά κάποια έννοια είναι τόσο πραγματικός όσο και ο συνηθισμένος μας χρόνος. Οι Steven Hawking και James Hartle του πανεπιστημίου της Καλιφόρνια έχουν προτείνει ότι ο Χώρος και ο Φανταστικός Χρόνος, μαζί, είναι πράγματι περιορισμένοι σε έκταση, αλλά δεν έχουν όρια. Θα μπορούσε η σύλληψη αυτή να μοιάζει με την επιφάνεια της Γης αλλά με δύο επιπλέον διαστάσεις. Η επιφάνεια της Γης είναι περιορισμένη σε έκταση αλλά δεν έχει όρια ή τέλος. Μπορούμε, δηλαδή, να ταξιδεύουμε συνεχώς στην Γη χωρίς να πέφτουμε από κάποια άκρη της. Η θεωρία αυτή βοηθάει στην μελέτη της δημιουργίας του σύμπαντος και στην Θεωρία της Μεγάλης Έκρηξης (Big Bang), αφού με τον τρόπο αυτόν δεν δημιουργούνται σημεία ασυνέχειας στον χρόνο, όπως αρχή και τέλος, και σημεία όπου δεν ισχύουν οι νόμοι της Φυσικής (Hawking 1996).

3.5.2 Υπερχρονικές διαστάσεις στις Θεωρίες Χορδών

Στη Θεωρία των Χορδών, των Υπερχορδών και στην M -Θεωρία έχει γίνει δεκτή η ύπαρξη περισσότερων χωρικών διαστάσεων. Υπάρχει, όμως, μια υπόθεση ότι κάποιες από αυτές μπορεί να είναι χρονικές, δηλαδή εκτός από τον χρόνο που βιώνουμε μπορεί να υπάρχουν χρονικές διαστάσεις οι οποίες είναι διαφορετικές, ίσως και καμπυλωμένες. Αυτό θα σήμαινε ότι το ίδιο συμβάν θα επιστρέφει συνέχεια στην αρχική του κατάσταση ακολουθώντας την ίδια χρονική διαδρομή. Μπορεί όμως η καμπυλωμένη χρονική διάσταση να έχει διαφορετική μορφή από τον οικείο χρόνο. Πάντως οι προσπάθειες που έχουν γίνει από επιστήμονες να ενσωματώσουν επιπλέον χρονικές διαστάσεις στην Θεωρία των Χορδών δεν έχουν φέρει αποτέλεσμα (Green 2004: 298-99).

3.6 Εγκέφαλος και υπερχώροι

3.6.1 Υπερχωρικές δομές στον ανθρώπινο εγκέφαλο

Ο εγκέφαλος αποτελείται από ένα τεράστιο αριθμό νευρικών κυττάρων, τα οποία ονομάζονται Νευρώνες. Κύριο χαρακτηριστικό των νευρικών αυτών κυττάρων είναι η μεγάλη ασυμμετρία που χαρακτηρίζει το σχήμα τους. Κάθε Νευρώνας αποτελείται από τρία μέρη:

- Το Σώμα, που είναι το κύριο τμήμα του νευρικού κυττάρου, που περιλαμβάνει τον πυρήνα του νευρικού κυττάρου και αποτελεί τον επεξεργαστή του σήματος.
- Τον Νευροάξονα ή Νευρίτη, που έχει σχήμα ίνας και λειτουργεί ως έξοδος του σήματος προς τους άλλους νευρώνες με τους οποίους συνδέεται.
- Τους Δενδρίτες, που είναι κοντές διακλαδιζόμενες προεξοχές και λειτουργούν ως είσοδοι του σήματος από άλλους νευρώνες. Κάθε Νευρώνας διαθέτει πολλούς Δενδρίτες.

Η Σύναψη είναι το σημείο σύνδεσης του νευροάξονα ενός νευρώνα με τους δενδρίτες γειτονικών νευρώνων για την μετάδοση κάποιου ηλεκτρικο-χημικού σήματος, το οποίο τελικά μεταβιβάζεται στο Σώμα για επεξεργασία.

Η Σύναψη μπορεί να λειτουργήσει ως ισχυρή ή ασθενής, ανάλογα με το ποσό του χημικού υλικού που παράγει. Ανάλογα με το συνολικό σήμα που δέχεται από τους δενδρίτες του, ένας νευρώνας μπορεί να βρίσκεται σε κατάσταση διέγερσης ή αναστολής. Εξωτερικά, στην κυτταρική μεμβράνη του νευρώνα διατηρείται μία τιμή ηλεκτρικής διαφοράς δυναμικού τέτοια, ώστε εσωτερικά το κύτταρο να παρουσιάζει αρνητική τιμή. Αν η τιμή αυτή αυξηθεί, ο νευρώνας ενεργοποιείται και παράγεται στιγμιαίος παλμός ο οποίος διαδίδεται μέσω των συνάψεων στους γειτονικούς νευρώνες. Αν το συνολικό σήμα δεν υπερβαίνει το όριο αυτό τότε ο νευρώνας βρίσκεται σε κατάσταση αναστολής. Η αποθήκευση πληροφορίας στον εγκέφαλο γίνεται με τροποποίηση της ισχύος των συνάψεων καθώς και με την δημιουργία νέων συνάψεων. Αυτός είναι ο τρόπος λειτουργίας των βιολογικών νευρωνικών δικτύων (Forouzan and Mosharraf 2010: 706).¹²

Η σχέση μεταξύ της δομής του εγκεφάλου και της αναδυόμενης πληροφορίας μπορεί να οδηγήσει στην κατανόηση του μηχανισμού αντίληψης του ανθρώπου. Μία ομάδα

¹² Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα των ηλεκτρονικών υπολογιστών προσπαθούν να προσομοιώσουν την διαδικασία μάθησης του ανθρώπινου εγκέφαλου.

επιστημόνων στην Ελβετία, που φέρει την ονομασία *Blue Brain Project*, ανακάλυψε υπερχωρικές γεωμετρικές δομές στα νευρωνικά δίκτυα του εγκεφάλου. Η μεθοδολογία που ακολούθησαν ήταν η δημιουργία γραφημάτων νευρωνικών δικτύων τα οποία αντικατοπτρίζουν την ροή των πληροφοριών μέσα από τις συνάψεις των νευρώνων και η ανάλυσή τους με την βοήθεια της Αλγεβρικής Τοπολογίας.

Η εφαρμογή της προσέγγισης αυτής σε ένα τοπικό δίκτυο νευρώνων στον νεοφλοιό, το πιο εξελιγμένο τμήμα του εγκεφάλου, αποκάλυψε μια εξαιρετικά πολύπλοκη και προηγούμενως μη ορατή τοπολογία της συναπτικής συνδεσιμότητας των νευρώνων. Το συναπτικό δίκτυο αποτελείται από ομάδες νευρώνων που δεσμεύονται σε κοιλότητες και χαρακτηρίζονται από μια συνολική δραστηριότητα. Η δραστηριότητα αυτή αποκρίνεται στα ερεθίσματα δεσμεύοντας τους συναπτικά συνδεδεμένους νευρώνες σε λειτουργικές ομάδες και κοιλότητες, οι οποίες εξελίσσονται προς μια στερεοτυπική πολυπλοκότητα την οποία μπορεί να περιγράψει η Αλγεβρική Τοπολογία.¹³ Τα δεδομένα υποστηρίζουν ότι ο εγκέφαλος επεξεργάζεται τα ερεθίσματα σχηματίζοντας ολοένα και πιο περίπλοκες λειτουργικές ομάδες και κοιλότητες νευρώνων που τοπολογικά αντιστοιχούν με χώρους ανωτέρων διαστάσεων (εικ. 31) (Reimann κ.ά. 2017).

Όπως ανέφερε ο Henry Markram από το Ινστιτούτο EPFL της Ελβετίας, επικεφαλής νευροεπιστήμονας της ομάδας του *Blue Brain Project*:

«Υπάρχουν δεκάδες εκατομμύρια τέτοια αντικείμενα ακόμη και σε μια μικρή κουκκίδα του εγκεφάλου, έχοντας έως επτά διαστάσεις. Σε μερικά εγκεφαλικά δίκτυα, βρήκαμε δομές ακόμη και με έντεκα διαστάσεις.»

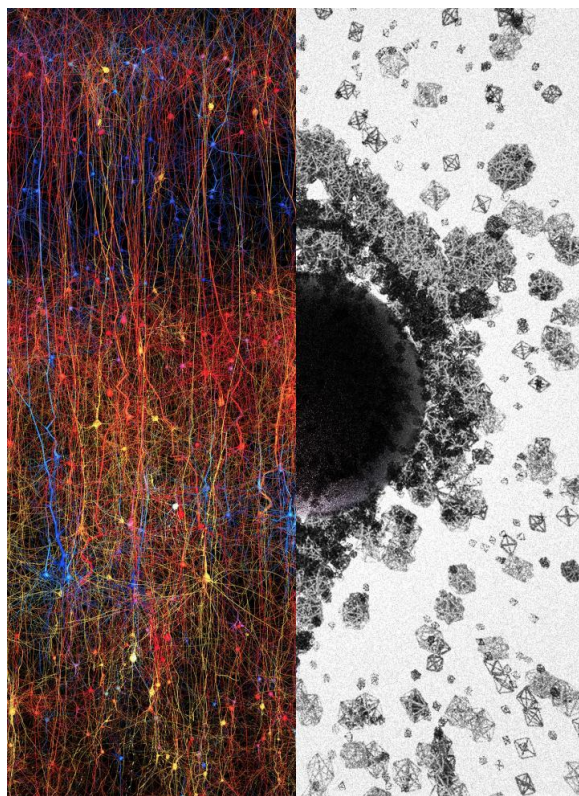
(EurekAlert 2017).

Ο μαθηματικός του προγράμματος Ran Levi από το Πανεπιστήμιο Aberdeen της Σκωτίας αναφέρει ότι:

¹³ Η συσχέτιση ενός ζεύγους νευρώνων αυξάνεται έντονα ανάλογα με τον αριθμό και την διάσταση των ομάδων στις οποίες ανήκουν, καθώς επίσης και με την συγκεκριμένη θέση τους σε μια κατευθυνόμενη ομάδα. Η νευρωνική δραστηριότητα φαίνεται να είναι οργανωμένη όχι μόνο εντός των κατευθυνόμενων ομάδων νευρώνων αλλά επίσης μεταξύ διαφορετικών κατευθυνόμενων ομάδων νευρώνων. Ο υψηλός βαθμός τοπολογικής πολυπλοκότητας του γραφικού μοντέλου που αντιστοιχεί στο περιγραφόμενο σύστημα βρέθηκε να εξαρτάται από την μορφολογική λεπτομέρεια των νευρώνων που οργανώνουν τις ομάδες και τις κοιλότητες (Reimann κ.ά. 2017).

«Είναι σαν ο εγκέφαλος να αντιδρά σε ένα ερέθισμα με την κατασκευή και μετέπειτα με την κατεδάφιση ενός πύργου από πολυδιάστατους κύβους, ξεκινώντας από ράβδους (1D), μετά από σανίδες (2D), από κύβους (3D) και στην συνέχεια από πιο πολύπλοκες γεωμετρίες 4D, 5D, κ.λπ. [...].»

(EurekAlert 2017).

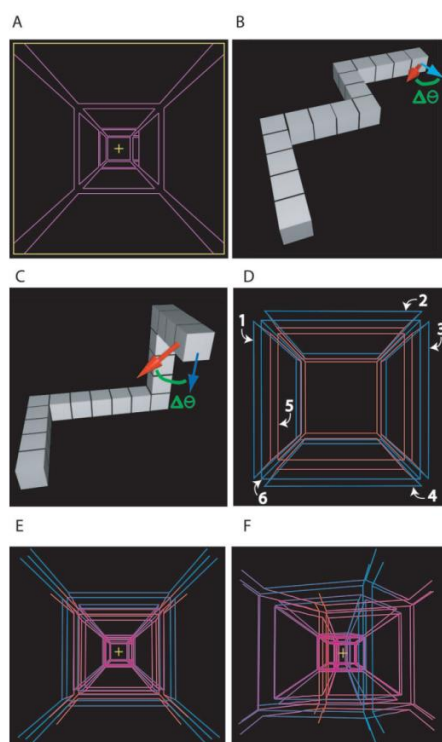


Εικόνα 31: Αριστερά απεικονίζεται ψηφιακά ένα τμήμα του νεοφλοιού, του πιο εξελιγμένου τμήματος του ανθρώπινου εγκέφαλου. Δεξιά απεικονίζονται γεωμετρικά σχήματα διαφορετικού μεγέθους, που αντιπροσωπεύουν κατασκευές διαφόρων διαστάσεων (από μία έως και μεγαλύτερες από επτά). Η μαύρη τρύπα στην μέση συμβολίζει ένα σύμπλεγμα πολυδιάστατων χώρων ή κοιλοτήτων (πηγή: EurekAlert 2017).

3.6.2 Ικανότητα σχεδιασμού διαδρομών μέσα σε υπερχώρους

Με βάση τους Aflalo και Graziano του Πανεπιστημίου του Princeton, η ικανότητα του ανθρώπινου εγκέφαλου να σχεδιάζει χωρικές διαδρομές δεν περιορίζεται μόνο μέχρι τον Τριδιάστατο Χώρο, αλλά μπορεί να δημιουργήσει «κανόνες» για τον χειρισμό χωρικών πληροφοριών οι οποίες αφορούν ανώτερες διαστάσεις.

Ο πιο χαρακτηριστικός έλεγχος σχετικά με την ικανότητα αυτή μέσα σε ένα χώρο είναι η εύρεση της πιο σύντομης οδού μεταξύ του αρχικού και του τελικού σημείου μιας τυχαίας διαδρομής μέσα στον χώρο αυτό.¹⁴



Εικόνα 32: Κίνηση σε εικονικό διάδρομο δύο, τριών και τεσσάρων χωρικών διαστάσεων (πηγή: Aflalo and Graziano 2008).

Μέσα από ένα εικονικό περιβάλλον, με την μορφή βιντεοπαιχνιδιού, ζητήθηκε από ένα σύνολο ανθρώπων να ακολουθήσει ένα διάδρομο δύο, τριών και τεσσάρων χωρικών διαστάσεων αποτελούμενο από ευθείες και στροφές 90 μοιρών. Στον διάδρομο των τεσσάρων χωρικών διαστάσεων οι δυνατότητες κίνησης ήταν μπροστά – πίσω, πάνω – κάτω, αριστερά – δεξιά για τις τρεις χωρικές διαστάσεις και το θερμό (κόκκινο) – ψυχρό (μπλε) για την τέταρτη. Ο χρήστης έβλεπε μόνο εσωτερικά τον διάδρομο σαν να βάδιζε μέσα σε αυτόν. Στο τέλος της διαδρομής το παιγνίδι ζητούσε από τον χρήστη να δείξει με ένα βέλος πού βρίσκεται η είσοδος του διαδρόμου χωρίς να έχει γνώση της εξωτερικής εικόνας της διαδρομής που ακολούθησε.

¹⁴ Την ικανότητα αυτή για την δημιουργία σύντομων δρόμων επιστροφής στο αρχικό σημείο έχουν, εκτός από τον άνθρωπο, οι μέλισσες, τα ποντίκια και τα μυρμήγκια (Aflalo and Graziano 2008).

Η απόκλιση της θέσης που δείχνει το βέλος από την πραγματική θέση της εισόδου είναι ένα μέτρο ικανότητας επιλογής βέλτιστης διαδρομής του ανθρώπου στο χώρο αυτό (εικ. 32).

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι ο ανθρώπινος εγκέφαλος ανταποκρίνεται εξίσου ικανοποιητικά και στον τετραδιάστατο χώρο, αφού μπορεί να υπολογίζει θέσεις και αποστάσεις ανεξάρτητα από τις κινήσεις και τις περιστροφές του. Παρόλο που έχει εξελιχθεί σε ένα Τριδιάστατο Χώρο, η τοπολογική ερμηνεία των ερεθισμάτων είναι λειτουργική και για ανώτερους άγνωστους χώρους (Aflalo and Graziano 2008).

3.7 Ενδείξεις και θεωρίες για την ύπαρξη των υπερχώρων

Η εμπειρία μας είναι περιορισμένη, δυστυχώς, στον τρισδιάστατο χώρο και δεν υπάρχει ακόμη η παραμικρή επιστημονική απόδειξη ότι ο χώρος των τεσσάρων χωρικών διαστάσεων υφίσταται στην πραγματικότητα. Υπάρχουν, όμως, αρκετές ενδείξεις ή επιστημονικές θεωρίες που αναμένεται να αποδειχθούν με την βοήθεια της τεχνολογίας που εξελίσσεται.

3.7.1 Η τιμή του π

Στον επιταχυντή του CERN εντοπίστηκε μία διαφορά στην πειραματική τιμή του $\pi=3,14\dots$ σε σχέση με την κανονική, σε υψηλά δεκαδικά ψηφία, πιθανόν λόγω της ύπαρξης ανώτερων διαστάσεων (Butterworth 2012).

3.7.2 Πολυσύμπαν και υπερχώροι

Με βάση τον Andrei Linde, η αρχή του δικού μας σύμπαντος, το ξέσπασμα της εκρηκτικής διαστολής, μπορεί να είναι ένα συνηθισμένο γεγονός για τον χώρο του πολυσύμπαντος του οποίου ένα μικρό μέρος είμαστε και εμείς. Μπορεί, λοιπόν, να παρουσιάζονται οι προϋποθέσεις για εξέλιξη νέων συμπάντων στον χώρο του γιγαντιαίου πολυσύμπαντος και να προκύπτουν νέες διαστελλόμενες κοσμικές εκτάσεις ποικίλων χωρικών διαστάσεων, από μηδέν έως και δέκα. Σε αυτά τα αποκομμένα σύμπαντα, οι φυσικές σταθερές και τα στοιχειώδη σωματίδια που καθορίζουν τους φυσικούς νόμους και την ύλη πιθανόν να έχουν διαφορετική τιμή και μορφή στο καθένα. Σε κάποιο άλλο τριδιάστατο σύμπαν η μάζα

του ηλεκτρονίου μπορεί να είναι ένα χιλιοστό τοις εκατό μεγαλύτερη και αυτό να οδήγησε την εξέλιξή του σε εντελώς διαφορετικό δρόμο, ίσως και στην καταστροφή του. Στο μεγαλύτερο ποσοστό από τα σύμπαντα αυτά δεν θα υπάρχουν οι κατάλληλες συνθήκες για να εμφανιστεί κάποια μορφή ζωής, ίσως ακόμη ο σχηματισμός αστεριών ή ακόμη και της ύλης της ίδιας να είναι αδύνατος. Ζούμε, λοιπόν, σε ένα Σύμπαν που ευνόησε την ύπαρξη ενός νοήμονος όντος για να το παρατηρεί, κάτι που δεν είναι ο γενικός κανόνας, αφού οι πιθανότητες για να συμβούν τα πράγματα όπως τα βιώνουμε είναι απειροελάχιστες. Αυτή είναι γνωστή ως η Ανθρωπιστική Αρχή. Το Σύμπαν μας έχει μία από τις άπειρες μορφές που μπορεί να πάρει. Συνεπώς δεν υπάρχει μία «Ενοποιημένη Θεωρία των Πάντων» για να την αναζητήσουμε (Green 2004: 517-20).

3.7.3 Θεωρία των Εξελισσόμενων Διαστάσεων

Οι Jonas Mureika και Dejan Stojkovic πρότειναν ότι το Πρώιμο Σύμπαν – το οποίο δημιουργήθηκε από μια Μεγάλη Έκρηξη από ένα απειροελάχιστο σημείο – ήταν μονοδιάστατο (σαν μια ευθεία γραμμή), πριν διασταλεί σε ένα διδιάστατο κόσμο (όπως ένα φύλλο). Ενώ στην συνέχεια απέκτησε τις τρεις διαστάσεις που έχει ο κόσμος όπου ζούμε σήμερα. Σε μια δημοσίευσή τους στο *Physical Review Letters* προτείνουν έναν έλεγχο που θα μπορούσε να αποδείξει την αλήθεια της πρότασης ή να ανασκευάσει την υπόθεση ότι η συνεχής διαστολή θα προσθέσει μια νέα, τέταρτη, διάσταση. Για παράδειγμα, τα κύματα βαρύτητας δεν μπορούν να υπάρχουν σε ένα χώρο μίας ή δύο διαστάσεων. Έτσι θεωρούν ότι ένα παρατηρητήριο βαρυτικών κυμάτων δεν θα πρέπει να εντοπίσει τυχόν βαρυτικά κύματα που να προέρχονται από το Πρώιμο Σύμπαν, αφού τότε δεν υπήρχαν, αν βεβαίως είναι σωστή η θεωρία τους.

Η κεντρική ιδέα της Θεωρίας των Εξελισσόμενων Διαστάσεων, όπως ονομάζεται, είναι ότι ο αριθμός των χωρικών διαστάσεων εξαρτάται από το μέγεθος του χώρου μέσα στον οποίο είμαστε, οπότε ένα μικρότερο Σύμπαν συνδέεται με λιγότερες διαστάσεις. Αυτό σημαίνει ότι μια Τέταρτη Χωρική Διάσταση θα ανοίξει, αν δεν έχει ήδη ανοίξει, καθώς το Σύμπαν συνεχίζει να επεκτείνεται (Mureika and Stojkovic 2011).

3.7.4 Δημιουργία Μαύρων Τρυπών στον επιταχυντή του CERN

Με βάση την θεωρία των Farag, Faizal και Khalil, που προέρχονται από τα πανεπιστήμια της Φλόριντα στις ΗΠΑ, του Οντάριο στον Καναδά και της Αλεξάνδρειας στην Αίγυπτο αντίστοιχα, η ανίχνευση μικροσκοπικών μαύρων τρυπών στον επιταχυντή LHC (*Large Hadron Collider*) του CERN, σε συγκεκριμένα ενεργειακά επίπεδα, θα υποδείκνυε την ύπαρξη επιπλέον διαστάσεων, η οποία με την σειρά της θα ενίσχυε τα θεωρητικά μοντέλα στο πλαίσιο της Θεωρίας των Χορδών. Η μικρή ισχύς της βαρυτικής δύναμης σε σχέση με την ηλεκτρομαγνητική, την ισχυρή και την ασθενή πυρηνική δύναμη οφείλεται με βάση επιστημονικές θεωρίες στην διαφυγή της προς ανώτερες διαστάσεις (Farag κ.ά. 2015).

3.7.5 Ημικρύσταλλοι (Quasicrystals)

Οι Ημικρύσταλλοι αποτελούν μια ιδιαίτερη μορφή στερεών, τα άτομα και τα μόρια των οποίων διατάσσονται στον χώρο σύμφωνα με μια αυστηρά προδιαγεγραμμένη αλλά μη-περιοδική δομή. Μέχρι το 1982, την χρονιά που αποκαλύφθηκε η ύπαρξη τέτοιων αινιγματικών κρυσταλλοειδών δομών από τον Dan Shechtman (*Nobel Χημείας* 2011), για την επιστήμη της στερεάς κατάστασης ένα υλικό σώμα είχε μόνο δύο δυνατότητες: μπορούσε να είναι ή να μην είναι κρύσταλλος. Ενδιάμεσες καταστάσεις όχι απλώς δεν υπήρχαν, αλλά ήταν κυριολεκτικά αδιανόητες. Ένας κρύσταλλος μπορούσε να εμφανίζει μόνο έναν πολύ περιορισμένο αριθμό τύπων συμμετρίας, και αυτό γιατί υπάρχει ένας αυστηρά περιορισμένος αριθμός διατάξεων βάσει των οποίων τα συστατικά του στοιχεία (μόρια και άτομα) μπορούν να συνδυαστούν και να συνταιριάξουν μεταξύ τους για να σχηματίσουν ένα στερεό. Αν όμως οι κρύσταλλοι όφειλαν να έχουν μια προκαθορισμένη χημική σύσταση και μια αυστηρά επαναλαμβανόμενη χωρική διάταξη (περιοδικότητα), τότε προφανώς αυτές οι νέες μη-περιοδικές δομές μόνο ως ημικρυσταλλικές θα μπορούσαν να θεωρηθούν. Ο C. Hermann έδειξε ότι οι μη-συμμετρίες που είναι ημικρυσταλλικές για πλέγματα τριών διαστάσεων μπορεί να γίνουν συμμετρικές κρυσταλλογραφικές, εάν υποβληθούν σε υπερχωρική επεξεργασία, θεωρώντας ότι το τριδιάστατο επίπεδο αποτελεί την τομή ενός συμμετρικού κρυσταλλικού στερεού στον εξαδιάστατο χώρο (Shechtman 2011: 5-6).¹⁵

¹⁵ Ο καλλιτέχνης Tony Robbin εμπνεύστηκε από τους ημικρυστάλλους σε διάφορα έργα του. Περισσότερες πληροφορίες υπάρχουν στην ιστοσελίδα: <http://www.tonyrobbin.net/art.html> (τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019).

3.7.6 Κβαντικά υπερχωρικά φαινόμενα

Το Φαινόμενο της Σήραγγας (*Quantum Tunneling*) είναι μια κατεξοχήν κβαντική διαδικασία η οποία επιτρέπει στα σωματίδια του μικρόκοσμου να διέρχονται μέσω φραγμάτων δυναμικής ενέργειας τα οποία είναι ενεργειακά απαγορευμένα για τα κλασικά σωματίδια. Ένα μικροσκοπικό σωματίδιο έχει πάντα μια πεπερασμένη πιθανότητα να περάσει από την άλλη μεριά ενός φράγματος δυναμικού, όσο μικρή και αν είναι η ενέργειά του.

Η δυνατότητα των κβαντικών σωματιδίων να διέρχονται μέσα από κλασικά απαγορευμένες περιοχές είναι θεμελιώδους σημασίας για την δομή του κόσμου μας. Η ακτινοβολία α των πυρήνων είναι ιστορικά το πρώτο παράδειγμα μικροσκοπικού φαινομένου που έγινε δυνατό να εξηγηθεί με αυτόν τον καθαρά κβαντικό μηχανισμό. Σε επίπεδο πρακτικών εφαρμογών, η χρήση του φαινομένου της σήραγγας είναι εντυπωσιακή. Αποτελεί πλέον συστατικό στοιχείο της λειτουργίας πολλών ημιαγωγών (π.χ. η Δίοδος Σήραγγας) και υπεραγώγιμων διατάξεων υψηλής ακρίβειας και ειδικών απαιτήσεων.

Στο Φαινόμενο της Σήραγγας βασίζεται επίσης η λειτουργία του περίφημου Μικροσκοπίου Σήραγγας, το οποίο επιτρέπει να «δούμε» την επιφάνεια ενός στερεού με ακρίβεια που φτάνει τα όρια της μίας ατομικής διαμέτρου (Adams κ.ά. 2013).

Μία ακόμη εφαρμογή του φαινομένου αυτού είναι η ένωση *Josephson*. Το φαινόμενο *Josephson* είναι το φαινόμενο του υπερ-ρεύματος, δηλαδή ένα ρεύμα που ρέει επ' αόριστον χωρίς καμία τάση να εφαρμόζεται στο κύκλωμα, σε μια συσκευή γνωστή ως ένωση *Josephson*, η οποία αποτελείται από δύο υπεραγωγούς που ενώνονται διαμέσου ενός μονωτικού φράγματος. Η επαφή αυτή βρίσκει εφαρμογή στα *qubits* των κβαντικών υπολογιστών τα οποία, σε αντίθεση με τους δυαδικούς υπολογιστές, λειτουργούν με υπέρθεση καταστάσεων αυξάνοντας έτσι τις δυνατότητες υπολογισμού (Choi 2005). Ο πρώτος κβαντικός υπολογιστής που σχεδιάστηκε όπου το Quantum Bit (Qbit) βασίζεται στην τεχνολογία *Josephson* κατασκευάστηκε από την εταιρεία D-Wave το 2007 (500 Qbits), η οποία εδρεύει στο Vancouver-Canada. Σήμερα, ο επεξεργαστής D-Wave έχει 2000 Qbits, ενώ το επόμενο μοντέλο, D-Wave Pegassus, θα έχει 5000 Qbits (Kanellopoulos 2017).

Η υλική υπόσταση του σωματιδίου φαίνεται να μεταπηδά χωρικά μέσω του Υπερχώρου πολλών παράλληλων συμπάντων και να ανιχνεύεται σε κάποια διαφορετική θέση στον Τριδιάστατο Χώρο μας.

Ενώ η Κλασσική Φυσική δίνει για ένα σώμα μία καθορισμένη θέση, η Κβαντική Μηχανική δέχεται ότι σε ατομικό και υποατομικό επίπεδο μπορεί να καταλαμβάνει ταυτόχρονα διαφορετικά σημεία δίνοντας με την εξίσωση κυματοσυνάρτησης του Schrodinger την πιθανότητα να προκύψει κάποιο από αυτά, μετά από μέτρηση. Η παράξενη όμως αυτή συμπεριφορά των κβαντικών σωματιδίων μπορεί σύμφωνα με διάφορες θεωρίες, όπως για παράδειγμα τη θεωρία *Many Interacting Worlds* των Hall, Deckert και Wiseman, να οδηγήσει στην ύπαρξη παράλληλων συμπάντων που αλληλοεπιδρούν μεταξύ τους (Hall κ.ά. 2014).

Η Θεωρία των Παραλλήλων Συμπάντων υπάρχει στην Φυσική από την δεκαετία του '50 και τον Hugh Everett III. Για πρώτη φορά, όμως, θεμελιώνεται η θεωρία από τον Poirier, με μαθηματικές εξισώσεις που δεν εμπλέκουν καθόλου την κυματική περιγραφή των σωματιδίων τις οποίες χρησιμοποιεί η Κβαντική Μηχανική. Ο Poirier αποδεικνύει με μαθηματικό τρόπο ότι η κβαντική άποψη για τα σωματίδια που καταλαμβάνουν την ίδια στιγμή περισσότερες από μία θέσεις εξηγείται με το ότι η θέση του σωματιδίου μπορεί να είναι καθορισμένη σε ένα σύμπαν, αλλά να διαφέρει στα υπόλοιπα. Το ίδιο υποστηρίζει σχετικά με τον κβαντικό συσχετισμό ή διεμπλοκή, ότι δηλαδή οφείλεται σε αλληλεπιδράσεις σωματιδίων σε παράλληλα σύμπαντα (Davis 2015).¹⁶

3.7.7 Υπερχωρικές εμπειρίες με παραισθησιογόνες ουσίες

Μία παραισθησιογόνος ουσία που οδηγεί σε ένα χώρο ανώτερων διαστάσεων, όπως βέβαια αναφέρουν αυτοί που την χρησιμοποίησαν, είναι το *DMT* (*N, N-Dimethyltryptamine*).¹⁷ Αρχικά την συναντάμε στους σαμάνους του Αμαζονίου της Νοτίου Αμερικής, στο εκχύλισμα του φυτού *ayahuasca* το οποίο χρησιμοποιούσαν για θεραπευτικούς και τελετουργικούς σκοπούς (Hancock 2010).¹⁸ Ως ουσία είναι αρκετά συνηθισμένη σε πολλά φυτά. Σε ίχνη έχει

¹⁶ Ο κβαντικός συσχετισμός ή διεμπλοκή είναι το φαινόμενο κατά το οποίο δύο σωματίδια που δημιουργούνται μαζί, όπως για παράδειγμα δύο ηλεκτρόνια, μένουν σε κατάσταση συσχετισμού ασχέτως της απόστασης που μεσολαβεί μεταξύ τους. Έτσι η πληροφορία μπορεί να ταξιδέψει ακαριαία από το ένα συσχετιζόμενο σωματίδιο στο άλλο, κάτι που έρχεται σε αντίθεση με την Θεωρία της Σχετικότητας που θεωρεί ότι τίποτε δεν μπορεί να ταξιδέψει με ταχύτητα μεγαλύτερη από αυτή του φωτός.

¹⁷ Περισσότερες πληροφορίες υπάρχουν στην ιστοσελίδα: <https://www.youtube.com/watch?v=yqtvuzcL84M> (τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019) .

¹⁸ Για το θέμα αυτό υπάρχει διαθέσιμη διάλεξη στην ιστοσελίδα: <https://www.youtube.com/watch?v=0qgMFO0KU-I> (τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019).

εντοπίζεται και στον άνθρωπο, ως νευροδιαβιβαστής με δράση ανάλογη με την σεροτονίνη και την μελατονίνη.¹⁹

¹⁹ Περισσότερες πληροφορίες υπάρχουν στην ιστοσελίδα:

<http://psychedelic-wiki.blogspot.gr/2013/12/dimethyltryptamine-DMT.html> (τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019).

Κεφάλαιο 4: Ιστορική εξέλιξη της έννοιας των υπερχώρων στην Επιστήμη και στην Τέχνη

4^{ος} αιώνας π.Χ.:

Το Σπήλαιο του Πλάτωνα

Ο Σωκράτης συνοψίζει τους τέσσερις βαθμούς της γνώσης ως εξής: α) την γνώση που μπορεί να αποκτήσει ο άνθρωπος ο οποίος δεν πήρε καμία μόρφωση («απαιδευσία»), β) την γνώση που μπορεί να αποκτηθεί με τα αισθητήρια όργανα στον ορατό κόσμο («πίστις»), γ) την νοητή ή θεωρητική γνώση («διάνοια» ή «μαθηματική παιδεία»), και δ) τον ανώτατο βαθμό γνώσης («νόησις»), όπου ο άνθρωπος αντικρίζει τα «όντως όντα» ή ιδέες, και τις παρομοιάζει με τις θέσεις όπου μπορεί να βρεθεί η ψυχή από το βάθος του σπηλαίου ως το καθαρό φως του «άνω τόπου».

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ο Σωκράτης, σε διάλογό του με τον Γλαύκωνα, στο έβδομο βιβλίο της *Πολιτείας* του Πλάτωνα, παρομοιάζει την ανθρώπινη φύση αλυσοδεμένη στα σκέλη και στον αυχένα, έτσι ώστε οι άνθρωποι να μπορούν να βλέπουν μόνο μπροστά τους, χωρίς να έχουν την δυνατότητα να περιστρέψουν το κεφάλι τους. Βρίσκονται μέσα σε ένα υπόγειο οίκημα με μορφή σπηλιάς που έχει είσοδο στο φως της ημέρας. Πίσω από τους ανθρώπους σε αρκετή απόσταση, σε ψηλότερο επίπεδο, υπάρχει μια φωτιά και στο ενδιάμεσο της φωτιάς και των ανθρώπων, σε δρόμο ανηφορικό, υπάρχουν δεσμώτες.

Πάνω σε ένα μαντρότοιχο υψώνονται ανδριάντες και άλλα ομοιώματα ανθρώπων και ζώων, και η λάμψη της φωτιάς προβάλλει τις σκιές τους μπροστά στους αλυσοδεμένους ανθρώπους. Οι σκιές αυτές είναι η μόνη εικόνα που μπορούν να έχουν οι άνθρωποι και έτσι πιστεύουν ότι αυτός είναι ο πραγματικός κόσμος.

Αν κάποιος λυνόταν από τα δεσμά, θα μπορούσε να δει πέρα από τις σκιές. Θα βάδιζε προς το φως και θα μπορούσε σιγά - σιγά να παρατηρήσει την αληθινή φύση των πραγμάτων. Αρχικά, θαμπωμένος από το φως θα έβλεπε πιο εύκολα τις σκιές, μετά τα είδωλα των ανθρώπων και των αντικειμένων όπως αντικατοπτρίζονται στο νερό, και τέλος τα αντικείμενα αυτά καθ' αυτά. Θα ύψωνε το βλέμμα του και θα αντίκριζε την νύχτα, το φως των αστεριών και της σελήνης, και μετά από λίγο και τον ίδιο τον ήλιο.

Στον πρώτο βαθμό γνώσης αντιστοιχεί η κατάσταση του ανθρώπου που βρίσκεται αλυσοδεμένος στο σπήλαιο, στο δεύτερο όταν ελευθερώνεται από τις αλυσίδες, στον τρίτο όταν

τριδιάστατα αντικείμενα μπορούν να συμπίπτουν όταν βρίσκονται σε ένα τετραδιάστατο χώρο (Henderson 2013: 106).

1843-44: Η εισαγωγή της έννοιας της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης έγινε επίσημα στα μέσα του 19^{ου} αιώνα. Ο Arthur Cayley το 1843 δημοσίευσε ένα άρθρο στην εφημερίδα *Cambridge Mathematical Journal* με θέμα «*Chapters in the Analytical Geometry of n-Dimensions*» και ο Hermann Grassmann δημοσίευσε το «*Dielineale Ausdehnungslehre*» το 1844 (Henderson 2013: 105).

1846: Ο Gustav Theodor Fechner δημοσίευσε το 1846, με το ψευδώνυμο «*Dr. Mises*», την σατυρική ιστορία *Vier Paradoxa* που περιγράφει την συνομιλία δύο διδιάστατων όντων. Τα δύο αυτά όντα ανακαλύπτουν μέσα από τον διάλογο τον Τριδιάστατο Χώρο και κατά αναλογία προτείνουν την ύπαρξη ενός τετραδιάστατου κόσμου (Henderson 2013: 119).

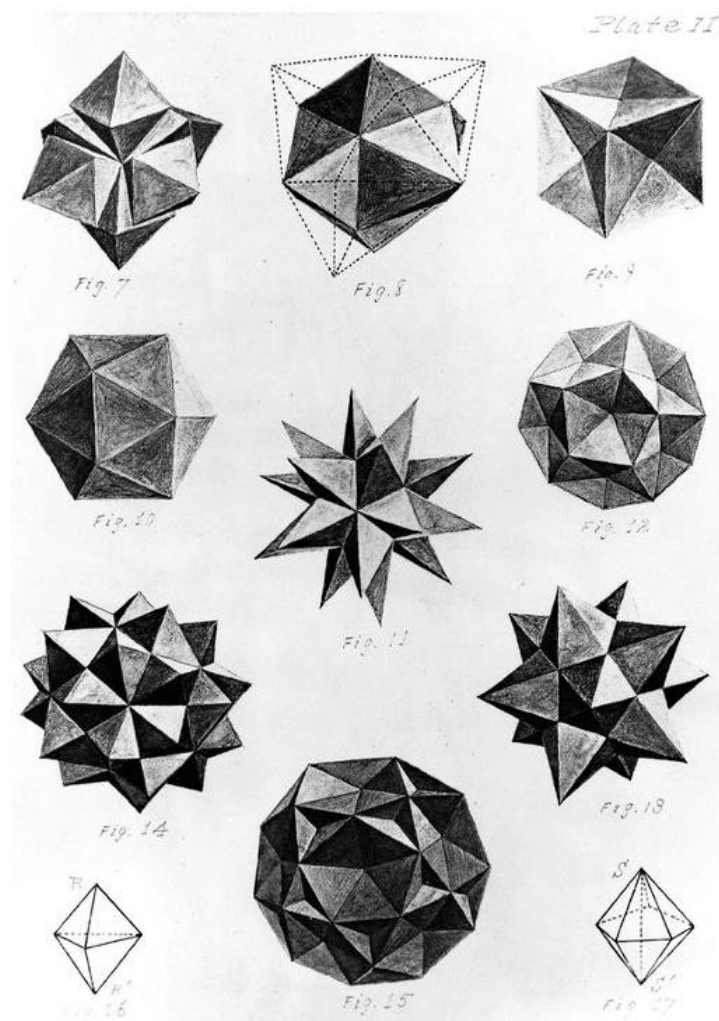
1854: Σπουδαίο γεγονός για την ιστορία των ανώτερων διαστάσεων υπήρξε και η διάλεξη του Riemann την χρονιά αυτή στο Gottingen της Γερμανίας. Έθεσε το ζήτημα σχετικά με την διάσταση του πραγματικού χώρου και την γεωμετρία που τον περιγράφει (Henderson 2013: 105).

1870: Ο Cayley εισήγαγε τις γενικές αρχές της γεωμετρίας n -διαστάσεων στο έργο του «*Memoir on Abstract Geometry*» (Henderson 2013: 105).

1876: Για να μπορεί να δονείται ένα κύμα, αντίστοιχα όπως στην επιφάνεια του νερού μιας λίμνης, οι επιστήμονες θεώρησαν ότι υπάρχει ένα τέλεια ελαστικό και λεπτόρρευστο υλικό, ο Αιθέρας, ο οποίος βρίσκεται παντού στον χώρο και είναι υπεύθυνος για την διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, όπως αυτά του φωτός.²¹ Ο πρώτος συσχετισμός μεταξύ του Αιθέρα και της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης έγινε από τους Βρετανούς φυσικούς Stewart και Tait στο βιβλίο τους *The Unseen Universe, or Physical Speculations on a Future State*. Πρότειναν ότι ο Αιθέρας δεν ήταν μόνο ένα μέσο αλλά και η αόρατη τάξη των πραγμάτων: το Αόρατο Σύμπαν. Πίστευαν ότι ο Τριδιάστατος Κόσμος είναι η επιφάνεια και το όριο του Αόρατου Κόσμου, ενός κόσμου όπου η ύλη έχει τέσσερις χωρικές διαστάσεις (Henderson 2013: 18).

²¹ Η θεωρία ύπαρξης του Αιθέρα απορρίφθηκε τελικά από την Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας η οποία βασίστηκε κυρίως στο αρνητικό πείραμα Michelson - Morley το 1887. Αυτό απέδειξε ότι δεν υπάρχει σχετική κίνηση της περιστρεφόμενης Γης με τον υποτιθέμενο Αιθέρα (Ford 1980: 14).

1880: Το γεγονός όμως που έφερε στο προσκήνιο την Τέταρτη Χωρική Διάσταση ήταν η δημοσίευση του W. I. Stingham στο περιοδικό *American Journal of Mathematics* με τίτλο «*Regular Figures in n-Dimensional Space*» με την οποία ο Stingham προέκτεινε την εργασία του Euler πάνω στα πολύεδρα σε μία διάσταση παραπάνω (εικ. 34). Τον Stingham διαδέχθηκε ο Victor Schlegel που δημοσίευσε πολλά άρθρα σε γερμανικά, γαλλικά και ιταλικά επιστημονικά περιοδικά μεταξύ 1880 και 1890 (Henderson 2013: 106-07).



Εικόνα 34: Υπερχωρικά πολύεδρα του Stingham (πηγή: Stingham 1880: Pl. II).

1880: Ο φυσικός και αστρονόμος Zollner μελέτησε την γεωμετρική έννοια της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης και δημοσίευσε δύο άρθρα, το 1880, στο Λονδίνο. Κατηγορήθηκε, όμως, γιατί χρησιμοποίησε πέρα από την επιστήμη και ανορθόδοξες μεθόδους. Ο ίδιος πείστηκε για την ύπαρξη της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης από έναν Αμερικανό πνευματιστή, τον Henry Slade. Μαζί πραγματοποιούσαν επιδείξεις με πειράματα που μπορούσαν να πιστοποιήσουν την

ύπαρξη της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης, όπως για παράδειγμα να γράψει κάτι σε ένα χαρτί που ήταν σφραγισμένο ανάμεσα από δύο πλάκες (Henderson 2013: 123-24).

1880-1904: Ο πρώτος όμως φιλόσοφος του Υπερχώρου ήταν ο Άγγλος Charles Howard Hinton, ο οποίος ξεκίνησε το 1880 να δημοσιεύει μια σειρά από άρθρα και βιβλία. Τα πιο σημαντικά ήταν το *The New Era of Thought* που εκδόθηκε για πρώτη φορά το 1888 και παρουσίασε τον τετραδιάστατο Υπερκύβο με την ονομασία *Tesseract*, καθώς και το *The Fourth Dimension* που εκδόθηκε το 1904.

Ο Hinton σπούδασε Μαθηματικά και Φυσική στο Πανεπιστήμιο της Οξφόρδης και το 1887 υπηρέτησε ως διευθυντής σε αγγλικό σχολείο στην Γιοκοχάμα της Ιαπωνίας. Το 1892 εγκαταστάθηκε στην Αμερική και δούλεψε σε γραφείο διπλωμάτων ευρεσιτεχνίας στην Ουάσιγκτον μέχρι το θάνατό του το 1907. Έγινε ιδιαίτερα δημοφιλής από τα γραπτά του Ouspensky στην Ρωσία και επηρέασε έμμεσα τους Ρώσους ζωγράφους και ποιητές της εποχής εκείνης. Από διάφορα άρθρα συγγραφέων, όπως του Jouffret, ο Hinton έγινε γνωστός στην Γαλλία. Ο Hinton και οι ιδέες του διαδόθηκαν κυρίως μετά τον θάνατό του από τον επίσης γνωστό φιλόσοφο της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης Claude Bragdon (Henderson 2013: 127).

Ο Hinton πίστευε ότι ο ηλεκτρισμός είναι ένα τετραδιάστατο φαινόμενο και ότι το θετικό με το αρνητικό φορτίο ουσιαστικά είναι ταυτόσημα και το ένα προκύπτει από το άλλο κατά την κίνησή τους στον Τετραδιάστατο Χώρο. Ακόμη, πίστευε ότι η αριστερόστροφη και δεξιόστροφη συμμετρία στην οργανική ύλη είναι μία απόδειξη της ύπαρξης της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης, αφού είναι δυνατό κατά την είσοδο στην Τέταρτη Διάσταση να αλλάξει η στροφικότητα μιας ουσίας. Αυτό είναι το πρόβλημα της ισομέρειας που απασχολεί τους χημικούς, επειδή μόρια ίδιας σύνθεσης, αλλά με διαφορετική συμμετρική διάταξη στον χώρο εμφανίζουν διαφορετικές ιδιότητες. Υποστήριξε ακόμη ότι ο Τριδιάστατος Κόσμος μας, με την μορφή του Αιθέρα, είναι ουσιαστικά η τομή δύο Τετραδιάστατων Χώρων, κάτι που υπάρχει ακόμη και σήμερα σε διάφορες θεωρίες (Henderson 2013: 127-32).

1884: Σπουδαίο ρόλο για να γίνει γνωστή η θεωρία της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης διαδραμάτισε το δημοφιλές μυθιστόρημα *Flatland* που έγραψε ο Edwin Abbott το 1884 (Henderson 2013: 5-7).²² Αναφέρεται σε μια σφαίρα τριών διαστάσεων, η οποία επισκέπτεται ένα τετράγωνο, που ζει σε ένα επίπεδο σύμπαν, του διδάσκει την Τρίτη Διάσταση και το οδηγεί τελικά στην διαδικασία να φανταστεί ότι υπάρχουν και ανώτερες διαστάσεις.

²² Μέχρι το 2000, το *Flatland* είχε μεταφραστεί σε τουλάχιστον 15 γλώσσες (Henderson 2013: 7).

Ο Abbott διηγείται, ως τετράγωνο, την εμπειρία του στην *Επιπεδοχώρα* την οποία περιγράφει ως έναν αυστηρά δομημένο διδιάστατο κόσμο. Με τον τρόπο αυτό ο συγγραφέας ασκεί κριτική για την κοινωνία της βικτωριανής εποχής στην οποία ζούσε. Αυτός ήταν και ο λόγος που αρχικά χρησιμοποίησε το ψευδώνυμο «*A Square*» όταν κυκλοφόρησε το μυθιστόρημά του.

Τα όντα και τα αντικείμενα της *Επιπεδοχώρας* είναι κανονικά πολύγωνα, ξεκινώντας από το απλό τρίγωνο και φτάνοντας μέχρι τον κύκλο. Κάθε σχήμα αντιστοιχεί και σε μια κοινωνική τάξη με το πλήθος των πλευρών του να είναι ανάλογο με την θέση του στην ιεραρχία. Για παράδειγμα, τα τρίγωνα αντιστοιχούν στους εργάτες και στους στρατιώτες ενώ οι τέλειοι κύκλοι αντιστοιχούν στους ιερείς και στους άρχοντες. Οι γυναίκες παίζουν ένα περίεργο ρόλο στην κοινωνία της *Επιπεδοχώρας*: είναι απλές ευθείες γραμμές και βρίσκονται στην βάση της κοινωνικής πυραμίδας. Λόγω του σχήματος τους μπορεί να αποβούν μοιραίες γιατί αν κάποιος δεν προσέξει μπορεί να καρφωθεί πάνω τους.

Στο δεύτερο μέρος, ένας κάτοικος της *Επιπεδοχώρας* το (λογικό) τετράγωνο, που είναι και ο ήρωας της ιστορίας, ταξιδεύει σε κατώτερες και ανώτερες διαστάσεις. Επισκέπτεται ένα μονοδιάστατο σύμπαν και προσπαθεί να εξηγήσει την Δεύτερη Διάσταση στον βασιλιά του χωρίς όμως να καταφέρει να τον πείσει. Στην συνέχεια εμφανίζεται μια τριδιάστατη σφαίρα που δρα καταλυτικά στην σκέψη του. Η σφαίρα του φανερώνει την ύπαρξη της τρίτης διάστασης και το τετράγωνο αρχικά αντιδρά αρνητικά, όπως έκανε και σε εκείνον ο βασιλιάς της πρώτης διάστασης. Η σφαίρα τότε οδηγεί το τετράγωνο στην Τρίτη Διάσταση και του δείχνει την *Επιπεδοχώρα* από ψηλά. Το τετράγωνο, τελικά, πείθεται για την ύπαρξη της τρίτης διάστασης και ρωτάει την τριδιάστατη σφαίρα για την ύπαρξη της τέταρτης διάστασης. Η σφαίρα ξαφνιάζεται και αντιδρά με αρνητισμό, όπως έκανε πριν το τετράγωνο για την Τρίτη Διάσταση. Το τετράγωνο ξαναγυρίζει στην *Επιπεδοχώρα* και επισκέπτεται αυτήν την φορά την *Σημειοχώρα*, την αδιάστατη *Αβυσσο*. Τις νέες αυτές εμπειρίες του θέλησε να μοιραστεί αρχικά με την

οικογένειά του και μετά με τους συμπολίτες του. Το αποτέλεσμα είναι να καταλήξει στην φυλακή ως επικίνδυνος για την δημόσια ασφάλεια (Abbott 2008).²³

1888: Σημαντικό ρόλο στην διάδοση της ιδέας του Υπερχώρου είχε και η Θεοσοφία. Η Helena Petrovna Blavatsky δημοσίευσε στο Λονδίνο, το 1888, το βιβλίο *The Secret Doctrine* και ασχολήθηκε σε αυτό με την Τέταρτη Χωρική Διάσταση (Henderson 2013: 132-34). Όπως αναφέρει στο βιβλίο αυτό, στην ινδουιστική φιλοσοφία υπάρχει το *Λίνκα- Σάρισα*, δηλαδή το καλούπι πάνω στο οποίο έχει διαμορφωθεί το φυσικό μας σώμα. Είναι η μορφή, η εικόνα του σώματος· αλλάζει αλλά παραμένει και η ίδια. Είναι η συνεχόμενη εικόνα ενός ανθρώπου από την γέννηση ως τον θάνατο, με όλες τις ιδιαιτερότητες και τα χαρακτηριστικά της παιδικής ηλικίας, της ενηλικίωσης και των γηρατειών, καθώς οι διαστάσεις του σώματος απλώνονται χρονικά στο παρελθόν και στο μέλλον ως μία οντότητα (Ouspensky 2005: 84).

1890: Ο Heinrich Hertz εφηύρε την ασύρματη επικοινωνία ως εφαρμογή της θεωρίας του ηλεκτρομαγνητισμού που πρότεινε ότι ο χώρος είναι γεμάτος από αόρατα κύματα (Henderson 2013: 15).

1893: Ο Arthur Willink έγραψε το βιβλίο *The World of the Unseen: An Essay on the Relation of Higher Space to Things Eternal* αναπτύσσοντας θέματα χριστιανικής φιλοσοφίας και αναζητώντας απάντηση σε θεολογικά ερωτήματα στην χωρική τέταρτη διάσταση, όπως η αναζήτηση του παραδείσου.²⁴ Παρόμοια βιβλία γράφτηκαν το 1922 από τον William Anthony Granville, *The Fourth Dimension and the Bible* και το 1953 από τον Karl Heim, *Christian Faith and Natural Science* (Henderson 2013: 5, 538).

1895: Ο χώρος και ο χρόνος απέκτησαν νέα οπτική ήδη από το τέλος του 19^{ου} αιώνα, μετά από σημαντικές επιστημονικές ανακαλύψεις, όπως για παράδειγμα αυτή των ακτινών *X* από τον Wilhelm Röntgen, το 1895 (εικ. 35), η οποία έδωσε αφορμή στο κοινό να αναρωτηθεί ως προς το πόσο αξιόπιστη είναι η οπτική του ικανότητα για να αντιλαμβάνεται τον κόσμο.

²³Το μυθιστόρημα του Abbott έγινε η αφορμή να γυριστεί η ταινία *animation: Flatland: the Movie* το 2007, με σκηνοθέτες τους Dano Johnson και Jeffrey Travis. Περισσότερες πληροφορίες για την ταινία αυτή υπάρχουν στην ιστοσελίδα: <http://www.imdb.com/title/tt0814106/> (τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019) .

²⁴Στην Καινή Διαθήκη αναφέρεται από τον ίδιο τον Απόστολο Παύλο μία υπερχωρική εμπειρία του: «[...] είτε εν σώματι ουκ οίδα, είτε εκτός του σώματος ουκ οίδα, ο Θεός οίδεν· αρπαγέντα τον τοιούτον έως τρίτου ουρανού. Και οίδα τον τοιούτον άνθρωπον· είτε εν σώματι είτε εκτός του σώματος ουκ οίδα, ο Θεός οίδεν· ότι ηρπάγη εις τον παράδεισον [...]» (Προς Κορινθίους Β', ιβ: 2-4).

Την εποχή εκείνη μελετήθηκε το σχετικά μικρό ορατό φάσμα του ανθρώπου σε σχέση με το σύνολο των ακτινοβολιών που υπάρχουν γύρω μας.

Άλλες σημαντικές ανακαλύψεις που έγιναν εκείνη την περίοδο ήταν η ανακάλυψη του ηλεκτρονίου από τον J. J. Thomson, η ανακάλυψη της ραδιενέργειας από τον Henri Becquerel και η απομόνωση των πρώτων ραδιενεργών στοιχείων από τους Pierre και Marie Curie. Επικράτησε τότε η άποψη ότι όλα τα αντικείμενα εκπέμπουν συνεχώς σωματίδια στον Αιθέρα που τα περιβάλλει.

Επιστήμονες, όπως ο Sir Oliver Lodge, στηριζόμενοι πάνω στην θεωρία του Lord Kelvin σχετικά με το δονούμενο άτομο, πρότειναν ότι ο ίδιος ο Αιθέρας είναι η αιτία της ύλης. Η θεωρία της αλληλεπίδρασης του ηλεκτρονίου με την ύλη, γνωστή ως «ηλεκτρική θεωρία της ύλης», εμφανίζεται στο βιβλίο του Kandinsky *On the Spiritual in Art*. Γνωστοί επιστήμονες, όπως ο William Crookes, εξέφραζαν την άποψη ότι οι δονήσεις του Αιθέρα ανταποκρίνονται εξίσου σε κάθε αίτιο, ακόμη και στην εκπομπή της σκέψης (Henderson 2013: 15-20).



Εικόνα 35: Ακτινογραφία του Röntgen (πηγή: Röntgen 1896: 12).

Για μυστικιστές όπως οι θεοσοφιστές και οι ανθρωποσοφιστές, όπως ο Rudolf Steiner, ο Αιθέρας υπήρξε εργαλείο μεταφοράς κυμάτων σκέψης αλλά και φορέας αλληλεπίδρασης

ύλης - πνεύματος (Henderson 2014: 234). Ο Kandisky πίστευε ότι μέσα από τα έργα του μπορούσε να προκαλέσει μια «δόνηση» στην ψυχή του θεατή, μέσω του Αιθέρα γινόταν ο καλλιτέχνης «πομπός» και ο θεατής «δέκτης».

Ο Αιθέρας έπαιξε επίσης σημαντικό ρόλο στο έργο μεγάλων καλλιτεχνών της αφαίρεσης, όπως του Wassily Kandinsky και του Kazimir Malevich, και στην ανάπτυξη της ιδιαίτερης τεχνοτροπίας τους (Henderson 2014: 233).

1895-97: Στα τέλη του 19^{ου} αιώνα, μεγάλη απήχηση στο ευρύ κοινό είχε η τέταρτη διάσταση μέσω των ιστοριών επιστημονικής φαντασίας, όπως το *The Time Machine* (1895) του Herbert George Wells που, ενώ δέχεται ως τέταρτη διάσταση τον χρόνο, ο κοσμικός ταξιδιώτης που πρωταγωνιστεί συζητάει στην αρχή του έργου με ένα φίλο του για ανώτερες χωρικές διαστάσεις. Ο Wells χρησιμοποιεί την έννοια του Υπερχώρου και σε άλλα έργα του, όπως το *The Remarkable Case of Davidson's Eyes*, όπου μπορεί κάποιος μέσω της τέταρτης διάστασης, ενώ βρίσκεται στο Λονδίνο να παρακολουθεί ένα νησί στις νότιες θάλασσες, το *The Plattner Story*, όπου ένας επιστήμονας μετά από μια έκρηξη επισκέπτεται τον τετραδιάστατο χώρο και γυρίζει πίσω έχοντας την καρδιά του στην δεξιά πλευρά, και το *The Invisible Man*.²⁵ Τα βιβλία του Wells κυκλοφορούσαν στις Ηνωμένες πολιτείες, στην Αγγλία και στην Γαλλία με μεγάλη απήχηση στο κοινό (Henderson 2013:134-35).

1902-08: Εκείνος όμως που πραγματικά συνέβαλε στην διάδοση της ιδέας της οπτικοποίησης της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης και επηρέασε την τέχνη των πρώτων δεκαετιών του εικοστού αιώνα ήταν ο Γάλλος μαθηματικός Henri Poincaré. Τα τρία βιβλία του, που εκδόθηκαν το 1902, το 1904 και το 1908 πάνω στην μη-Ευκλείδεια γεωμετρία και τις ανώτερες διαστάσεις, έτυχαν μεγάλης αποδοχής από ειδικούς και μη, ακριβώς την εποχή που οι ιδέες για την Τέταρτη Χωρική Διάσταση έβρισκαν γόνιμο έδαφος (Henderson 2013: 147).

1905: Ο Albert Einstein δημοσίευσε την Θεωρία της Σχετικότητας εισάγοντας την έννοια του χωροχρόνου, δηλαδή του χρόνου ως τέταρτη διάσταση, απορρίπτοντας τις υπερχωρικές διαστάσεις. Το 1919, όταν η θεωρία του έγινε ευρέως γνωστή, ουσιαστικά σταμάτησε το μεγάλο γενικό ενδιαφέρον για την Τέταρτη Χωρική Διάσταση (Henderson 2013: 97).

1907 - : Τον Νοέμβριο του 1911, ο Guillaume Apollinaire μίλησε για πρώτη φορά δημόσια για την προσπάθεια των Κυβιστών για νέες μετρικές σχέσεις του χώρου, που στην γλώσσα των

²⁵Το βιβλίο αυτό είναι επηρεασμένο από το βιβλίο του Charles Hinton: *Stella and an Unfinished Communication; Studies of the Unseen* (1895).

σύγχρονων καλλιτεχνικών κύκλων ορίζονται ως «Τέταρτη Διάσταση». Με αυτόν τον τρόπο επιβεβαιώνεται η σχέση του κινήματος του κυβισμού με την προσπάθεια οπτικοποίησης του Υπερχώρου (Henderson 2013: 145).

Προπολεμικά, εκτός από την διάλεξη του Apollinaire το 1911, υπάρχουν και άλλες αναφορές για τον όρο «Τέταρτη Διάσταση».

Ο Max Weber τον Ιούλιο του 1910 δημοσιεύει στο περιοδικό *Camera Work* το άρθρο του: «*The Fourth Dimension from a Plastic Point of View*». Ο Albert Gleizes τον Οκτώβριο του 1912 τονίζει σε μια συνέντευξή του ότι: «[...] πέρα από τις τρεις ευκλείδειες διαστάσεις, προσθέσαμε άλλη μία, την τέταρτη διάσταση, δηλαδή το πλάσιμο του χώρου, την μέτρηση του απείρου». Τον Ιανουάριο του 1913 ο Jean Metzinger εκθέτει το έργο του *Nature Morte (4me Dimension)* (εικ. 38) στην έκθεση των Gleizes, Metzinger, Lezer στην *Galerie Berthe Weill*. Τον Μάρτιο του 1913, ο Apollinaire στο τρίτο κεφάλαιο του βιβλίου του *Les Peintres Cubistes* αναφέρεται στις

«[...] νέες δυνατότητες της χωρικής μέτρησης, που στην γλώσσα του μοντερνισμού, ορίζονται με τον όρο τέταρτη διάσταση. Όπως παρουσιάζεται νοητικά, σε σχέση με την πλαστικότητα, η τέταρτη διάσταση εμφανίζεται ως συνέχεια των τριών γνωστών διαστάσεων: αντιπροσωπεύει τον αχανή χώρο που επεκτείνεται άπειρα προς κάθε κατεύθυνση, κάθε χρονική στιγμή. Είναι ταυτόσημη με τον ίδιο τον χώρο, η διάσταση της απειρότητας και προικίζει τα αντικείμενα με πλαστικότητα. Δίνει σε κάθε αντικείμενο τις αναλογίες που αποδίδονται σε ένα έργο τέχνης [...]»

(Henderson 2013: 167).

Τον Δεκέμβριο του 1913, ο κριτικός τέχνης και υποστηρικτής του κυβισμού Maurice Raynal γράφει σε ένα άρθρο του: «[...] ο γνωστός όρος της τέταρτης διάστασης που οι κυβιστές εφάρμοζαν, ζωγραφίζοντας αντικείμενα όπως αυτοί τα φανταζόταν». (Henderson 2013: 165-67).

Στην Γαλλία, η έννοια της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης δεν ήταν τόσο διαδεδομένη στο ευρύ κοινό, όπως συνέβαινε στην Αμερική, όμως δεν ήταν λίγα τα βιβλία και τα άρθρα που δημοσιευόταν στο Παρίσι εκείνη την περίοδο σχετικά με το θέμα. Η επαφή των Κυβιστών με την θεωρία της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης έγινε κυρίως μέσω του Maurice Princet. Ο Princet ήταν ένας εμπειρογνώμονας ασφαλίσεων που ενδιαφερόταν για τα ανώτερα μαθηματικά. Ανήκε στον στενό κύκλο των φίλων του Picasso που συναντιόταν στο ατελιέ του. Την ομάδα αποτελούσαν ποιητές, οπαδοί του αποκρυφισμού και πρωτοπόροι συγγραφείς του

φανταστικού όπως ο Alfred Jarry, ο οποίος είχε δημοσιεύσει παραβολές πάνω στην μη-Ευκλείδεια γεωμετρία, την Τέταρτη Χωρική Διάσταση και τα ταξίδια στον χρόνο.



Εικόνα 36: Picasso, P. (1907) *Les Femmes d'Alger (O Version O)*. Λάδι σε μουσαμά, 243,9 εκ. επί 233,7 εκ., MOMA, Νέα Υόρκη.

Ο Princet, ο μαθηματικός του κυβισμού όπως έγινε γνωστός, αν και δεν συμμετείχε συχνά στην ομάδα, επισκεπτόταν τον Picasso στο σπίτι του. Την άνοιξη του 1907, τότε που ο Picasso πειραματιζόταν πάνω στο έργο *Les Femmes d'Alger* (εικ. 36), τον άκουγε να αναπτύσσει τις απόψεις του για την Τέταρτη Χωρική Διάσταση, τις οποίες αντλούσε κυρίως από τον Poincaré (Miller 2002: 14-15).

Ο τρόπος με τον οποίο σημάδεψε ο Poincaré, μέσω του Princet, τον κυβισμό είναι πως δημιούργησε ένα φιλοσοφικό σύστημα, μια θέση γνωστή ως «συμβατικισμός», στο βιβλίο του *La Science et l'hypothèse*. Η θεωρία αυτή ήταν σε θέση να εξηγήσει τον τρόπο να ανακαλύψουμε νοητικά οποιοδήποτε είδος γεωμετρίας με οποιονδήποτε αριθμό διαστάσεων (Miller 2002: 141).

Ο Poincaré, προτείνει να φανταστούμε έναν κόσμο τεσσάρων χωρικών διαστάσεων ως εξής:

«Οι εικόνες των αντικειμένων γύρω μας αποτυπώνονται στον αμφιβληστροειδή, που είναι ένα επίπεδο με δύο διαστάσεις: αυτές είναι οι όψεις. Καθώς όμως το μάτι (ή το αντικείμενο) κινείται, βλέπουμε διαδοχικά διαφορετικές όψεις του ίδιου αντικειμένου από διαφορετικές οπτικές γωνίες [...]. Λοιπόν, κατά τον ίδιο τρόπο που ζωγραφίζουμε την όψη ενός τρισδιάστατου σώματος σε ένα μουςαμά τριών (ή δύο) διαστάσεων, μπορούμε και να ζωγραφίσουμε την όψη ενός τετραδιάστατου σώματος από πολλές οπτικές γωνίες. Αυτό είναι απλώς ένα παιγνίδι για τον γεωμέτρη. Φανταστείτε ότι οι διαφορετικές όψεις του ίδιου αντικειμένου διαδέχονται η μία την άλλη.»

(Miller 2002: 147-48).

Η τέταρτη διάσταση του Poincaré, λοιπόν, είναι μια χωρική διάσταση για την οποία προτείνει να απεικονίζονται διαδοχικές όψεις του ίδιου αντικειμένου πάνω στο επίπεδο. Ο Picasso το ερμήνευσε με τον δικό του τρόπο, ότι οι διαφορετικές όψεις θα έπρεπε να εμφανίζονται συγχρόνως στον χώρο. Έτσι γεννήθηκαν οι *Δεσποινίδες* (*Les Demoiselles d'Avignon*). Η δεσποινίδα που κάθετα οκλαδόν απεικονίζεται ταυτόχρονα ανφάς – προφίλ (Miller 2002: 148).

Ένα δεύτερο σημείο αναφοράς για τον Princet ήταν το βιβλίο *Traité Élémentaire de Géométrie à Quatre Dimensions* του Esprit Jouffret. Το βιβλίο περιείχε εντυπωσιακά πολυεδρικά σχήματα τα οποία παραπέμπουν στα μεταγενέστερα έργα του Braque και του Picasso. Για παράδειγμα, στο *Portrait of Ambroise Vollard* του Picasso και στην υπεροπτική προοπτική από το βιβλίο του Jouffret (εικ. 37) παρατηρούμε μια ομοιότητα στις τριγωνικές επιφάνειες που αντιστοιχούν σε επίπεδα και γωνίες υπό διαφορετική οπτική. Μία περαιτέρω ομοιότητα αφορά στην φωτοσκίαση των τριγώνων στο σχέδιο του Jouffret που συναντάμε ως τονικότητα στο έργο του Picasso (Henderson 2013: 159).

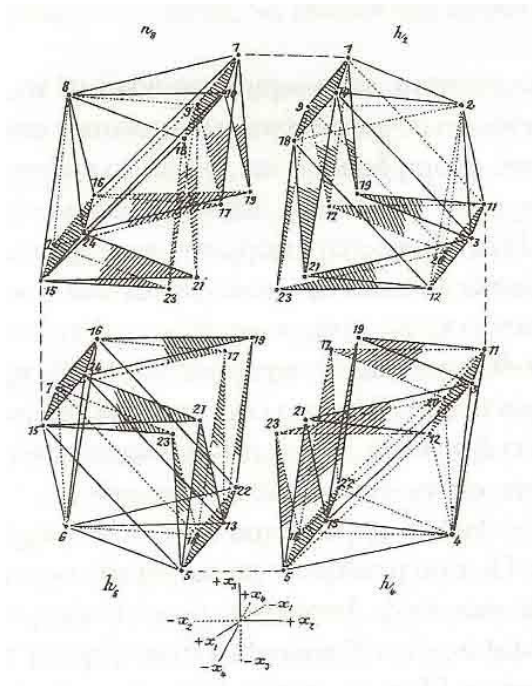
Ο Picasso έκανε συχνά δηλώσεις για την προέλευση του κυβισμού όπως και για το έργο του *Les Demoiselles d'Avignon*. Υποστήριζε ότι αγνοούσε την ύπαρξη της αφρικανικής τέχνης πριν την ολοκλήρωση του έργου, αλλά είναι γνωστή η επαφή του καλλιτέχνη με την τέχνη αυτή πριν τις *Δεσποινίδες*.

Ο Alfred Barr τον Οκτώβριο του 1945 ανέφερε ότι:

«Όταν ο Picasso ρωτήθηκε αν είχε μιλήσει για μαθηματικά ή την τέταρτη διάσταση με τον Princet, απάντησε πως όχι. Σχετικά με τον κάπως μυστηριώδη

Princet, ο Picasso είπε πως ήταν εμπειρογνώμονας ασφαλίσεων, ενώ ήταν γνωστή η σχέση του Princet με την ομάδα που επισκεπτόταν το εργαστήριό του.»

(Miller 2002: 122).



Εικόνα 37: Αριστερά: Επίπεδες προβολές όψεων των δεκαέξι θεμελιωδών οκταέδρων κατά την περιστροφή του τετραδιάστατου εικοσιτετραέδρου από τον Jouffret (πηγή: Jouffret 1903: fig. 3.9).

Δεξιά: Picasso, P. (1910) *Portrait of Ambroise Vollard*. Λάδι σε μουσαμά, 92 εκ. επί 65 εκ., The Pushkin Museum of Fine Art, Μόσχα.

Όμως, το 1926, έστειλε μια υπογεγραμμένη επιστολή στην σοβιετική εφημερίδα *Ογκονιόκ*, όπου παραδεχόταν ότι ο Maurice Princet ήταν παρών στις συζητήσεις των Κυβιστών γύρω από την αισθητική. Αργότερα αρνήθηκε ότι έστειλε αυτή την επιστολή (Miller 2002: 124).

Είναι δύσκολο να εντοπίσουμε το βαθμό στον οποίο ο Picasso επηρεάστηκε από τις ιδέες του Princet και τις συζητήσεις των άλλων Κυβιστών γύρω από αυτές, αλλά μάλλον είναι αδύνατο να του ήταν αδιάφορες. Για πολλούς από τους υπόλοιπους κυβιστές είναι βέβαιο ότι η επίδραση του Princet υπήρξε σημαντική, όπως για παράδειγμα για τον Jean Metzinger (Henderson 2013: 162).

Το φθινόπωρο του 1910 ο Metzinger αναφέρει για τον Picasso στο βιβλίο του *Note Sur la Peinture*: «[...] χρησιμοποιεί μια ελεύθερη, κινούμενη προοπτική, από την οποία αυτός ο ιδιοφυής μαθηματικός Maurice Princet έχει συναγάγει μια ολόκληρη νέα γεωμετρία» (Miller 2002: 226).



Εικόνα 38: Metzinger, J. (1911). *Nature Morte (4me Dimension)*. Λάδι σε μουσαμά, 93,5 εκ. επί 66,5 εκ., ιδιωτική συλλογή.

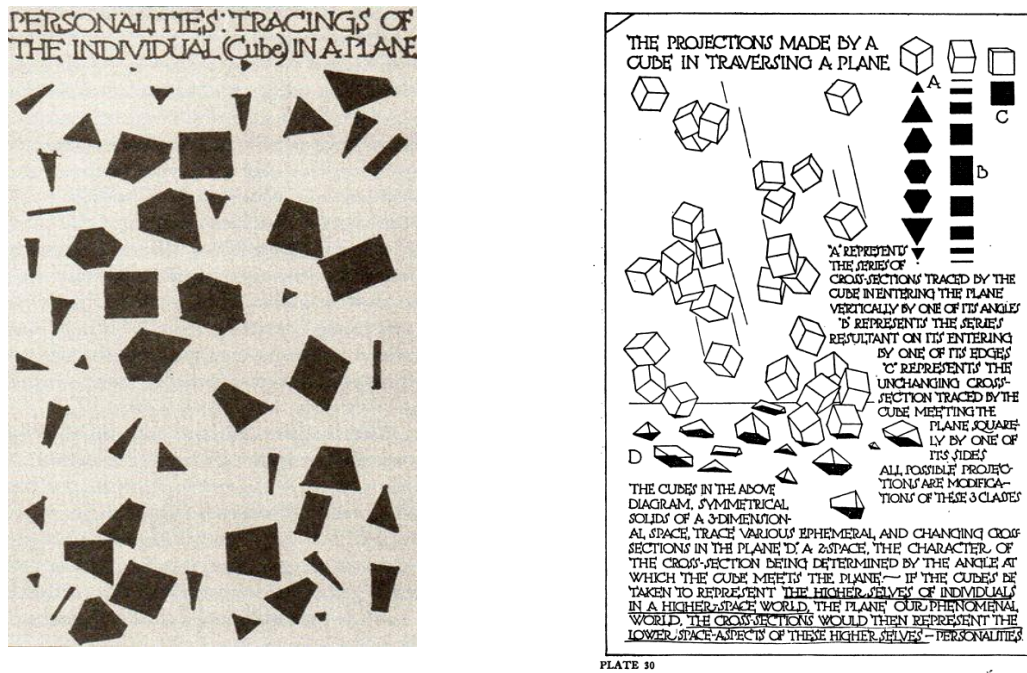
1909: Στις Ηνωμένες πολιτείες, στις αρχές του εικοστού αιώνα, η ιδέα της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης γινόταν δημοφιλής μέσα από άρθρα που δημοσίευαν διάφορα περιοδικά, όπως *The Popural Science Monthly* και *Science*, με αποκορύφωμα το 1909 όταν το γνωστό περιοδικό *Scientific American* διοργάνωσε έναν παγκόσμιο διαγωνισμό για την πιο προσιτή εξήγηση της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης (Henderson 2013: 141-42).

1909: Ο Pyotr Demianovich Ouspensky, συγγραφέας του βιβλίου *Tertium Organum*, επηρέασε πολλούς ερευνητές της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης. Γεννήθηκε στην Μόσχα το 1878 και ασχολήθηκε με την Τέταρτη Χωρική Διάσταση από νεαρή ηλικία. Το 1907 άρχισε να μελετάει βιβλία Θεοσοφίας τα οποία τον έφεραν σε επαφή με τον μυστικισμό και τον εσωτερισμό. Ταξίδεψε στην Αίγυπτο, στην Τουρκία, στην Κεϋλάνη και στην Ινδία με σκοπό να βρει την «αιώνια» σοφία πάνω στην οποία θα θεμελιώνει το δικό του σύστημα σκέψης με βάση την Τέταρτη Χωρική Διάσταση. Ανάμεσα στα ταξίδια του, και ενώ βρισκόταν στην Αγία Πετρούπολη, δημοσίευσε τα βιβλία του *The Fourth Dimension* (1909) και *Tetrium Organum* (1911). Θεώρησε ότι η σκέψη μέσα από την Τέταρτη Χωρική Διάσταση μπορεί να διευρύνει την αντίληψή μας για τον κόσμο (Henderson 2013: 379).

1913: Στην Αμερική, εκείνος που έκανε γνωστό τον Ouspensky ήταν ο Claude Bragdon. Όταν ανακάλυψε το 1918 το βιβλίο του *Tertium Organum*, ενθουσιασμένος από τις ιδέες του, συνεργάστηκε με τον νεαρό Ρώσο Nicholas Bessaraboff για να το μεταφράσει και να το εκδώσει τελικά από τον δικό του εκδοτικό οίκο το 1920. Ο Bragdon εργάστηκε ως σχεδιαστής, αρχιτέκτονας και σκηνογράφος στην Νέα Υόρκη. Υπήρξε ακόμη συγγραφέας περισσότερων των είκοσι βιβλίων και εκδότης του οίκου *Manas Press*. Ο πατέρας του ήταν θεοσοφιστής και ο ίδιος γνώρισε την θεωρία της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης από το φίλο του Burgess αλλά και από τα βιβλία του Hinton. Με το ψευδώνυμο «*Tesseract*» δημοσίευσε το πρώτο του κείμενο στο περιοδικό *Scientific American* το 1909 (Henderson 2013: 315-16).

Η πιο σημαντική δουλειά του Bragdon πάνω στην Τέταρτη Χωρική Διάσταση είναι το βιβλίο του *A Primer of Higher Space (the Fourth Dimension)*, που εκδόθηκε το 1913 και περιλάμβανε επίσης το *Man the Square: A Higher Space Parable*, το οποίο είχε κυκλοφορήσει ένα χρόνο πριν. Στο έργο του αυτό περιέχονται για πρώτη φορά 30 εικόνες σχεδιασμένες με το χέρι οι οποίες συνοψίζουν όλες τις γνωστές ιδέες για την Τέταρτη Χωρική Διάσταση που υπήρχαν από το 19^ο αιώνα μέχρι τότε.

Στην εικόνα 39 περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο μπορούμε να προσεγγίσουμε τον Υπερκύβο, ξεκινώντας από ένα σημείο και συνεχίζοντας διαδοχικά στην ευθεία, στο τετράγωνο και στον κύβο.

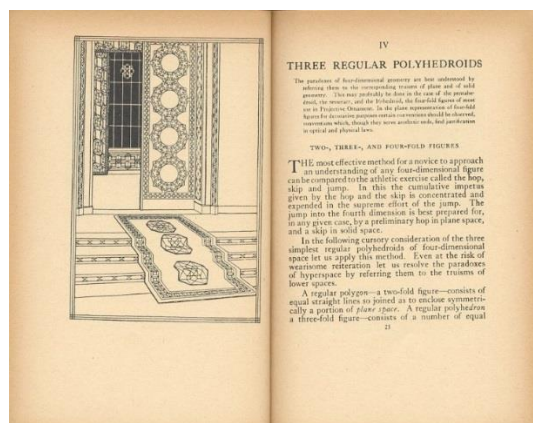
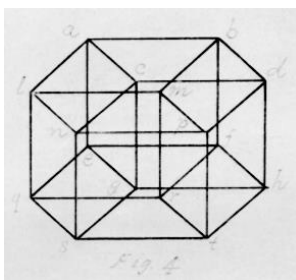


Εικόνα 40: Τομές κύβου με επίπεδο

Αριστερά: Bragdon, C. (1912) *Personalities: Tracings of the Individual (Cube) in a Plane* (πηγή: Bragdon 1912: 65).

Δεξιά: Bragdon, C. (1912) *Personalities: Tracings of the Individual (Cube) in a Plane* (πηγή: Bragdon 1913: Pl. 30).

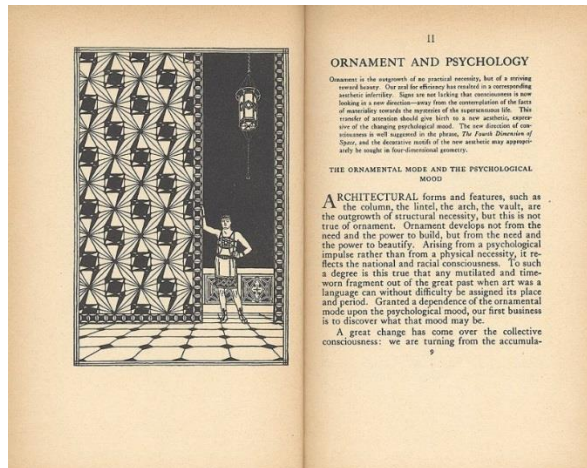
Ο Bragdon στα σχέδια της προβολής ενός τετραδιάστατου Υπερκύβου, που φαντάστηκε ο Stringham (εικ. 41), δεν διέκρινε μόνο μια φιλοσοφική προέκταση της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης αλλά και ένα νέο διακοσμητικό στυλ.



Εικόνα 41: Αριστερά: Stringham, W.I. (1880) *Regular Figures in n-Dimensional Space* (πηγή: Stringham 1880: Pl.1 (τμήμα)).

Δεξιά: Bragdon, C. (1915) *Projective Ornament* (πηγή: Bragdon 1915: 22-23).

Ο Bragdon, στο βιβλίο του *Projective Ornament* (1915), ανακαλύπτει τις διακοσμητικές δυνατότητες της υπερχωρικής γεωμετρίας τις οποίες θεώρησε απαραίτητες για τον πολιτισμό του μέλλοντος. Στην εικόνα 42 φαίνεται μια σύνθετη προβολή του τετραδιάστατου δεκαεξάεδρου ως πρόταση για την διακόσμηση ενός τοίχου (Henderson 2013: 320-21).



Εικόνα 42: Bragdon, C. (1915) *Projective Ornament* (πηγή: Bragdon 1915: 8-9).

1913: Ο Kazimir Malevich αναζήτησε στο έργο του την έννοια της διάστασης, όπως φαίνεται και από τους τίτλους που έδινε στα έργα του. Στην έκθεση *Last Futurist Exhibition 0.10* εξέθεσε τα έργα: *Painterly Realism of a Boy with a Knap Sack: Color Masses in the Fourth Dimension* και *Painterly Masses of a Peasant Woman: Color Masses in the Second Dimension* (εικ. 43).



Εικόνα 43: Αριστερά: Malevich, K. (1915) *Painterly Realism of a Boy with a Knap Sack: Color Masses in the Fourth Dimension*. Λάδι σε μουσαμά, 71,1 εκ. Επί 44,5 εκ., MOMA, Νέα Υόρκη.

Δεξιά: Malevich, K. (1915) *Red Square: Painterly Realism of a Peasant Woman in Two Dimensions*. Λάδι σε μουσαμά, 53 εκ. επί 53 εκ., State Russian Museum, Αγία Πετρούπολη.

Μπορούμε να παρατηρήσουμε την ομοιότητα ανάμεσα στα έργα του, όπως αυτό της εικόνας 44, και τα σχέδια του Bragdon (καθώς και την θεωρία του Hinton), τα οποία δείχνουν τα διδιάστατα ίχνη που αφήνει ένα τριδιάστατο αντικείμενο όταν διέρχεται μέσα από ένα επίπεδο (εικ. 40) (Henderson 2013: 415-16).



Εικόνα 44: Malevich, K. (1915) *Eight Red Rectangles*. Λάδι σε μουσαμά, 57 εκ. επί 48 εκ., Stedelijk Museum, Άμστερνταμ.

Ο Malevich, μαζί με τους άλλους Ρώσους πρωτοπόρους, επηρεάστηκε πολύ από τον Ouspensky με τον οποίο είχαν ιδιαίτερη σχέση. Ο Ouspensky υποστήριζε ότι η πρώτη επαφή με την συνείδηση του Τετραδιάστατου Χώρου θα χαρακτηρίζεται με την αίσθηση της απειρότητας, μια αίσθηση που χαρακτηρίζει τους πίνακες του Malevich: «*λευκό, ελεύθερο και άπειρο χάσμα*» (Henderson 2013: 422)

1911-68: Ο Marcel Duchamp υπήρξε στενός φίλος του Princet και παρόλο που τον κατηγορούσε αργότερα ότι δεν γνώριζε πραγματικά την Τέταρτη Χωρική Διάσταση τόσο καλά όσο ο ίδιος ισχυριζόταν, παραδέχθηκε την σημαντική επίδρασή του στον κυβισμό. Ο Duchamp προσωπικά γνώριζε ελάχιστα μαθηματικά (Henderson 2013: 234).

Τον Οκτώβριο του 1911, επηρεασμένος από τον Jouffret, ξεκίνησε τα προσχέδια για το έργο του *Portrait of Chess Players* (εικ. 45). Στον πρόλογο του βιβλίου *Traité Élémentaire de Géométrie à Quatre Dimension*, ο Jouffret χρησιμοποιεί μεταφορικά το σκάκι για να αναρωτηθεί για την πιθανή ύπαρξη του Τετραδιάστατου Χώρου (Henderson 2013: 238). Αναφέρει:

«Υπάρχουν, σπάνια, σκακιστές που έχουν την ικανότητα να συμμετέχουν ταυτόχρονα σε πολλές παρτίδες χωρίς να έχουν οπτική επαφή. Χωρίς σημειώσεις,

ο σκακιστής παίζει ταυτόχρονα με πολλούς αντιπάλους: κάποιος με την καθοδήγηση του, εκτελεί τις κινήσεις και του αναφέρει τις κινήσεις των αντιπάλων του [...] Πώς, όμως, δουλεύει το μυαλό τους; Μπορούμε να πούμε ότι είναι θέμα μνήμης και μεθόδου. Όλοι τους παραδέχονται ότι οπτικοποιούν μια σκακίερα με παίχτες, κάτι σαν ένας εσωτερικός καθρέπτης... Ο αναγνώστης του βιβλίου δεν πρέπει να ελπίζει να αντικειμενοποιήσει, όπως κάνει ο σκακιστής με τα δεμένα μάτια τα πιόνια της πνευματικής του σκακίερας, ούτε τα τετραδιάστατα αντικείμενα που είναι το αντικείμενο αυτής της μελέτης, ούτε τις ιδιότητες που προσδίδουμε σ' αυτά: θα εξαντλήσει το μυαλό του με μάταιες προσπάθειες για να διαπεράσει το απειροστά λεπτό επίπεδο που διαχωρίζει αυτά τα αντικείμενα από τον εαυτό του. Αν πράγματι υπάρχουν τέσσερις διαστάσεις, το μυαλό μας είναι περιορισμένο στις τρεις.»

(Henderson 2013: 240).



Εικόνα 45: Αριστερά: Duchamp, M. (1911) *Study for Portrait of Chess Players*. Μελάνι και νερομπογιά σε χαρτί, 21,2 εκ. επί 18,4 εκ., The Solomon R. Guggenheim Museum, Νέα Υόρκη.

Δεξιά: Duchamp, M. (1911) *Portrait of Chess Players*. Λάδι σε μουσαμά, 100,6 εκ. επί 100,5 εκ., Philadelphia Museum of Art, Φιλαδέλφεια.

Ο Duchamp σχεδίασε αρχικά έξι προσχέδια για το τελικό έργο. Στα σχέδια αυτά παρουσιάζονται πολλαπλές σκακιέρες, σκακιστές, ακόμη και επιπλέον κεφάλια που μάλλον συμβολίζουν τα στάδια σκέψης των παιχτών. Το θέμα του πίνακα είναι ουσιαστικά τα πνευματικά και ψυχολογικά στάδια των σκακιστών κατά την διάρκεια ενός παιχνιδιού,

παραπέμποντας στον εσωτερικό καθρέφτη και την πνευματική σκακιέρα που αναφερόταν ο Jouffret (Henderson 2013: 241).

Ο ίδιος ο Duchamp σε μια διάλεξή του το 1964 περιγράφει τον πίνακα ως εξής: «[...] ζωγράφισα τα κεφάλια των δύο αδερφών μου να παίζουν σκάκι, όχι στον κήπο αυτή την φορά, αλλά σε έναν αόριστο χώρο [...]».²⁶ Ο «αόριστος χώρος» είναι μια έκφραση που χρησιμοποιούσαν οι κυβιστές για την έννοια του Τετραδιάστατου Χώρου (Henderson 2013: 241).

Ως πρώτο στάδιο για το έργο του *The Bride Stripped Bare by Her Bachelors, Even (The Large Glass)*, ο Duchamp ζωγράφισε τον Αύγουστο του 1912 το *The Bride* (εικ. 46), για το οποίο ανέφερε ότι ήταν η πρώτη του αμυδρή ματιά στην Τέταρτη Χωρική Διάσταση. Αυτή η δήλωσή του ήταν αρκετά σημαντική, γιατί είχαν προηγηθεί έργα του όπως το *Portrait of Chess Players*, που αναφέρθηκε παραπάνω, αλλά και η γνωστή δουλειά του πάνω στην κίνηση (Henderson 2013: 244).



Εικόνα 46: Duchamp, M. (1912) *The Bride*. Λάδι σε μουσαμά, 94,3 εκ. επί 60 εκ. επί 5,1 εκ., Philadelphia Museum of Art, Φιλαδέλφεια.

Ο Princet εξακολουθούσε να στηρίζει τον Duchamp και του σύστηνε βιβλία για να τα μελετήσει. Ο ενθουσιασμός του Duchamp για την ενασχόληση με τις ανώτερες διαστάσεις διατυπώνεται και σε ένα γράμμα από την Gertrude Stein στην Mabel Dodge το 1913, όπου η

²⁶ Ο Duchamp αναφέρεται σε προηγούμενο έργο του, το *Chessgame* που φιλοτέχνησε το 1910 (Henderson 2013: 241).

Stein περιέγραφε την συνάντησή της με τον νεαρό Duchamp ο οποίος μιλούσε παθιασμένα για την Τέταρτη Χωρική Διάσταση (Henderson 2013: 245-46).

Το έργο του *The Bride Stripped Bare by Her Bachelors, Even (The Large Glass)* (εικ. 47), φιλοτεχνούνταν από την χρονιά που μετακόμισε στην Νέα Υόρκη, το 1915, μέχρι το 1923. Υπήρξε μια επανάσταση για την τέχνη, τόσο σε τεχνική όσο και σε περιεχόμενο, όπως ήδη είχε ξεκινήσει να κάνει ο καλλιτέχνης στα έργα του από το 1912. Η χειρονομία του καλλιτέχνη έχει αντικατασταθεί με την αίσθηση της μηχανικής κατασκευής, με μια ποικιλία υλικών πάνω σε γυαλί. Ακόμη και το θέμα είχε βάση τις μηχανές. Αρχικά σχεδίαζε να μεταφέρει φωτογραφικές εικόνες πάνω στο γυαλί. Επειδή αυτό τελικά δεν μπόρεσε να γίνει, το ζωγράφισε προσεκτικά δίνοντας την εντύπωση μιας εκτύπωσης ενός ασπρόμαυρου φιλμ.



Εικόνα 47: Duchamp, M. (1915-23) *The Bride Stripped Bare by Her Bachelors, Even (The Large Glass)*. Λάδι, βερνίκι, φύλλα μόλυβδου, σύρμα μόλυβδου και σκόνη σε γυαλί, 277,5 εκ. επί 177,8 εκ. επί 8,6 εκ., Philadelphia Museum of Art, Φιλαδέλφεια.

Σύμφωνα με τις σημειώσεις του Duchamp, ο τίτλος του έργου αφορά μια ερωτική μηχανή που αποτελείται από μια νύφη στο πάνω μέρος και ένα σύμπλεγμα «συσκευής μνηστήρων» στο κάτω μέρος. Υπάρχει ένας σαφής διαχωρισμός του πάνω μέρους με το κάτω, που φανερώνει την ματαιότητα της ανθρώπινης επαφής. Η κατασκευή σε διαφανές υλικό και η τοποθέτηση ενός καθρέφτη πίσω από το έργο δημιουργούσε, για αυτόν, τις προϋποθέσεις της

οπτικής του απείρου, της συνέχειας της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης (Henderson 2013: 246-76).

Η πρόθεσή του ήταν να διακρίνει κανείς την διαφορά μεταξύ της τετραδιάστατης «νύφης» που βρίσκεται στο πάνω μέρος, με τους τριδιάστατους προοπτικούς «μνηστήρες» του κάτω μέρους. Ήθελε να προχωρήσει πέρα από τους κυβιστές, όχι μόνο στην απόρριψη της αναγεννησιακής προοπτικής, αλλά και στην μαθηματική επίλυση του προβλήματος της απεικόνισης της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης (Henderson 2013: 250). Ο ζωγράφος βασίστηκε κυρίως σε μια ιδέα που πήρε από το βιβλίο του Jouffret, ότι η σκιά ενός τετραδιάστατου αντικειμένου στον χώρο μας είναι τριδιάστατη. Ο καθρέφτης τον οποίο τοποθέτησε πίσω από το έργο του έπαιξε το ρόλο της τριδιάστατης σκιάς (Henderson 2013: 275). Σημειώσεις του Duchamp πάνω στο έργο που δείχνουν την επίδραση του Jouffret και του Poincaré δημοσιεύτηκαν από τον ίδιο το 1966 με τον τίτλο *À l'infinif (The White Box)*.²⁷

Το 1918 φιλοτέχνησε με λάδι σε καμβά το έργο *Tuum'* (εικ. 48). Ο Duchamp με την χρήση των σκιών θέλησε να «θολώσει» την διαχωριστική γραμμή μεταξύ πλάνης και πραγματικότητας. Τα γνωστά του *ready-mades* ήταν μερικά από τα αντικείμενα που υποτίθεται ότι έριχναν τις σκιές τους πάνω στο επίπεδο του καμβά δημιουργώντας έτσι ένα τετραδιάστατο *ready-made* (Henderson 2013: 279).



Εικόνα 48: Duchamp, M. (1918) *Tuum'*. Λάδι και μολύβι σε μουσαμά με βούρτσα μπουκαλιού, βίδα και τρεις παραμάνες, 69,8 εκ. επί 303 εκ., Yale University Art Gallery, New Haven, Κονέκτικατ.

Ο John Dee σύγκρινε το ενδιαφέρον που έδειξε ο Duchamp για τις σπείρες (όπως το ανοιχτήρι μπουκαλιών που εικονίζεται στον πίνακα) με την χρήση της σπείρας από τον Hinton για την απόδειξη ύπαρξης ανωτέρων διαστάσεων. Την σπείρα την συναντούμε συχνά στα έργα

²⁷ Το 1914 είχε προηγηθεί δημοσίευση συλλογής σημειώσεων με τίτλο *The box*, το 1934 το *Green box* και το 1980 εκδόθηκε μια τελική συλλογή σημειώσεων με τίτλο *Duchamp's notes*, που όμως όλες δεν είχαν την ίδια βαρύτητα πάνω σε γεωμετρικά θέματα, όπως αυτό της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης, όσο το αναφερόμενο.

του Duchamp: στο σκίτσο του *Handler of Gravity* καθώς και στα έργα του *Rotary Glass Plates* (1920) και *Rotary Demisphere* (1925) (εικ. 49).



Εικόνα 49: Αριστερά: Duchamp, M. (1934) *Handler of Gravity*. Από το *Green Box*, Παρίσι.

Δεξιά: Duchamp, M. (1925) *Rotary Demisphere*. Βαμμένο ξύλινο ημισφαίριο τοποθετημένο πάνω σε μαύρο βελούδινο δίσκο, χάλκινος κλοιός με θόλο από πλεξιγκλάς, τροχαλία και μεταλλική βάση, 148,6 εκ. επί 64,1 εκ. επί 61 εκ., The Museum of Modern Art, Νέα Υόρκη.

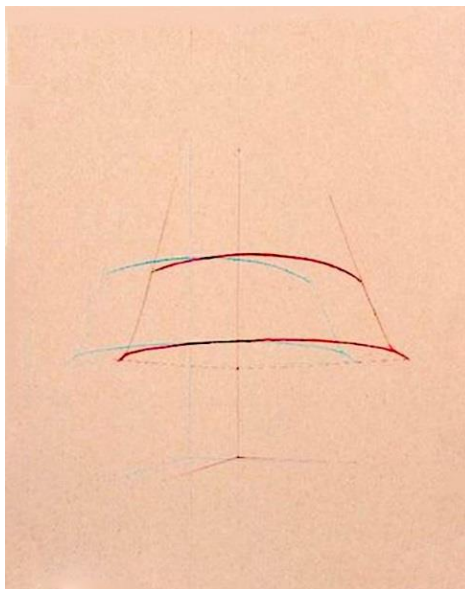
Η περιστρεφόμενη σπείρα κατά την κίνησή της δημιουργεί μια ψευδαίσθηση χώρου, μια μετατόπιση σε μια ανώτερη διάσταση. Στο έργο του *Rotary Glass Plates*, επτά σπирάλ δίσκοι κινούνται δίνοντας την εντύπωση της κίνησης του βάθους προς τα μέσα και έξω, ενώ στο *Rotary Demisphere* το σπирάλ ημισφαίριο προσδίδει ήδη εξ αρχής μια φυσική Τρίτη Διάσταση. Στην ταινία μικρού μήκους *Anemic Cinema* πειραματίζεται με τους διδιάστατους δίσκους του που κυκλοφόρησε εμπορικά με την ονομασία *Rotoreliefs*. Τα *Rotoreliefs* μετατράπηκαν σε στερεοσκοπική μορφή με την βοήθεια του Man Ray (εικ. 50).²⁸

²⁸ Η ταινία είναι διαθέσιμη στην ιστοσελίδα: <https://www.youtube.com/watch?v=dXINTf8kXCc> (τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019).



Εικόνα 50: Duchamp, M. (1935) *Rotoreliefs* (πηγή: www.moma.org/collection/works/69630, τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019).

Μέχρι το τέλος της ζωής του ο Duchamp ασχολήθηκε με το θέμα αυτό. Το τελευταίο του έργο *Cheminée Anaglyphe* αφορούσε ένα στερεοσκοπικό σχέδιο πάνω στην ιδέα ότι αφού το διδιάστατο σχέδιο μιας σπείρας δημιουργεί στο ένα μάτι την αίσθηση του τριδιάστατου χώρου, το στερεοσκοπικό σχέδιο που απευθύνεται στα δύο μάτια θα οδηγήσει στην αίσθηση των τεσσάρων χωρικών διαστάσεων (εικ. 51) (Henderson 2013: 284).



Εικόνα 51: Duchamp, M. (1968) *Cheminée Anaglyphe*. Μπλε και κόκκινο μολύβι σε άσπρο χαρτόνι, 25,2 εκ. επί 20,1 εκ., The Israel Museum, Ιεροσόλυμα.

Σε μία συνέντευξή του στην Jeanne Siegel το 1967, στην ερώτηση αν συνεχίζει να ενδιαφέρεται για την Τέταρτη Χωρική Διάσταση ο Duchamp είπε:

«Ναι και το θεωρώ μια μικρή μου αμαρτία, γιατί δεν είμαι μαθηματικός και τώρα διαβάζω ένα βιβλίο πάνω στην τέταρτη διάσταση και παρατηρώ πόσο παιδαριώδης και αφελής είμαι σχετικά με την τέταρτη διάσταση που με τις σημειώσεις μου θεώρησα ότι πρόσθεσα κάτι σ' αυτό, αλλά βλέπω ότι είμαι λίγο αφελής για τέτοιου είδους δουλειά.»

(Henderson 2013: 286).

Δεκαετία '20: Οι δημοσιεύσεις του Theo van Doesburg έπαιξαν σημαντικό ρόλο στην ενσωμάτωση της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης στις νέες θεωρίες της Φυσικής, ενώ ο ίδιος χρησιμοποίησε τον Υπερκύβο ως δομικό σχήμα στα αρχιτεκτονικά του σχέδια (Henderson 2013: 489).

1921: Ο Theodor Kaluza δημοσιεύει την εργασία του πάνω στις εξισώσεις της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας του Einstein, την οποία είχε παρουσιάσει το 1915. Προσθέτοντας την Τέταρτη Χωρική Διάσταση προσπάθησε να ενοποιήσει την Βαρυτική με την Ηλεκτρομαγνητική Δύναμη (Green 2004: 288).

1922-23: Ο συνθέτης Edgard Varèse συνθέτει το έργο του *Hyperprism* που αναφέρεται στην γεωμετρία των υπερχώρων και την δημιουργία «Ηχητικών Μαζών», όπως τις περιγράφει και ο φυσικός επιστήμονας Hermann von Helmholtz (Henderson 2013: 353-57).

1923: Ο Wassily Kandinsky δεν φαίνεται να έχει άμεση σχέση με την αναζήτηση της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης στην ζωγραφική, όμως τον Οκτώβριο του 1930, αναφερόμενος σε γράμμα του προς τον W. Grohmann στο έργο του *Circles in a Circle* (εικ. 52) που φιλοτέχνησε το 1923, ανέφερε:

«Ο κύκλος είναι η σύνθεση των μεγάλων αντιθέσεων. Συνδυάζει το ομόκεντρο με το απόκεντρο στο ίδιο σχήμα σε απόλυτη ισορροπία. Από τα τρία βασικά σχήματα (τρίγωνο, τετράγωνο, κύκλος), προσεγγίζει περισσότερο την τέταρτη διάσταση.»

(Henderson 2013: 625).



Εικόνα 52: Kandinsky, W. (1923) *Circles in a Circle*. Λάδι σε μουσαμά, 98,7 εκ. επί 95,6 εκ., Philadelphia Museum of Art, Φιλαδέλφεια.

1926: Ο Oscar Klein, που ήταν μαθητής του Kaluza, πρότεινε ότι η επιπλέον διάσταση ήταν μικροσκοπικά καμπυλωμένη ώστε να μην γίνεται αντιληπτή. Η Θεωρία Kaluza - Klein έδωσε τις βάσεις για τις σύγχρονες Θεωρίες των Χορδών και την *M*-Θεωρία (Green 2004: 276-77).

1939: Ο André Breton, μέσα από το κίνημα του σουρεαλισμού, πειραματίστηκε πάνω στις ανώτερες διαστάσεις χωρίς να επηρεαστεί αρνητικά από την Θεωρία της Σχετικότητας. Η Τέταρτη Διάσταση επιβεβαίωσε για αυτόν την άποψη των σουρεαλιστών για την οφθαλμαπάτη του εξωτερικού κόσμου, κύρια πηγή της οποίας υπήρξαν βέβαια οι θεωρίες του Sigmund Freud για το υποσυνείδητο. Ο Breton επηρεασμένος από τους Ντανταϊστές αναζητούσε την αλήθεια πέρα από την λογική και μέσω του πνευματισμού και του μυστικισμού αναζητούσε την επικοινωνία με το υποσυνείδητο. Το 1939 στο άρθρο «*Des Tendances les Plus Récentes de la Peinture Surréaliste*» αναφέρεται σε ένα νέο ρεύμα στην ζωγραφική που συνδυάζει το νέο ενδιαφέρον για τον αυτοματισμό ως μέσο απεικόνισης ανωτέρων διαστάσεων (Henderson 2013: 499-451).

1954 - 60: Ο πίνακας του Salvador Dali *Corpus Hypercubus* δείχνει μία εκδοχή της Σταύρωσης πάνω σε ένα ανάπτυγμα Υπερκύβου τέτοιο ώστε να σχηματίσει το σχήμα του σταυρού σε οκτώ κύβους, όπως έχει ήδη αναφερθεί (παρ. 3.2.3). Ο πολυκύβος φαίνεται να αιωρείται πάνω από μία σκακιέρα δίνοντας έτσι την παρουσία του Διδιάστατου, του Τριδιάστατου και του Τετραδιάστατου Χώρου ταυτόχρονα. Η ένταση του χώρου τονίζεται ακόμη και από τις σκιές των χεριών του Χριστού, τις οποίες δημιουργεί κάποιο απόμακρο φως (εικ. 53) (Gardner 1986: 56).



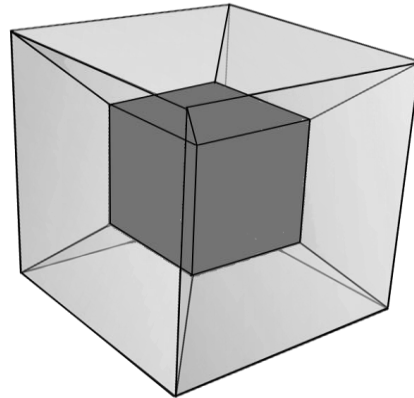
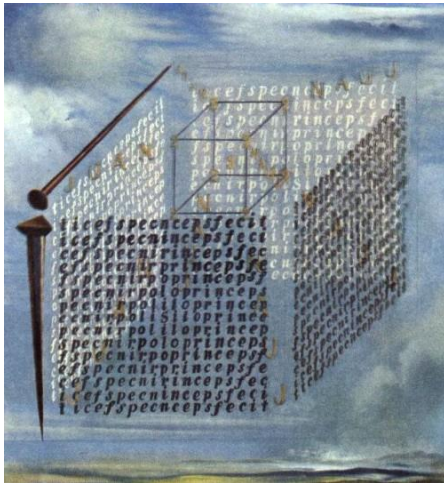
Εικόνα 53: Dali, S. (1954) *Corpus Hypercubus*. Λάδι σε μουσαμά, 194,3 εκ. επί 123,8 εκ., MET, Νέα Υόρκη.

Ο Dali επηρεάστηκε έντονα, στο έργο αυτό, από τις ιδέες και μελέτες του μυστικιστή Raimundo Lulio, ο οποίος έζησε τον 12^ο αιώνα στην Καταλονία, και του αρχιτέκτονα Juan de Herrera, επίσης Καταλανού, ο οποίος έζησε το 16^ο αιώνα (Henderson 2013: 505).

Πιθανώς όμως ο καλλιτέχνης να είχε ως πηγή έμπνευσης το βιβλίο του Bragdon *Man the Square: A Higher Space Parable*, το οποίο αναφέρεται σε ένα διδιάστατο σύμπαν όπου τα τετράγωνα όντα που ζούσαν εκεί, κατάλαβαν την τριδιάστατη πραγματική οντότητά τους ως κύβοι, όταν ο κύβος «Χριστός» ξεδιπλώθηκε με το ανάπτυγμα του σταυρού στις έξι πλευρές του (Henderson 2013: 316).

Ο Thomas Banchoff, ο μαθηματικός που συνεργαζόταν με τον Dali, αναφέρει τις ομοιότητες του Υπερκύβου με το έργο *À Propos of the Treatise on Cubic Form* by Juan de Herrera, το οποίο φιλοτέχνησε ο Dali το 1960 αφιερωμένο στον Juan de Herrera.²⁹ Ο μικρός κύβος, που βρίσκεται στο εσωτερικό ενός μεγάλου κύβου, αντιστοιχεί στην μορφή της προοπτικής προβολής του Υπερκύβου (εικ. 54).

²⁹ Σχετική διάλεξη είναι διαθέσιμη στην ιστοσελίδα: http://www.youtube.com/watch?v=O6M0H_JvMu0 (τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019).



Εικόνα 54: Αριστερά: Dali, S. (1960) *À Propos of the Treatise on Cubic Form by Juan de Herrera*. Λάδι σε μουσαμά, 59,5 εκ. επί 56 εκ., Saint Louis University, Σεντ Λούις.

Δεξιά: Προοπτική προβολή Υπερκύβου (σχέδιο του συγγραφέα).

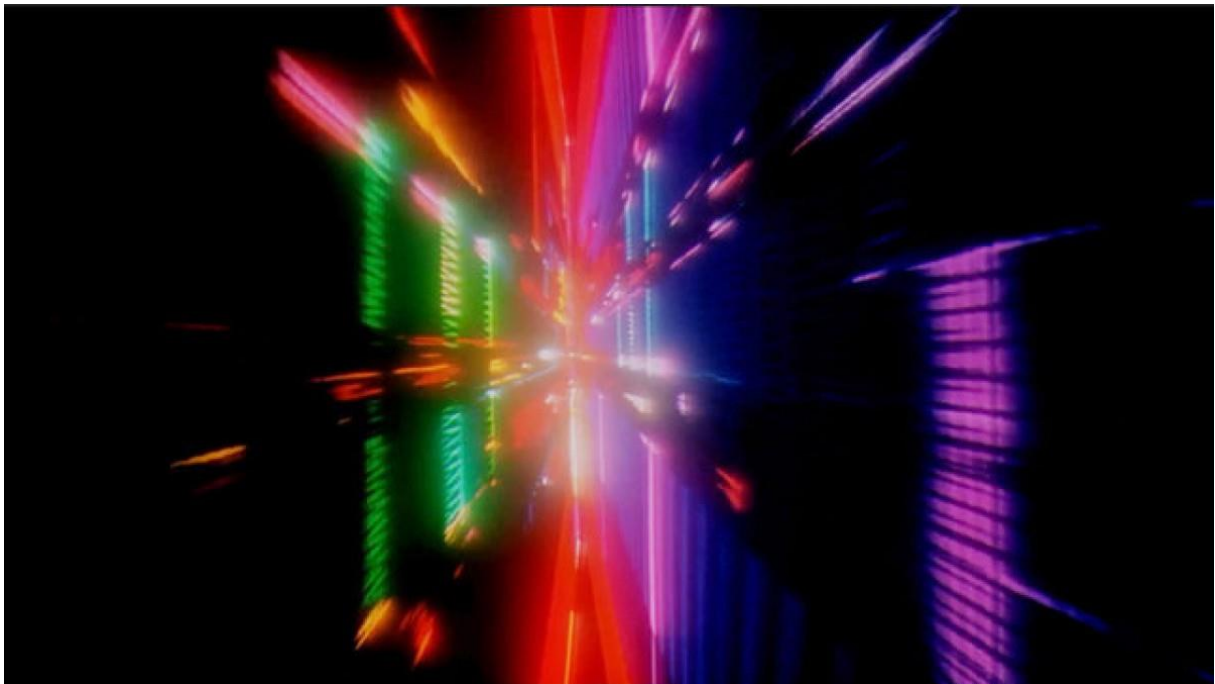
1957: Ο Martin Gardner, από τον Ιανουάριο του 1957 και μέχρι τις αρχές του '60, έγραφε αναφορές σχετικά με την ιστορία της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης και την γεωμετρική της υπόσταση στο περιοδικό *Scientific American*, με το όνομα «*Mathematical Games*», αναζωπυρώνοντας έτσι το ενδιαφέρον του αμερικανικού κοινού για το θέμα (Henderson 2013: 50).

1968 - σήμερα: Η έννοια του Υπερχώρου επανήλθε στην επιστήμη τις τρεις τελευταίες δεκαετίες του εικοστού αιώνα με τις Θεωρίες των Χορδών, των Υπερχορδών και την Μ-Θεωρία, οι οποίες προσπαθούσαν να δώσουν λύση στην ενοποίηση των δυνάμεων και την «Θεωρία των Πάντων» (παρ. 3.4.4).

Έχει ενδιαφέρον ότι στο χώρο του κινηματογράφου, με την χρήση οπτικών εφέ, γίνεται μια προσπάθεια οπτικοποίησης της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης σε ένα έργο που αναφερόταν στο έτος 2001: *2001, A Space Odyssey*, του σκηνοθέτη Stanley Kubrick, που προβλήθηκε το 1968. Το σενάριο της ταινίας γράφτηκε από τον ίδιο τον Kubrick σε συνεργασία με τον γνωστό συγγραφέα επιστημονικής φαντασίας Arthur Clark. Ξεκινώντας από την προϊστορική εποχή, η ταινία αναφέρεται στην επίδραση του «μονόλιθου» (*monolith*), ενός μαύρου λίθου εξωγήινης προέλευσης, στην εξέλιξη του ανθρώπινου είδους μέσω της χρήσης των εργαλείων και της τεχνολογίας. Η ιστορία συνεχίζεται το έτος 2001, όταν ένας μονόλιθος που ανακαλύπτεται στη Σελήνη οδηγεί στην αναζήτηση του επόμενου μονόλιθου που βρίσκεται σε τροχιά γύρω από τον πλανήτη Δία. Μια ομάδα πέντε αστροναυτών και ενός υπερ-υπολογιστή τεχνητής

νοημοσύνης, με το όνομα Hal, ταξιδεύουν για να εξετάσουν τον νέο μονόλιθο. Ο υπερ-υπολογιστής Hal εμφανίζει ανθρώπινη συμπεριφορά και κατά την διάρκεια του ταξιδιού προσπαθεί να εξοντώσει τους αστροναύτες, αλλά ο Dr. David Bowman καταφέρνει να τον σταματήσει και να επιβιώσει. Ο Bowman, όταν προσεγγίζει τον μονόλιθο, εισέρχεται σε μια αστρική πύλη που τον οδηγεί σε μια άλλη διάσταση χώρου και χρόνου, σε ένα κόσμο άυλων «θεϊκών» οντοτήτων. Οι οντότητες αυτές οδηγούν τον Bowman σε ένα δωμάτιο για να τον μελετήσουν, όπως εμείς αντίστοιχα παρατηρούμε τα ζώα στον ζωολογικό κήπο. Ο χρόνος στις διαστάσεις αυτές εξελίσσεται με πολύ γρήγορο ρυθμό. Ο Bowman σύντομα γερνάει και πεθαίνει. Ξαναγεννιέται όμως (re-incarnation) με την μορφή υπεράνθρωπου, το επόμενο βήμα στην εξέλιξη του ανθρώπινου γένους (Schwam 2000: 248-49).

Τα οπτικά εφέ για την απεικόνιση της μετάβασης στον Υπερχώρο θεωρούνται πρωτοποριακά για την εποχή τους (εικ. 55). Η ταινία βραβεύτηκε με το Oscar καλύτερων οπτικών εφέ από την Αμερικανική Ακαδημία Κινηματογράφου.³⁰



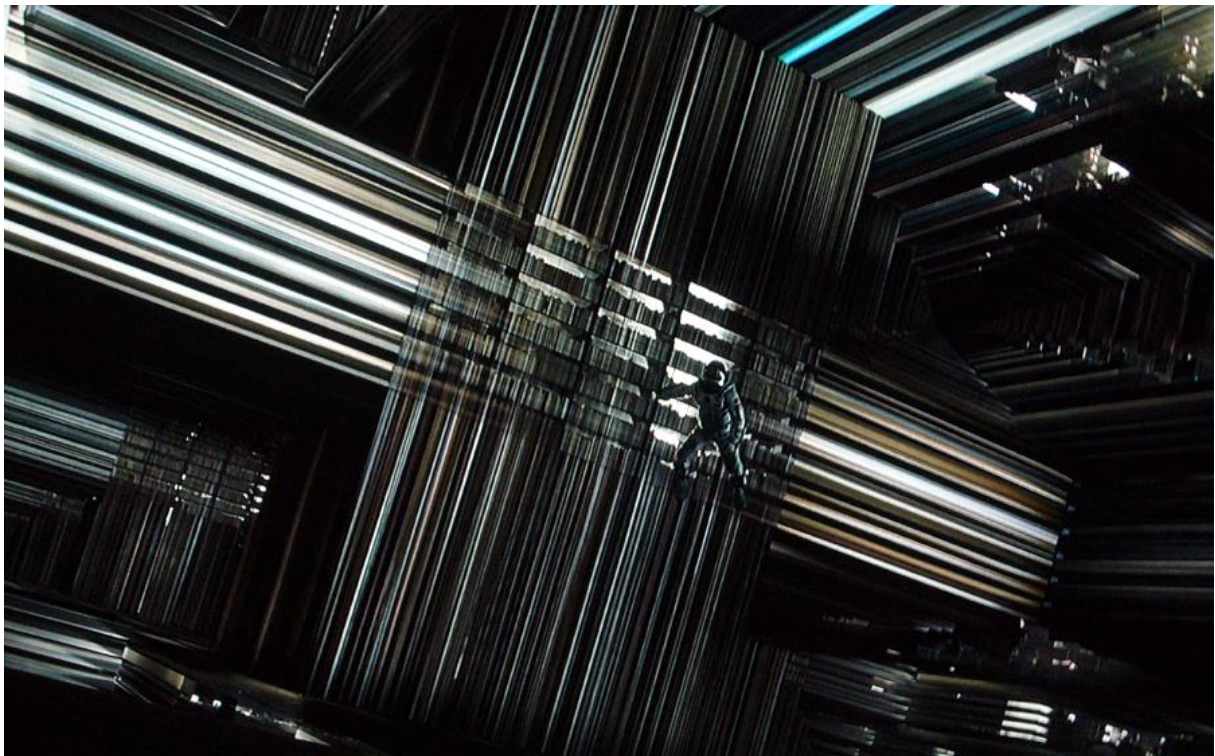
Εικόνα 55: Ταξίδι σε αστρική πύλη από την ταινία *2001: A Space Odyssey* (πηγή:

<https://www.imdb.com/title/tt0062622/mediaviewer/rm46037248>, τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019).

Μια ταινία σχετική με τους υπερχώρους, με μεγάλη απήχηση στο κοινό, είναι το *Interstellar* του σκηνοθέτη Christopher Nolan, που προβλήθηκε το 2014. Η υπόθεση της

³⁰ Περισσότερες πληροφορίες για την ταινία υπάρχουν στην ιστοσελίδα: <https://www.imdb.com/title/tt0062622/> (τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019).

ταινίας αφορά μια ομάδα αστροναυτών που προσπαθούν, ταξιδεύοντας μέσα από μια «σκουληκότρυπα» του χωροχρόνου, να ανακαλύψουν κάποιον κατοικήσιμο πλανήτη, ώστε να αποικηθεί από τους ανθρώπους. Γίνεται αναφορά σε πενταδιάστατα όντα που βοηθούν τον αστροναύτη πρωταγωνιστή της ταινίας να επικοινωνήσει μέσα από ένα περιβάλλον σε σχήμα Υπερκύβου, με την κόρη του που βρίσκεται στη Γη και να δώσει τις κατάλληλες πληροφορίες που θα σώσουν το ανθρώπινο γένος (εικ. 56). Το μήνυμα μεταφέρεται σε κώδικα *MORSE* με την βοήθεια βαρυτικών κυμάτων που κινούν τον δείκτη ενός ρολογιού.³¹



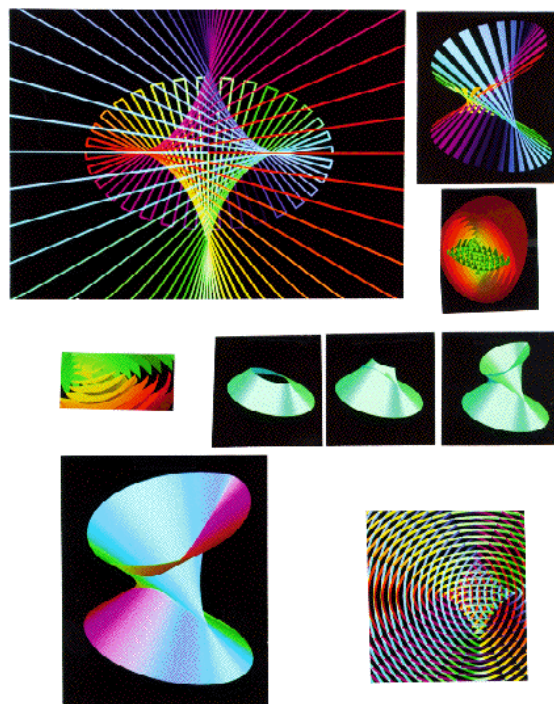
Εικόνα 56: «Υπερκύβος» από την ταινία *Interstellar* (πηγή: <https://www.imdb.com/title/tt0816692/mediaviewer/rm3678486784>, τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019).

Κατά την διάρκεια της δεκαετίας του '70 μια ομάδα ατόμων, οι οποίοι προέρχονται όχι μόνο από τον χώρο της Τέχνης αλλά και των Μαθηματικών, προσπάθησαν να δώσουν μία οπτική της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης με την βοήθεια της νέας τεχνολογίας.

Το 1978 κυκλοφόρησε μια συλλογή με τίτλο *Hypergraphics: Visualizing Complex Relationships in Art, Science and Technology*, όπου συμμετείχε μία ομάδα ερευνητών, ανάμεσά

³¹ Περισσότερες πληροφορίες για την ταινία υπάρχουν στην ιστοσελίδα. <https://www.imdb.com/title/tt0816692/> (τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019).

τους οι Thomas Banchoff και Charles Strauss του τμήματος Μαθηματικών του Brown University και ο David Brisson του Rhode Island School of Design. Το αποτέλεσμα της συνεργασίας ήταν ψηφιακές εικόνες - προβολές τετραδιάστατων σχημάτων (εικ. 57).



Εικόνα 57: Banchof, T. Ψηφιακές εικόνες τετραδιάστατων σχημάτων (πηγή:

<http://www.faculty.fairfield.edu/jmac/cl/tb4d.htm>, τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019).

Άλλοι ερευνητές που μπορούμε να αναφέρουμε είναι ο ζωγράφος Tony Robbin, ο οποίος εικονίζει στους πίνακες του μία νέα οπτική του Τετραδιάστατου Χώρου, με συνδυασμό γραμμών και επιπέδων, διαφορετική από αυτή των κυβιστών, θέλοντας να «σπάσει» την αίσθηση του Τριδιάστατου Χώρου, καθώς και ο αρχιτέκτονας Marcos Novak με τα *transarcitectural* γλυπτά του (Henderson 2013: 9, 505-08) (εικ. 58).

Σήμερα, με την χρήση της τεχνολογίας Επαυξημένης Πραγματικότητας (*Augmented Reality*), προβάλλουμε το εικονικό περιβάλλον όχι σε επίπεδες οθόνες, αλλά απευθείας στον Τριδιάστατο Χώρο μας. Ως εκ τούτου, για πρώτη φορά, ο εγκέφαλός μας αναγκάζεται να συγκρίνει απευθείας την αισθητική ποιότητα αυτών των γραφικών εικονικού περιβάλλοντος με το πραγματικό μας περιβάλλον. Αν θέλουμε να ξεγελάσουμε την γνωστική μας αντίληψη ότι αυτά τα δύο περιβάλλοντα, τα εικονικά και τα πραγματικά, είναι ένα και το αυτό, τότε πρέπει να δημιουργήσουμε εικονικά διαδραστικά γραφικά περιβάλλοντα μεγάλης αισθητικής αξίας. Τα περιβάλλοντα αυτά δεν μπορούν να επιτευχθούν ούτε από έναν επιστήμονα ούτε από έναν καλλιτέχνη, καθώς απαιτείται ταυτόχρονα μια υβριδική τεχνογνωσία (επιστημονική,

τεχνοκρατική, καλλιτεχνική), αλλά από μια νέα γενιά ερευνητών, τους «*Technartists*» (Κανελλόπουλος 2017), οι οποίοι είναι σε θέση να μας οδηγήσουν στην αντίληψη του Τετραδιάστατου Υπερχώρου, αναπτύσσοντας διαδραστικές οπτικοακουστικές 4D-αναπαραστάσεις μεγάλης αισθητικής αξίας.



Εικόνα 58: Αριστερά: Novak, M. (2001) *4 views of a 4-dimensional transarchitectural shape*, απεικόνιση σε οθόνη υπολογιστή (πηγή: <http://folksonomy.co/?permalink=41>, τελευταία πρόσβαση 2 Ιανουαρίου 2019).

Δεξιά: Robbin, T. (2006-07) *Painting 2005-7*. Ακρυλικό σε μουσαμά, 140 εκ. επί 180 εκ., ιδιωτική συλλογή.

ΤΜΗΜΑ Β: ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟΙ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΤΙΛΗΨΗΣ ΥΠΕΡΧΩΡΩΝ

Κεφάλαιο 5: Δημιουργία Ηχητικού Υπερχώρου³²

Ο άνθρωπος μπορεί μέσω της όρασης να εντοπίζει τα αντικείμενα που τον περιβάλλουν κάθε στιγμή, χωρίς αυτά να χρειάζεται να κινούνται ή να δονούνται, και να υπολογίζει συγκριτικά το μέγεθος τους και τις σχετικές τους αποστάσεις. Υπάρχουν όμως βασικά μειονεκτήματα τα οποία κατέστησαν, συμπληρωματικά, την αίσθηση της ακοής αναγκαία για την αντίληψη του χώρου:

- Το οπτικό πεδίο καθορίζεται κυρίως από την κεντρική και εν μέρει από την μειωμένη περιφερειακή όραση που καλύπτουν μόνο ένα περιορισμένο τμήμα του περιβάλλοντος χώρου.
- Η αίσθηση αυτή αποδεικνύεται ελλιπής σε συνθήκες ελάχιστου ή μηδενικού φωτισμού.
- Η ύλη μπορεί να επικαλύπτεται από άλλη ύλη με αποτέλεσμα να μην μπορεί να γίνει ορατή.
- Η όραση απαιτεί τον απαραίτητο κατευθυντικό προσανατολισμό των οφθαλμών άρα και του κεφαλιού και εν μέρει του σώματος του παρατηρητή.

Ο ήχος παίζει, λοιπόν, σημαντικό ρόλο στην γνωστική αντίληψη του τριδιάστατου χώρου και ενώ με μια πρώτη εκτίμηση φαίνεται ότι η αίσθηση της ακοής μειονεκτεί σε σχέση με την όραση, τελικά προκύπτει ότι και ο ήχος βοηθά σημαντικά στην αντίληψη του χώρου.

Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι να διερευνήσει την δυνατότητα της ακουστικής προσέγγισης των ανώτερων διαστάσεων.

5.1 Γραπτός - προφορικός λόγος και διαστάσεις

Όπως αναφέρει ο S. Auroux: «[...] όλα τα κάπως αναπτυγμένα συστήματα γραφής αποκαθιστούν στον χώρο την γραμμικότητα της ακολουθίας του λόγου [...]» (1999: 85). Ο

³² Το παρόν κεφάλαιο της διδακτορικής διατριβής έχει δημοσιευθεί ως άρθρο στο επιστημονικό περιοδικό *Technoetic Arts Journal* με τίτλο: *Sonic Representations in Hyper-spaces: A Creative Approach* (Traperas κ.ά. 2017c).

προφορικός λόγος χαρακτηρίζεται από μία γραμμικότητα, μία μονοδιάστατη ακολουθία. Η πρόσβαση δηλαδή που έχουμε στους ήχους είναι σειριακή: δεν υπάρχει η δυνατότητα ταυτόχρονης αναγνώρισης όλων των ήχων που υπάρχουν ως κύματα στον χώρο. Ο γραπτός, όμως, λόγος χαρακτηρίζεται από ένα διδιάστατο χαρακτήρα: μπορούμε οπτικά να σαρώσουμε οποιαδήποτε λέξη πάνω στο επίπεδο γραφής πάνω - κάτω και δεξιά - αριστερά, αφαιρώντας ταυτόχρονα την εξάρτηση του από την έννοια του χρόνου.

Προτείνουμε ότι η δυνατότητα να δοθεί στον ήχο χαρακτήρας γραπτού λόγου μπορεί να τον οδηγήσει σε ανώτερη διάσταση, οπότε να χαρακτηρίζεται ως υπερχωρικός. Ο συλλογισμός αυτός συμφωνεί, όπως προκύπτει, με την άποψη καλλιτεχνών και επιστημόνων που ασχολήθηκαν στο παρελθόν με το θέμα αυτό.

5.2 Varèse και Υπερχωρικός Ήχος

Στον χώρο της μουσικής ο Varèse προσπάθησε με τα μέσα της εποχής του να αναζητήσει τον υπερχωρικό ήχο. Γνώριζε το ενδιαφέρον των Κυβιστών ζωγράφων του Παρισιού για την Τέταρτη Χωρική Διάσταση, όμως η στροφή του σε μια καινούρια φιλοσοφία πάνω στην μουσική εκδηλώθηκε στην Νέα Υόρκη. Ο Varèse βρέθηκε στην Νέα Υόρκη τον Δεκέμβριο του 1915 και συνάντησε εκεί καλλιτέχνες, όπως ο Duchamp και ο Picabia, που ήδη γνώριζε από την εποχή που επισκεπτόταν το Παρίσι προπολεμικά. Εκεί συνέθεσε μουσικά κομμάτια, όπως το *Ameriques* το 1920-21, το *Offrandes* το 1921 και το *Hyperprism* το 1922-23, με επιρροές από τον Debussy, τον Stravinsky και τον Schoenberg (Henderson 2013: 353-57).

Πηγή έμπνευσης για τον Varèse δεν ήταν οι λογοτεχνικές περιγραφές του ρομαντισμού αλλά η τεχνολογική εξέλιξη και ο χώρος της επιστήμης. Οι περιγραφές του Varèse για τις ιδιότητες ενός υποθετικού νέου μουσικού οργάνου αφορούσαν:

«[...] την απελευθέρωση από τον δεσποτικό, ανασταλτικό, συγκερασμένο τονικό σύστημα, την δυνατότητα να επιτυγχάνει κανείς οποιαδήποτε συχνότητα και, αν το επιθυμεί, οποιονδήποτε αριθμό υποδιαιρέσεων της οκτάβας και κατά συνέπεια την διαμόρφωση οποιασδήποτε επιθυμητής κλίμακας, αφάνταστη επέκταση του ηχητικού φάσματος προς τις χαμηλές και υψηλές περιοχές, επιτεύξεις νέων συνηχήσεων χάρη

σε νέους συνδυασμούς κατιόντων αρμονικών³³ που με τα σημερινά μέσα είναι ανέφικτοι, την δυνατότητα οποιασδήποτε διαφοροποίησης του ηχοχρώματος και των ηχητικών συνδυασμών, νέες διαβαθμίσεις δυναμικής που ξεπερνούν κατά πολύ τις δυνατότητες της σημερινής ορχήστρας η οποία βασίζεται στην ανθρώπινη δύναμη, μια αίσθηση προβολής του ήχου στον χώρο με μέσα που εκπέμπουν τον ήχο σε όλους του χώρους ή ταυτόχρονα σε πολλούς χώρους της αίθουσας, σύμφωνα με τις απαιτήσεις του μουσικού κειμένου, πολυρρυθμικές και πολυμετρικές κατασκευές. [...] Όλα αυτά, σε μια δεδομένη ενότητα μέτρου ή ρυθμού, που με ανθρώπινες μόνο δυνάμεις δεν θα μπορούσε να επιτευχθεί.»³⁴

(Griffiths 1993: 192-93).

Το *Hyperprism* αναφέρεται στην γεωμετρία των υπερχώρων και υπήρξε μια καινούργια εμπειρία για το ανθρώπινο αυτί δίνοντας δύο νέα στοιχεία στην μουσική: την χρήση νέων ήχων (όπως 16 κρουστά, σειρήνα και ο βρυχηθμός ενός λιονταριού) αλλά κυρίως την δημιουργία «ηχητικών μαζών» στον χώρο με βάση την θεωρία των υπερχώρων. Ο ίδιος ο Varèse θεωρούσε ότι πηγή έμπνευσής του από τον χώρο της επιστήμης υπήρξαν οι Wronski και Helmholtz, των οποίων το έργο τον οδήγησε στην ιδέα της μουσικής ως χωρικό φαινόμενο. Ο Wronski χαρακτήρισε την μουσική ως την ενσάρκωση της νοημοσύνης που κρύβεται στους ήχους. Ο Helmholtz επηρέασε το έργο του με τις μελέτες του πάνω στις σειρήνες και την φυσιολογία του ήχου. Ο Varèse πειραματίστηκε με τον ήχο της σειρήνας, που αποδίδει για αυτόν την έννοια του σχήματος της υπερβολής και της παραβολής ως χωρική έννοια. Το έργο *Hyperprism*

³³ Είναι η σειρά των αρμονικών συχνοτήτων που βρίσκονται αντίθετα από εκείνη των ανωτέρων σε σχέση με την θεμελιώδη συχνότητα. Δηλαδή, ενώ οι ανώτερες αρμονικές έχουν μεγαλύτερη συχνότητα από αυτή του θεμελιώδους (πρώτου) αρμονικού, οι κατώτερες έχουν μικρότερη. Την ύπαρξή τους την συνέλαβε θεωρητικά ο Riemann, αμφισβητήθηκαν από τον Tartini, ενώ ο Krueger απέδειξε πειραματικά ότι ακόμη και αν υπάρχουν βρίσκονται κάτω από το όριο ακουστότητας. Ο Balthasar van der Pol μπόρεσε το 1927 να τις παράγει με μια γεννήτρια ηλεκτρικών παλμικών δονήσεων. Το 1930 ο Freidrich. Trautwein κατασκεύασε το όργανο *trautonium* χάρη στο οποίο με ηλεκτροακουστικές τεχνικές μπόρεσε να παράγει κατώτερες αρμονικές (Griffiths 1993: 193). Υποθέτουμε ότι στον Υπερχώρο υπάρχει μία ενίσχυση των παραπάνω αρμονικών.

³⁴ «[...] liberation from the arbitrary, paralyzing tempered system; the possibility of obtaining any number of cycles or, if still desired, subdivisions of the octave, and consequently the formation of any desired scale; unsuspected range in low and high registers; new harmonic splendours obtainable from the use of sub-harmonic combinations now impossible; the possibility of obtaining any differentiation of timbre, of sound-combinations; new dynamics far beyond the present human-powered orchestra; a sense of sound-projection in space by means of the emission of sound in any part or in many parts of the hall, as may be required by the score; cross rhythms unrelated to each other, treated simultaneously, [...] all these in a given unit of measure or time which is humanly impossible to attain. »

(Cox and Warner 2006: 19).

παράγει στον χώρο ηχητικές μάζες, οι οποίες καθορίζονται μέσα από αρμονικές εξισώσεις, αντίστοιχα όπως το φως μπορεί και αντανακλάται στις πλευρές του υπερχωρικού πρίσματος. Την έννοια της ηχητικής μάζας στον χώρο υποστήριξε και ο Malevich, όταν το 1916 συμβούλευε τους μοντέρνους Ρώσους μουσικούς συνθέτες, καθώς επίσης και ο Bragdon, ο οποίος οραματιζόταν τετραδιάστατη μουσική που δημιουργεί γεωμετρικά σχήματα στον αέρα (Henderson 2013: 353-57).

Ο Varèse, αναζητώντας ηλεκτρονικά μέσα για την μουσική του, απέκτησε μία συσκευή μαγνητοφώνου στα τέλη της δεκαετίας του '40. Στο έργο *Integrales*, που έγραψε για έντεκα πνευστά και τέσσερα κρουστά, το 1924-25, πειραματίστηκε με το ηχητικό εφέ που προκύπτει παίζοντας τον ηχογραφημένο ήχο ανάδρομα (Hearn 2010: 36).

5.3 Ηχητικά Κύματα, Βαρυτικά Κύματα και Υπερχώρος

5.3.1 Ηχητικά Κύματα

Ο ήχος είναι μία μηχανική διαταραχή που διαδίδεται μέσα σε κάποιο υλικό μέσο με ορισμένη ταχύτητα. Επειδή τα μόρια του μέσου μπορούν και αναπτύσσουν εσωτερικές δυνάμεις μεταξύ τους, διεγείρονται διαδοχικά, μεταφέροντας την διαταραχή αυτή στο αισθητήριο της ακοής και προκαλώντας ακουστικό αίσθημα. Ο ήχος μπορεί να μεταφέρει πληροφορία, ενώ όταν δεν συμβαίνει αυτό χαρακτηρίζεται ως θόρυβος (Σκαρλάτος 2008: 28).

Ο ήχος είναι κύμα και υπακούει σε εξισώσεις ανάλογες με αυτές των άλλων κυμάτων, όπως για παράδειγμα των ηλεκτρομαγνητικών (π.χ. φως) και των βαρυτικών.³⁵ Οι τρεις τύποι κυμάτων με τους οποίους διαδίδεται ο ήχος είναι τα Διαμήκη Κύματα, όταν τα μόρια του μέσου ταλαντώνονται παράλληλα με την κατεύθυνση διάδοσης, τα Εγκάρσια Κύματα, όταν ταλαντώνονται κάθετα με αυτή, και τα Επιφανειακά ή Καμπτικά Κύματα, όταν διαδίδεται στην ελεύθερη επιφάνεια των υγρών και στερεών και τα μόρια του μέσου διαγράφουν ελλειπτικές τροχιές. Στον αέρα ο ήχος διαδίδεται ως Διαμήκη Κύματα, στα υγρά ως Διαμήκη και

³⁵ Τα ηχητικά κύματα που διαδίδονται σε μέσο χωρίς απώλειες δίνονται από την εξίσωση $\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$, όπου p η ηχητική πίεση, c η ταχύτητα διάδοσης στο μέσο και t ο χρόνος. Η εξίσωση αυτή είναι εξίσωση κύματος, παρόμοια με όλα τα άλλα κύματα (Σκαρλάτος 2008: 37).

Επιφανειακά και στα στερεά η διάδοση γίνεται και με τους τρεις τύπους κυμάτων (Σκαρλάτος 2008: 40-41).

Στην περίπτωση του αέρα, η πηγή εξαναγκάζει τα μόρια του αέρα σε ταλάντωση, σχηματίζοντας μεταβολές στην αρχική του πίεση, δηλαδή την ατμοσφαιρική. Για την περιγραφή του ήχου χρησιμοποιούμε συχνά τον όρο Ηχητική Πίεση, δηλαδή την υπερπίεση ή υποπίεση που δημιουργεί το ηχητικό κύμα σε σχέση με την ατμοσφαιρική (Σκαρλάτος 2008: 28). Σε κάποιο σημείο του χώρου η μέγιστη διαφορά της στιγμιαίας πίεσης, που δημιουργεί το ηχητικό κύμα σε σχέση με την ατμοσφαιρική, ονομάζεται Πλάτος Πίεσης (Σκαρλάτος 2008: 41).

Η ταχύτητα του ήχου διαφέρει ανάλογα με το μέσο διάδοσης και την θερμοκρασία του. Στην περίπτωση του αέρα μία καλή προσέγγιση είναι τα 340 μέτρα το δευτερόλεπτο, τιμή πολύ μικρότερη από την ταχύτητα διάδοσης των Ηλεκτρομαγνητικών Κυμάτων (όπως το φως) και των Βαρυτικών Κυμάτων που είναι περίπου ίση με 300 χιλιάδες χιλιόμετρα το δευτερόλεπτο ($c=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).³⁶

Μία σημειακή πηγή δημιουργεί γύρω της το Σφαιρικό Κύμα, όταν αυτό διαδίδεται σε ομογενές και ισότροπο μέσο, επειδή εκπέμπει την ενέργειά της ομοιόμορφα σε όλες τις κατευθύνσεις στον χώρο. Όμως, πρακτικά, για μεγάλες αποστάσεις από την πηγή, οι σφαιρικές επιφάνειες εκφυλίζονται σε επίπεδες και τότε το ηχητικό κύμα μπορεί να χαρακτηριστεί ως επίπεδο.

Η βαρύτητα, γενικά, δεν επηρεάζει τα ηχητικά κύματα εκτός από αυτά με πολύ μικρή συχνότητα (*Infrasonic waves*) στα οποία έχει βρεθεί ότι υπάρχει ισχυρή επίδραση (Σκαρλάτος 2008: 40).

5.3.2 Βαρυτικά Κύματα και Υπερχώρος

Όπως όταν ένα φορτίο επιταχύνεται και παράγει ηλεκτρομαγνητικά κύματα (π.χ. το φως, τα ραδιοκύματα, τις ακτίνες X , τις ακτίνες γ , κ.ά.), αντίστοιχα ο Albert Einstein προέβλεψε με την Γενική Θεωρία της Σχετικότητας ότι όταν υπάρχει ένα βίαιο γεγονός σε μία μεγάλη μάζα (πιο σωστά σε μία κατανομή ύλης και ενέργειας) το οποίο την επιταχύνει, θα

³⁶ Μια ικανοποιητική προσέγγιση στην ταχύτητα του ήχου c στον αέρα δίνεται από τον τύπο $c=331+0,6 \cdot \theta$ όπου θ η θερμοκρασία του αέρα σε βαθμούς Κελσίου (Σκαρλάτος 2008: 44).

δημιουργηθούν κυματικές διακυμάνσεις, δηλαδή ένας παλμός στην γεωμετρία του χωροχρόνου που ονομάζεται Βαρυτική Ακτινοβολία ή Βαρυτικό Κύμα.

Ένα πρώτο χαρακτηριστικό των βαρυτικών κυμάτων ως κυματική διαταραχή της γεωμετρίας του ίδιου του χωροχρόνου είναι ότι διέρχονται μέσα από τον χώρο χωρίς να επηρεάζονται σχεδόν από τίποτε, σε αντίθεση με τις ηλεκτρομαγνητικές ακτινοβολίες που μπορεί να επηρεάζονται από άλλες μάζες, φορτία, μαγνητικά ή ηλεκτρικά πεδία (Knispel και Muller 2016).

Δεύτερο χαρακτηριστικό των βαρυτικών κυμάτων είναι ότι, με βάση την Θεωρία των Χορδών, μόνο αυτά διαφεύγουν σε ανώτερες διαστάσεις. Σε αυτό οφείλεται το γεγονός ότι η βαρυτική δύναμη είναι δυσανάλογα ασθενέστερη των υπόλοιπων τριών αλληλεπιδράσεων της ύλης (της ηλεκτρομαγνητικής, της ισχυρής και της ασθενούς πυρηνικής) (Frag κ.α. 2015).

Αφού τα βαρυτικά κύματα μπορούν να διαφεύγουν σε ανώτερες διαστάσεις, υποθέτουμε ότι ένα υπερχωρικό ον θα αντιλαμβάνεται τον Υπερχώρο με την βοήθεια ενός αισθητηρίου οργάνου ανίχνευσης βαρυτικών κυμάτων.

Η ανίχνευση των βαρυτικών κυμάτων δεν μπορεί να γίνει από κάποιο αισθητήριο όργανο του ανθρώπου, όμως αποδεικνύεται ότι η συμπεριφορά τους είναι παρόμοια με αυτή των ηχητικών κυμάτων (Knispel και Reiche 2014). Αν λοιπόν διαθέταμε κάποιο αισθητήριο σύστημα για την ανίχνευση αυτών των κυμάτων, προτείνουμε ότι η δομή και η λειτουργία του πιθανόν να έμοιαζε με αυτή του ακουστικού συστήματος.

5.4 Περιγραφή Υπερχωρικού Ακουστικού Συστήματος

Ο κόσμος αποτελείται από στερεά, όμως ο άνθρωπος έρχεται σε επαφή μέσω της αφής μόνο με επιφάνειες. Ποτέ, λοιπόν, δεν βλέπει ή αγγίζει ένα στερεό. Το είδωλο στον αμφιβληστροειδή χιτώνα και η επαφή μέσω της αφής έχουν και τα δύο διδιάστατο χαρακτήρα. Το στερεό είναι μία έννοια που αποτελείται από μία σειρά αντιλήψεων, αποτέλεσμα λογικής και εμπειρίας (Ouspensky 2005: 140-41). Το ίδιο ισχύει και για την αντίληψη του χώρου μέσω της ακοής. Οι διάφορες τριδιάστατες κυματομορφές του ήχου ανιχνεύονται και αναλύονται, όπως αναφέρθηκε (παρ. 2.2.3.1), πάνω σε μεμβράνες όπως αυτή του τυμπάνου και αυτή του κοχλίου του μέσου και εσωτερικού αυτιού αντίστοιχα. Η αντίληψη του τριδιάστατου ακουστικού χώρου είναι διαδικασία σύνθεσης των πληροφοριών αυτών και συμβαίνει κυρίως στον εγκέφαλο.

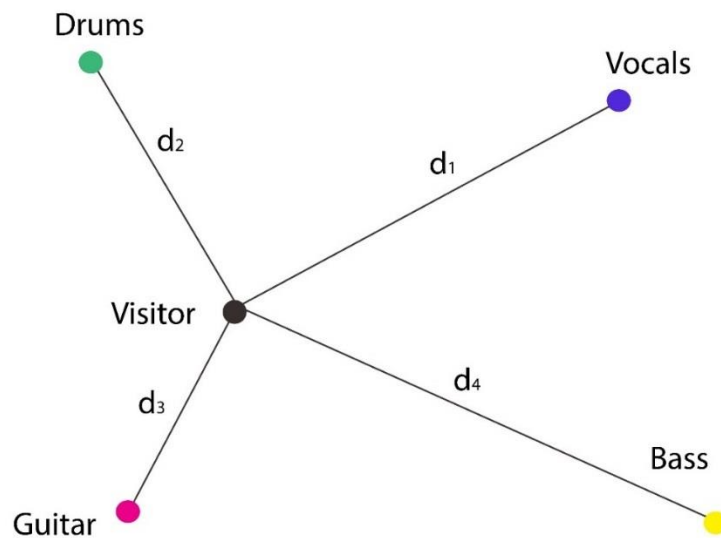
Για την περιγραφή ενός υπερχωρικού ακουστικού συστήματος υποθέτουμε επαγωγικά ότι όλα πρέπει να αντιστοιχούν σε μία διάσταση επιπλέον. Η αποτύπωση της πληροφορίας των υπερχωρικών ηχητικών (κατά αντιστοιχία των βαρυτικών) κυμάτων συμβαίνει όχι σε διδιάστατες μεμβράνες αλλά σε τριδιάστατα υπερχωρικά ακουστικά όργανα.

Η ανίχνευση του υπερχωρικού ηχητικού κύματος γίνεται ουσιαστικά από μία τριδιάστατη προβολή του μέσα στο αντίστοιχα τριδιάστατο υπερχωρικό τύμπανο. Στον τριδιάστατο αυτό χώρο γίνεται ένας εγκλωβισμός ενός τμήματος του ήχου αυτού και τα αντίστοιχα όργανα τον αναλύουν και τον επεξεργάζονται έχοντας πρόσβαση να τον «διαγράψουν» προς κάθε κατεύθυνση. Η αντίστοιχη πληροφορία πηγαίνει προς επεξεργασία προς το ανώτερο όργανο επεξεργασίας για την σύνθεση της πληροφορίας του Υπερχώρου. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μετά από τον αντίστοιχο χρόνο επεξεργασίας του ερεθίσματος.

5.5 Περιγραφή καλλιτεχνικής διαδραστικής εγκατάστασης του Ακουστικού Υπερχώρου

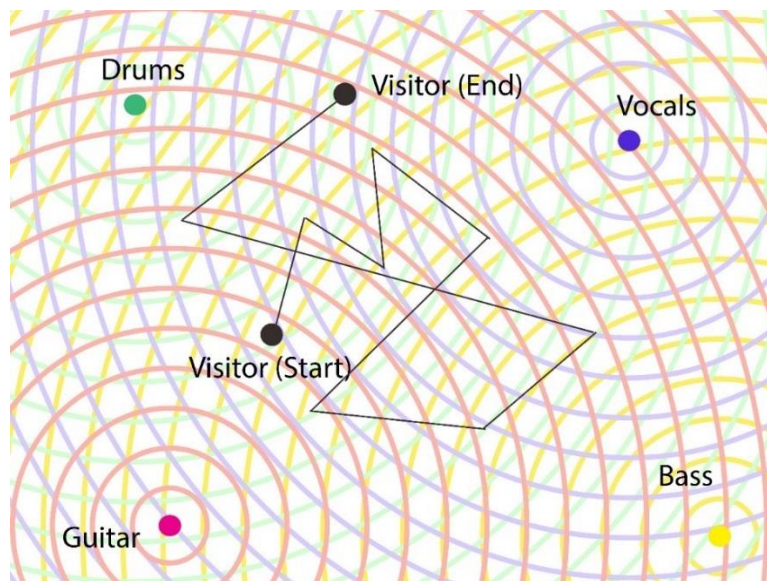
Συγκεκριμένα σημεία ενός χώρου αντιστοιχίζονται εικονικά σε ηχητικές πηγές, όπως για παράδειγμα η φωνή και τα όργανα που συνθέτουν ένα μουσικό κομμάτι. Όπως ο γραπτός λόγος αποτυπώνεται πάνω στην επιφάνεια ενός χαρτιού, έτσι και ο ήχος μπορεί να αποτυπωθεί χωρικά στις τρεις διαστάσεις και το ακουστικό αισθητήριο όργανο μπορεί να τον «διαβάσει» όπως τον διαγράφει κατά την κίνησή του. Κάθε σημείο του χώρου αντιστοιχεί με μια χρονική στιγμή του ήχου, που πλέον δεν εξελίσσεται χρονικά αλλά είναι χωρικό φαινόμενο.

Ο επισκέπτης μπορεί να πλησιάζει και να απομακρύνεται από τις εικονικές πηγές και να απέχει αποστάσεις από αυτές που μεταβάλλονται με ρυθμό ανάλογο με την ταχύτητα κίνησής του (εικ. 59).



Εικόνα 59: Αποστάσεις του επισκέπτη από τις εικονικές πηγές (πηγή: Traperas κ.ά. 2017c: 226).

Η αντίληψη του ήχου μιας πηγής που έχει ο επισκέπτης, εξαρτάται από την απόσταση στην οποία βρίσκεται από αυτή και από τον ρυθμό μεταβολής της απόστασης αυτής. Έτσι, μπορεί να αντιλαμβάνεται τον ήχο να εξελίσσεται αργά ή γρήγορα, ή ακόμη και να σταματάει (όταν ακινητοποιείται), αλλά και να ακούγεται ορθά, όταν απομακρύνεται από την πηγή (αυξάνεται η απόσταση), ή ανάδρομα (μειώνεται η απόσταση). Κάθε πηγή δημιουργεί και το δικό της ηχητικό χώρο (εικ. 60).



Εικόνα 60: Κίνηση του επισκέπτη μέσα στους ηχητικούς χώρους των πηγών (πηγή: Traperas κ.ά. 2017c: 226).

Η εγκατάσταση αυτή πραγματοποιείται σε τρία επίπεδα:

1. Αισθητήρες: Με εξοπλισμό εντοπισμού θέσης σε εσωτερικό χώρο καθορίζεται, με ακρίβεια λίγων εκατοστών, η θέση του επισκέπτη.³⁷
2. Επεξεργασία δεδομένων: Καθορίζονται οι αποστάσεις d από τις εικονικές θέσεις των πηγών. Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του επισκέπτη (θετικός ή αρνητικός) αντιστοιχίζεται στον ρυθμό αναπαραγωγής του ήχου της κάθε πηγής που μπορεί να είναι ανάλογα μηδενικός, κανονικός, αργός ή γρήγορος, ορθός ή ανάδρομος. Οι ήχοι θα έχουν τα χαρακτηριστικά των υπερχωρικών κυμάτων, δηλαδή την παραμόρφωση και την έντονη μείωση της έντασης όσο μεγαλώνει η απόσταση d .
3. Εμπειρία του επισκέπτη: με ηχεία στην θέση των εικονικών πηγών, ή με την δημιουργία εικονικού αμφιωτικού ακουστικού περιβάλλοντος σε ακουστικά, ο επισκέπτης αλληλοεπιδρά με τον ηχητικό χώρο που δημιουργείται.

5.6 Περιγραφή προσομοίωσης της καλλιτεχνικής διαδραστικής εγκατάστασης Ακουστικού Υπερχώρου στην οθόνη του υπολογιστή

Στην προσομοίωση του υπερχωρικού ακουστικού οργάνου, όπως αναφέρθηκε (παρ. 5.4), αντιστοιχίζουμε εικονικά συγκεκριμένα σημεία ενός χώρου με ηχητικές πηγές. Ο χώρος περιορίζεται στην οθόνη του υπολογιστή και συγκεκριμένα στο παράθυρο εκτέλεσης του λογισμικού που χρησιμοποιούμε. Κάθε σημείο του παραθύρου εκτέλεσης αντιστοιχεί με μία «μάζα» ήχου η οποία είναι ανεξάρτητη χρονικά και αποτελεί καθαρά χωρικό φαινόμενο. Η θέση του επισκέπτη αντιστοιχεί στην θέση του δείκτη του ποντικιού. Έτσι υπάρχει η δυνατότητα κίνησης του δείκτη μέσα στον χώρο που δημιουργούν οι μάζες των ήχων τις οποίες παράγουν οι εικονικές πηγές. Οι αποστάσεις του δείκτη από τις πηγές καθορίζουν την ταχύτητα αναπαραγωγής του ήχου της κάθε πηγής. Ο ήχος αναπαράγεται αργά ή γρήγορα ανάλογα με την ταχύτητα μεταβολής της απόστασης από την πηγή, αλλά επίσης μπορεί να ακούγεται ορθά ή ανάδρομα όταν ο δείκτης του ποντικιού απομακρύνεται ή πλησιάζει από την πηγή αντίστοιχα. Η αντίληψη του Ηχητικού Υπερχώρου γίνεται με την συνολική αναπαραγωγή του ηχητικού χώρου.

³⁷ Ένα παράδειγμα εξοπλισμού εντοπισμού θέσης σε εσωτερικό χώρο υπάρχει στην ιστοσελίδα <https://www.rozyx.io/>. Για εξωτερικό χώρο ο εντοπισμός θέσης μπορεί να γίνει μέσω του Παγκόσμιου Συστήματος Στιγματοθέτησης (GPS - Global Positioning System).

Η προσομοίωση του Ακουστικού Υπερχώρου υλοποιείται σε γλώσσα *Processing* (έκδοση 3.3.3).³⁸

5.6.1 Βήματα σχεδιασμού προσομοίωσης

Το αποτέλεσμα της προσομοίωσης έχει τρεις διαφορετικές λειτουργίες:

A) η διάδραση με τον Ακουστικό Υπερχώρο μέσω του κινούμενου δείκτη του ποντικιού,

B) ο υπερχωρικός ήχος που ακούγεται όταν ο δείκτης του ποντικιού είναι ακινητοποιημένος,

Γ) η κίνηση μιας μπάλας μέσα στο παράθυρο εκτέλεσης που οι αποστάσεις της από τις εικονικές πηγές καθορίζουν τον υπερχωρικό ήχο. Η μπάλα αυτή εμφανίζεται όταν ο δείκτης του ποντικιού είναι ακινητοποιημένος για χρονικό διάστημα μεγαλύτερο από κάποιο που καθορίζεται αρχικά (*screen saver*). Στη λειτουργία αυτή δεν υπάρχει διάδραση.

Ο βασικός μας σχεδιασμός του σχεδίου περιλαμβάνει τα παρακάτω βήματα:³⁹

- **Εισαγωγή των ηχητικών αρχείων στον φάκελο *Data***

Τα αρχεία ήχου εισάγονται στον φάκελο *Data* που βρίσκεται μέσα στον τελικό φάκελο ο οποίος περιέχει και το σχέδιο. Η εισαγωγή ενός αρχείου ήχου στον φάκελο *Data* γίνεται από την θέση *Σχέδιο > Προσθήκη Αρχείου*. Ακόμη μπορεί να γίνει μεταφορά (αντιγραφή και επικόλληση) του αρχείου στον φάκελο *Data* που υπάρχει στο *Σχέδιο > Προβολή φακέλου του Σχεδίου*. Σε περίπτωση που δεν υπάρχει φάκελος με όνομα *Data* τότε δημιουργούμε έναν. Τα αρχεία ήχου πρέπει να είναι μονοφωνικά (*mono*). Καλό είναι ο χρόνος διάρκειας των ακουστικών κομματιών να είναι ο ίδιος, ώστε να μπορούν να ακούγονται παράλληλα για την χωρική τους αλληλεπίδραση.⁴⁰

³⁸ Ο κώδικας για την διαδραστική εφαρμογή προσομοίωσης του Ακουστικού Υπερχώρου καθώς και η επεξήγηση του βρίσκεται στο Παράρτημα 1.

³⁹ Στον κώδικα του σχεδίου που βρίσκεται στο Παράρτημα 1 της διατριβής υπάρχουν αναλυτικά σχόλια για κάθε εντολή.

⁴⁰ Στην εφαρμογή που περιλαμβάνουμε στον οπτικό δίσκο υπάρχουν αρχεία ήχου που αφορούν την φωνή, την πρώτη κιθάρα, την δεύτερη κιθάρα, το μπάσο και τα ντραμς για το μουσικό κομμάτι *Hotel California* του

- **Ομοιόμορφη διασπορά των πηγών στον χώρο (0 - 180°) οπτικά - ακουστικά (*Panning*)**

Τα αρχεία ήχου πρέπει να έχουν ομοιόμορφη κατανομή στον χώρο ακουστικά και οπτικά (όσον αφορά την θέση τους στο παράθυρο εκτέλεσης) (εικ. 61).⁴¹ Διαμορφώνουμε την ακουστική κατανομή στον χώρο από αριστερά προς τα δεξιά (0 - 180° αντίστοιχα ή 0 - π *rad*) και την οπτική ξεκινώντας από την αριστερή κάτω κορυφή του παραθύρου εκτέλεσης (0° ή 0 *rad*) μέχρι την δεξιά (180° ή π *rad*).⁴² Στην βιβλιοθήκη *beads* η ακουστική κατανομή των ηχητικών αρχείων γίνεται με τις συναρτήσεις του αντικειμένου *Panner*.

- **Απεικόνιση των πηγών και προσομοίωση των ηχητικών τους κυμάτων με την βοήθεια ομόκεντρων κύκλων στο παράθυρο εκτέλεσης**

Αντιστοιχίζουμε τις εικονικές πηγές με μικρούς κύκλους διαφορετικού χρώματος που τα κέντρα τους καθορίζονται με βάση τις γωνίες ομοιόμορφης διασποράς όπως αυτές αναφέρθηκαν.⁴³

Γύρω από τις πηγές σχεδιάζουμε ομόκεντρους κύκλους ίδιου χρώματος με αυτές με σκοπό την οπτικοποίηση των ηχητικών κυμάτων που δημιουργούνται στον χώρο. Η κίνηση του δείκτη του ποντικιού πάνω σε ένα κύκλο δεν δημιουργεί ακουστικό αποτέλεσμα γιατί η απόσταση από την πηγή, που καθορίζει την ταχύτητα αναπαραγωγής του αρχείου ήχου, δεν

συγκροτήματος Eagles. Μπορούν να αντικατασταθούν με οποιαδήποτε άλλα μονοφωνικά αρχεία (ανεξαρτήτως αριθμού και διάρκειας).

⁴¹ Το παράθυρο εκτέλεσης εμφανίζεται όταν εκτελείται το σχέδιο (πατώντας το κουμπί *Εκτέλεση*). Έχει διαστάσεις που καθορίζονται από την εντολή *size(x,y)* όπου *x*, *y* αντίστοιχα η οριζόντια και η κάθετη διάσταση σε αριθμό *pixels*. Με την εντολή *fullScreen()* το παράθυρο καταλαμβάνει ολόκληρη την διαθέσιμη οθόνη. Για την επεξεργασία διδιάστατων σχημάτων υψηλής ανάλυσης προστίθεται στην εντολή η παράμετρος *P2D* που είναι ένας *renderer* π.χ. *size(200,200,P2D)*. Κάθε σημείο του παραθύρου εκτέλεσης έχει συντεταγμένες που καθορίζονται από τις αποστάσεις σε μονάδες *pixels* του σημείου από το πάνω αριστερό άκρο του παραθύρου (σημείο αναφοράς).

⁴² Αν το αρχείο ήχου είναι ένα, τότε τοποθετείται ακουστικά ακριβώς στην μέση και οπτικά στο μέσο της πάνω πλευράς του παραθύρου εκτέλεσης (γωνία 90° – $\pi/2$ *rad*).

Αν είναι περισσότερα τοποθετούνται διαδοχικά ανά γωνία που καθορίζεται από την σχέση:

$$\phi = \pi / (\text{αριθμός ηχητικών αρχείων} - 1) \text{ (σε } rad \text{)}$$

Για παράδειγμα αν είναι τρία ηχητικά αρχεία, τότε τοποθετούνται διαδοχικά ανά γωνία $\pi/2$ *rad*: το πρώτο αριστερά (0 *rad*), το δεύτερο στην μέση ($\pi/2$ *rad*) και το τρίτο δεξιά (π *rad*).

⁴³ Μια έλλειψη *ellipse(x1,y1,x,y)* ορίζεται από τέσσερα νούμερα: από τις συντεταγμένες (*x1,y1*) του κέντρου της, από το πλάτος της *x* και το ύψος της *y* σε *pixels*. Στον κύκλο το πλάτος *x* και το ύψος *y* είναι ίσα με την διάμετρο του (2 φορές η ακτίνα του κύκλου).

μεταβάλλεται. Πάνω από κάθε πηγή αναγράφουμε το όνομα του αντίστοιχου αρχείου ήχου που υπάρχει στον φάκελο *Data* (εικ. 61).

- **Εύρεση απόστασης του δείκτη του ποντικιού από τις πηγές**

Η μεταβλητή, που η επεξεργασία της καθορίζει όλη την λειτουργία του σχεδίου, είναι η απόσταση του δείκτη του ποντικιού (αλλά και της μπάλας) από τις εικονικές πηγές, δηλαδή από τα κέντρα των κύκλων. Η εύρεση της απόστασης γίνεται με την βοήθεια της συνάρτησης *dist*.⁴⁴ Η συνάρτηση $dist(x_1, y_1, x_2, y_2)$ δίνει την απόσταση δύο σημείων (x_1, y_1) και (x_2, y_2) . Η μαθηματική σχέση που ορίζει την απόσταση των σημείων είναι $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Για την περίπτωση του δείκτη του ποντικιού αντικαθιστούμε όπου $x_1 = mouseX$ και $y_1 = mouseY$, δηλαδή η οριζόντια και η κάθετη συντεταγμένη του δείκτη του ποντικιού στο παράθυρο εκτέλεσης και όπου x_2 και y_2 οι συντεταγμένες του κέντρου του κύκλου της εικονικής πηγής. Αντίστοιχα υπολογίζουμε την απόσταση της μπάλας από τις συντεταγμένες του κέντρου της κάθε πηγής.

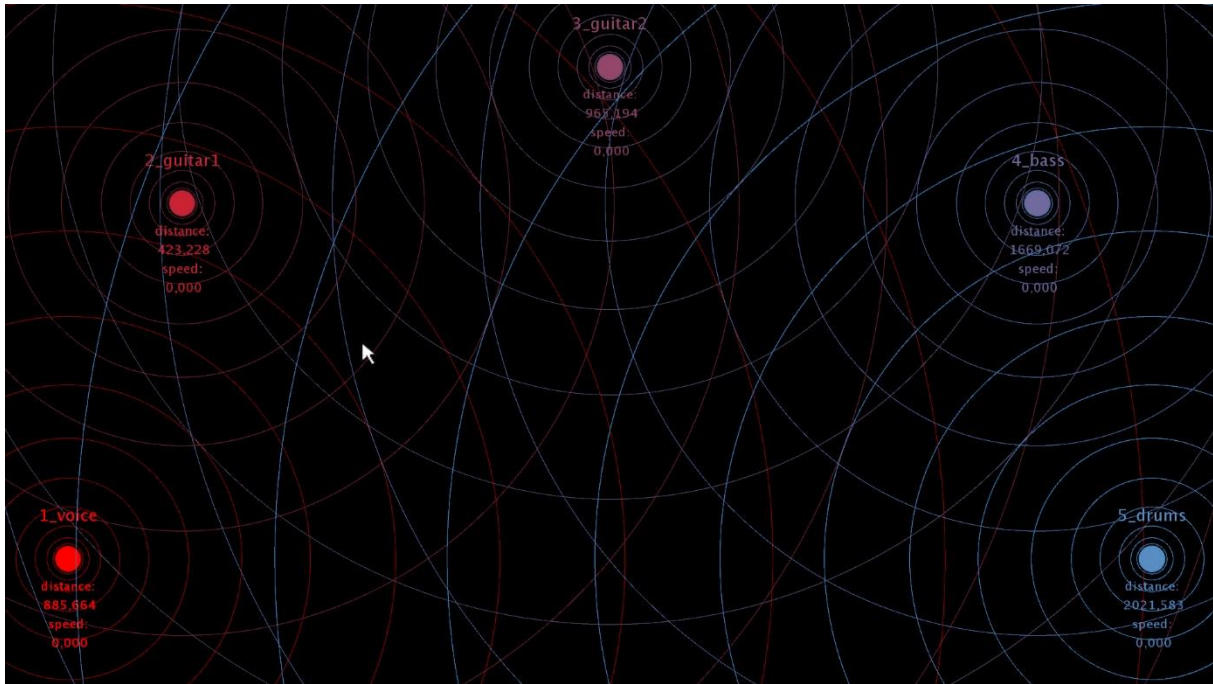
5.6.1.1 Διάδραση μέσω της κίνησης του δείκτη του ποντικιού

- **Ορισμός σχετικής ταχύτητας κίνησης του δείκτη του ποντικιού από κάθε πηγή (θετική, αρνητική, μηδέν)**

Για την δημιουργία διάδρασης, η θέση του δείκτη του ποντικιού καθορίζεται από την οριζόντια (*mouseX*) και την κάθετη συντεταγμένη του (*mouseY*) στο παράθυρο εκτέλεσης, οι οποίες μπορούν να μεταβάλλονται από τον χρήστη.

Για την μεταβολή της θέσης του δείκτη χρησιμοποιούνται επίσης οι τιμές *pmouseX* και *pmouseY* που δηλώνουν τις συντεταγμένες της προηγούμενης θέσης του (κάποιων *ms* πριν). Η μεταβολή των δύο αποστάσεων $dist(x, y, mouseX, mouseY)$ και $dist(x, y, pmouseX, pmouseY)$ καθορίζουν την ταχύτητα αναπαραγωγής του ηχητικού αρχείου που αντιστοιχεί στην θέση της εικονικής πηγής (x, y) .

⁴⁴ Οι συναρτήσεις είναι ένα βοηθητικό κομμάτι κώδικα που καθορίζονται από ένα όνομα και δίνουν την δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν μέσα στις εντολές, απλοποιώντας έτσι το σχέδιο.



Εικόνα 61: Παράθυρο εκτέλεσης κατά την διάδραση μέσω του δείκτη του ποντικιού (εικόνα από την διαδραστική εφαρμογή του συγγραφέα).

- **Αντιστοίχιση της σχετικής ταχύτητας κίνησης του δείκτη του ποντικιού με την ταχύτητα αναπαραγωγής του ηχητικού αρχείου της κάθε πηγής**

Ανάλογα με την τιμή της μεταβολής των αποστάσεων, η ταχύτητα αναπαραγωγής μπορεί να είναι αργή, κανονική ή γρήγορη καθώς και ορθή ή ανάδρομη (για θετικές ή αρνητικές τιμές της μεταβολής της απόστασης αντίστοιχα).

- **Δημιουργία εφέ αντήχησης με βάση τα χαρακτηριστικά του υπερχωρικού ήχου**

Με βάση τα χαρακτηριστικά του ήχου στον Υπερχώρο, όπως αναφέρθηκε στην παρ. 3.3.3, υπάρχει παραμόρφωση του ήχου η οποία οφείλεται στα δευτερεύοντα κύματα που δημιουργούνται από την κάθε πηγή.

- **Μείωση της έντασης του ήχου σε σχέση με την τρίτη δύναμη της απόστασης του δείκτη του ποντικιού από την πηγή**

Η ένταση του ήχου μεταβάλλεται με την απόσταση από την κάθε πηγή αντιστρόφως ανάλογα με την τρίτη δύναμη αυτής (αν και μεγαλύτερη στην πραγματικότητα) με βάση την τεκμηρίωση των χαρακτηριστικών του υπερχωρικού ήχου (παρ. 3.3.4).

- **Αναπαραγωγή όλων των ηχητικών αρχείων με βάση τα παραπάνω χαρακτηριστικά**

Τελικά όλες οι εντολές που ελέγχουν τα παραπάνω χαρακτηριστικά του ήχου των πηγών οδηγούνται στην εντολή για συνολική αναπαραγωγή όλων των αρχείων ήχου.

- **Αναγραφή απόστασης και σχετικής ταχύτητας του δείκτη ποντικιού κάτω από κάθε πηγή**

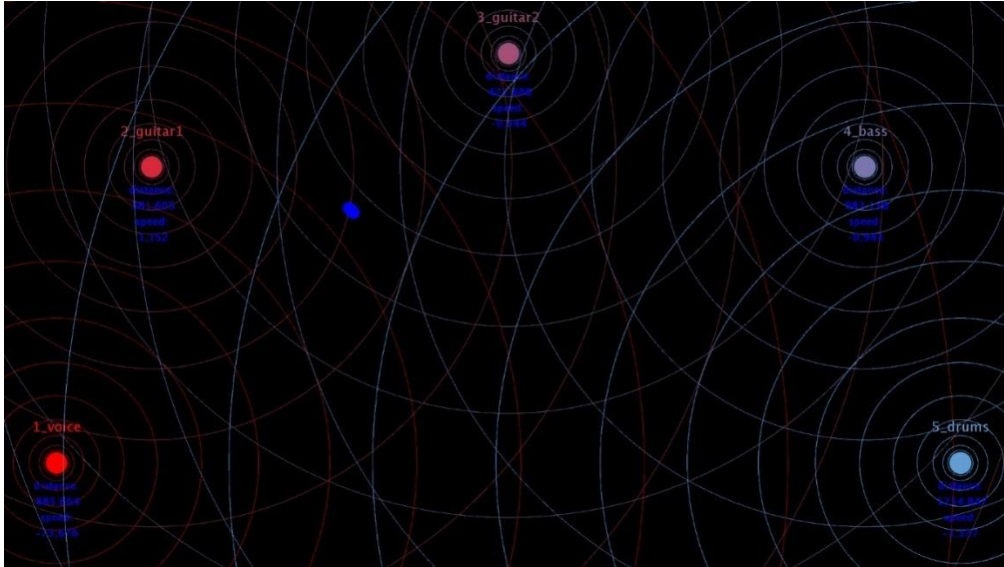
Κάτω από κάθε πηγή αναγράφεται σε αριθμό *pixels* η απόσταση όπου βρίσκεται ο δείκτης του ποντικιού από αυτή καθώς και η ταχύτητα αναπαραγωγής του αρχείου ήχου. Η τιμή 1 αναφέρεται σε κανονική αναπαραγωγή. Τιμές μεταξύ 0 και 1 αφορούν αργή αναπαραγωγή. Τιμές μεγαλύτερες του 1 αντιστοιχούν σε γρήγορη αναπαραγωγή. Θετικές τιμές αντιστοιχούν σε ορθή αναπαραγωγή, ενώ αρνητικές σε ανάδρομη (εικ. 61).

5.6.1.2 Ακίνητοποίηση του δείκτη του ποντικιού

Στην περίπτωση που ο δείκτης του ποντικιού παραμένει ακίνητος ο υπερχωρικός ήχος επηρεάζεται από τα δευτερεύοντα κύματα που παράγονται από τις πηγές. Το εφέ αυτό πραγματοποιείται στην προσομοίωση με αναπαραγωγή των αρχείων ήχου με πολύ αργή ταχύτητα.

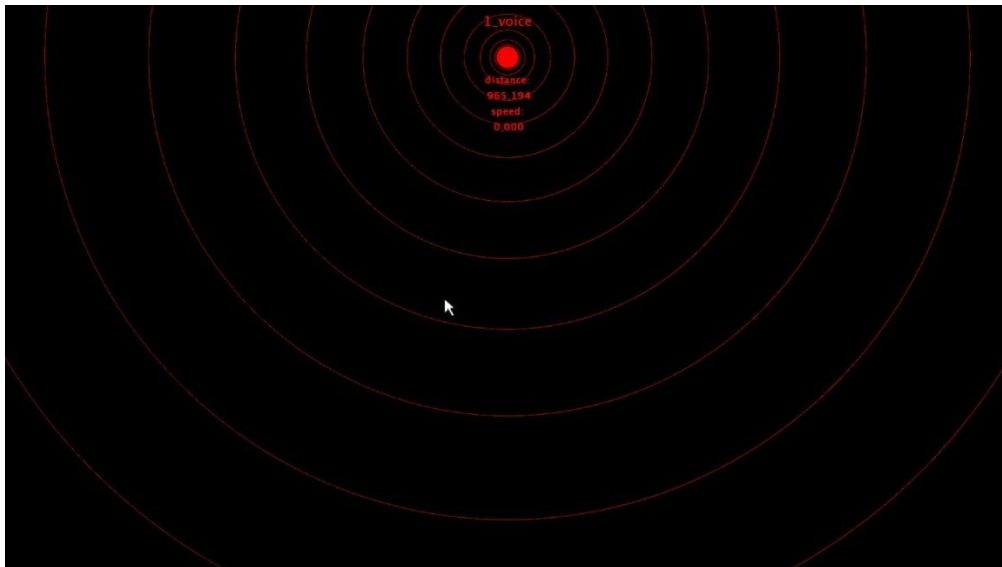
5.6.1.3 Ακίνητοποίηση του δείκτη του ποντικιού για χρόνο μεγαλύτερο από μια καθορισμένη τιμή (screen saver)

Στην περίπτωση που ο δείκτης του ποντικιού ακινητοποιείται για ένα χρονικό διάστημα που καθορίζεται αρχικά από τον χρήστη, εμφανίζεται σε τυχαία θέση μια μικρή σφαίρα που κινείται με σταθερή ταχύτητα στο παράθυρο εκτέλεσης και ανακλάται στα όριά του (εικ. 62). Το κέντρο της σφαίρας καθορίζει τις αποστάσεις από τις πηγές, άρα και την αναπαραγωγή του υπερχωρικού ήχου, και αντικαθιστά την διάδραση του χρήστη μέσω του δείκτη του ποντικιού. Αν κινηθεί ξανά ο δείκτης του ποντικιού επανέρχεται η διάδραση.



Εικόνα 62: Παράθυρο εκτέλεσης κατά την κίνηση της μπάλας (εικόνα από την διαδραστική εφαρμογή του συγγραφέα).

5.6.1.4 Προοδευτική εισαγωγή των πηγών στο παράθυρο εκτέλεσης με το πάτημα ενός οποιοδήποτε πλήκτρου του πληκτρολογίου



Εικόνα 63: Παράθυρο εκτέλεσης με μία αρχικά ηχητική πηγή (εικόνα από την διαδραστική εφαρμογή του συγγραφέα).

Με την εμφάνιση του παραθύρου εκτέλεσης ο χρήστης έχει την δυνατότητα να κινηθεί μέσα στον υπερχωρικό ήχο, ξεκινώντας από μία μόνο πηγή (εικ. 63). Με το πάτημα ενός

οποιοδήποτε πλήκτρο από το πληκτρολόγιο του υπολογιστή προστίθενται προοδευτικά οι υπόλοιπες πηγές με την συμμετρική χωρική διασπορά που έχει αναφερθεί (παρ. 5.6.2).⁴⁵

5.6.1.5 Μετάβαση των ηχητικών αρχείων σε τυχαίο δευτερόλεπτο με πάτημα του αριστερού πλήκτρου του ποντικιού

Η επιφάνεια του παραθύρου εκτέλεσης αντιστοιχεί σε ηχητικές μάζες για κάποιο χρονικό κομμάτι των αρχείων ήχου που θεωρούμε ότι έχει εγκλωβιστεί μέσα στο υπερχωρικό ακουστικό όργανο. Με το πάτημα του αριστερού πλήκτρου του ποντικιού, ο χρήστης μπορεί να μεταβεί σε ένα τυχαίο δευτερόλεπτο των αρχείων ήχου (με την εντολή *random*) και να εγκλωβίσει ένα άλλο κομμάτι ήχων για να το διαγράψει με τον δείκτη του ποντικιού.⁴⁶

5.6.1.6 Μεταβλητές που πρέπει να συμπληρωθούν αρχικά από τον χρήστη

- **sec:** τα συνολικά δευτερόλεπτα αναπαραγωγής ηχητικών αρχείων. Σε περίπτωση διαφορετικών χρόνων αναπαραγωγής προτιμούμε ως τιμή του *sec* το χρόνο του ηχητικού αρχείου με την μικρότερη διάρκεια, ώστε να υπάρχει ενεργή παρουσία όλων των ηχητικών πηγών σε κάθε δυνατή «ηχητική επιφάνεια» του παραθύρου εκτέλεσης.
- **area1:** το χρονικό κομμάτι των αρχείων ήχου που αντιστοιχεί στην «ηχητική επιφάνεια» του παραθύρου εκτέλεσης, στην οποία κινείται ο δείκτης του ποντικιού.⁴⁷
- **area2:** αντίστοιχα όπως και το *area1*, αλλά για την περίπτωση με την μπάλα του *screen saver*.
- **time:** ο χρόνος σε *ms* που ενεργοποιείται το *screen saver*, όταν μείνει ακίνητος ο δείκτης του ποντικιού.

⁴⁵ Η διάδραση αυτή συμβαίνει με την βοήθεια της συνάρτησης *keyPressed*.

⁴⁶ Η διάδραση αυτή συμβαίνει με την βοήθεια της συνάρτησης *mousePressed*.

⁴⁷ Εξαρτάται από το πραγματικό μέγεθος της οθόνης του υπολογιστή που χρησιμοποιείται και η τιμή της μεταβλητής ορίζεται με δοκιμή τιμών και εκτέλεσης του σχεδίου. Μεγάλος αριθμός *area* αντιστοιχεί σε μικρότερο χρόνο ήχου πάνω στην επιφάνεια.

Κεφάλαιο 6: Δημιουργία Εικαστικού Υπερχώρου (I) : Διερεύνηση της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen, σύνδεση της με την Θεωρία των Χορδών και πρόταση ενός νέου κοσμολογικού μοντέλου⁴⁸

Στο κεφάλαιο αυτό διερευνούμε το σχήμα που αναφέρει ο Johan Van Manen ότι αντιστοιχεί στην Υπερσφαίρα και το συνδέουμε με την Κβαντική Γεωμετρία της Θεωρίας των Χορδών για να περιγράψουμε ένα προτεινόμενο κοσμολογικό μοντέλο. Για την καλύτερη κατανόηση της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen αναπτύσσουμε μια διαδραστική εφαρμογή, όπου ο χρήστης μπορεί να εξοικειωθεί με το σχήμα αυτό. Τέλος, προσομοιώνουμε μια δεύτερη διαδραστική εφαρμογή που βασίζεται σε μια εξέλιξη του παραπάνω σχήματος και περιγράφει ένα νέο κοσμολογικό μοντέλο.

6.1 Διερεύνηση της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen

Μία αξιοσημείωτη αναφορά σε ένα σχήμα τετραδιάστατης Υπερσφαίρας υπάρχει μέσα στο βιβλίο του Ouspensky *Tertium Organum: the third canon of thought, a key to the enigmas of the world* και συνοδεύεται από ένα σχέδιο του Johan Van Manen.



Εικόνα 64: Η «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen (πηγή: Ouspensky 2009: 133)

⁴⁸ Το παρόν κεφάλαιο της διδακτορικής διατριβής έχει παρουσιαστεί στο επιστημονικό συνέδριο *International Conference on Digital Culture & AudioVisual Challenges* που διοργανώθηκε από το Ιόνιο Πανεπιστήμιο, με τίτλο: *An Interactive Art Application of a Proposed Fourth Spatial Dimension Cosmological* (Traperas and Kanellouopoulos 2018a).

Ο Johan Van Manen, στην προσπάθειά του να οραματιστεί το σχήμα του Υπερκύβου, περιγράφει με ακρίβεια ένα σχήμα, που θεωρεί ότι είναι η προβολή της «Υπερσφαίρας» (εικ. 64), στο βιβλίο του *Some Occult Experiences* :

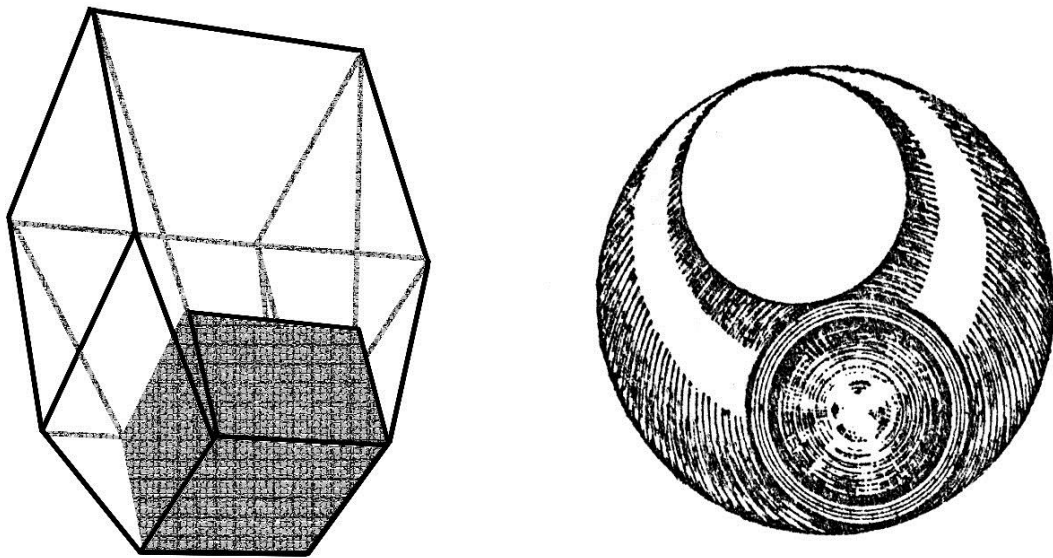
«Προσπάθησα να οραματιστώ ή να σκεφθώ το σχήμα ενός τετραδιάστατου κύβου, το οποίο φανταζόμουν ότι θα ήταν το απλούστερο τετραδιάστατο σχήμα. Προς μεγάλη μου έκπληξη είδα καθαρά μπροστά μου πρώτα μια τετραδιάστατη σφαίρα και ύστερα έναν τετραδιάστατο κύβο και μόνο τότε έμαθα από αυτό το μάθημα αντικειμένων ότι η σφαίρα είναι το απλούστερο σώμα, και όχι ο κύβος, όπως θα έπρεπε να μου είχε δείξει εκ των προτέρων η τριδιάστατη αναλογία. Το αξιοσημείωτο είναι ότι η συγκεκριμένη προσπάθεια να δω το ένα πράγμα με έκανε να δω το άλλο [...]. Η τετραδιάστατη σφαίρα μπορεί να περιγραφεί καλύτερα. Ήταν μια συνηθισμένη τριδιάστατη σφαίρα, στην κάθε πλευρά της οποίας, αρχίζοντας από την κάθετη περιφέρειά της, πρόβαλαν λυγισμένα συγκλίνοντα κέρατα, τα οποία, με ένα κυκλικό λύγισμα, ένωναν τις κορυφές τους πάνω από την σφαίρα από την οποία ξεκινούσαν. Το αποτέλεσμα περιγράφεται καλύτερα αν περιβάλλουμε τον αριθμό 8 με έναν κύκλο. Έτσι τρεις κύκλοι σχηματίζονται, όπου ο κατώτερος αντιπροσωπεύει την αρχική σφαίρα, ο ανώτερος αντιπροσωπεύει κενό χώρο, και ο μεγαλύτερος κύκλος περιβάλλει το σύνολο.»⁴⁹

(Ouspensky 2005: 186).

Οι ομοιότητες του σχεδίου της «Υπερσφαίρας» με το αντίστοιχο σχήμα του Υπερκύβου, τον οποίο αναφέρει ως πηγή έμπνευσης, μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι προσεγγίζει το υπερ-στερεό με βάση την προβολή του ή το ίχνος διαπέρασης σε μια κατώτερη διάσταση, δηλαδή στον Τριδιάστατο Χώρο (εικ. 65).

⁴⁹ *«I tried to visualize or think out the shape of a fourth-dimensional cube, which I imagined to be the simplest fourth-dimensional shape. To my great astonishment I saw plainly before me first a fourth-dimensional globe and afterwards a fourth-dimensional cube and learned only then from this object lesson that the globe is the simplest body, and not the cube, as the third-dimensional analogy ought to have told me beforehand. The remarkable thing was that the definite endeavour to see the one thing made me see the other [...]. The fourth-dimensional globe can be better described. It was an ordinary three-dimensional globe, out of which on each side, beginning at its vertical circumference, bent tapering horns proceeded, which, with a circular bend, united their points above the globe from which they started. So three circles are formed, the lower one representing the initial globe, the upper one representing empty space, and the greater circle circumscribing the whole.»*

(Manen, 1913: 58).



Εικόνα 65: Ομοιότητες προβολής του Υπερκύβου (αριστερά, σχέδιο του συγγραφέα) με αυτήν της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen (δεξιά, πηγή: Ouspensky 2009: 133) στον Τριδιάστατο Χώρο.

Αντιστοιχεί, όμως, το σχήμα του Johan Van Manen με την τετραδιάστατη Υπερσφαίρα; Λαμβάνοντας υπόψιν ότι η προβολή της Υπερσφαίρας στον Τριδιάστατο Χώρο είναι ένα σφαιρικό σύνολο ομόκεντρων τόρων (παρ. 3.2.1), ενώ το ίχνος διέλευσης της Υπερσφαίρας από τον Τριδιάστατο Χώρο είναι μια γεωμετρική τριδιάστατη σφαίρα (παρ. 3.2.2) προτείνουμε ότι το σχήμα του Johan Van Manen δεν περιγράφει την προβολή μιας γεωμετρικής Υπερσφαίρας.

Όμως, γεωμετρικά, αποδεικνύεται ότι μπορούν να υπάρχουν σχήματα – κλειστές υπερ-επιφάνειες που περικλείουν υπερ-στερεά στις ανώτερες διαστάσεις που, ενώ δεν μοιάζουν με την συνηθισμένη γεωμετρική περιγραφή της Υπερσφαίρας, έχουν την ιδιότητα να μην σχηματίζουν γωνίες και πιθανόν να σχηματίζουν αναδιπλώσεις (Smith 2011: 3).

Πιθανόν, λοιπόν, ο Johan Van Manen να οραματίστηκε κάποια άλλη υπερ-επιφάνεια που να έχει κάποιες αναδιπλώσεις και να προβάλλεται στην Τρίτη Διάσταση με τον τρόπο που τελικά σχεδίασε την «Υπερσφαίρα» του (εικ. 64).

6.1.1 Περιγραφή διαδραστικής εφαρμογής της τριδιάστατης προβολής της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen

Στο βιβλίο του *Tertium Organum* ο Ouspensky αναφέρει, μεταξύ άλλων, για την «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen ότι:

«Κατά τη γνώμη μου υπάρχει πάρα πολύ κίνηση σε αυτό το σχήμα. Ολόκληρο το σχήμα εμένα μου φαίνεται σαν κινούμενο, που συνεχώς γεννάει τον εαυτό του, σαν να βρίσκεται στο σημείο επαφής των αιχμηρών άκρων, ερχόμενο από εκεί και επιστρέφοντας πάλι πίσω [...]»

(Ouspensky 2005: 188).⁵⁰

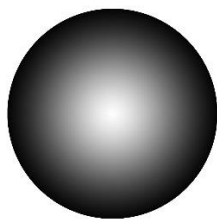
Θεωρούμε ότι κατά την περιστροφή της η «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen δημιουργεί διάφορες προβολές πάνω στον Τριδιάστατο Χώρο, όπως ακριβώς συμβαίνει και με τον Υπερκύβο (παρ.3.2.1). Έτσι, το στατικό μοντέλο που πρότεινε ο Johan Van Manen μέσα από το σχέδιο του μπορεί να εξελιχθεί σε ένα δυναμικό σύμπλεγμα καθώς περιστρέφεται στον τετραδιάστατο χώρο στον οποίο η «εξωτερική» σφαίρα παραμένει σταθερή, ενώ οι δύο εσωτερικές, η «γεμάτη» και η «άδεια», αυξομειώνονται συμπληρωματικά, με το άθροισμα των διαμέτρων τους να είναι ίσο με την διάμετρο της «εξωτερικής» σφαίρας (εικ. 66 (α) έως (θ)).

Οι δύο ακραίες καταστάσεις πραγματοποιούνται όταν η «εξωτερική» σφαίρα ταυτίζεται με την εσωτερική «γεμάτη» σφαίρα (όπου η «άδεια» εκμηδενίζεται) (εικ. 66α) και όταν η «εξωτερική» σφαίρα ταυτίζεται με την «άδεια» σφαίρα (όπου η εσωτερική «γεμάτη» εκμηδενίζεται) (εικ. 66θ).

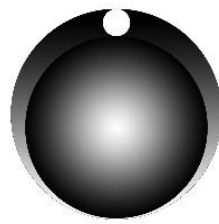
Προτείνουμε μία διαδραστική εφαρμογή όπου ο χρήστης, με την βοήθεια του ποντικιού, μπορεί να περιστρέφει την τριδιάστατη προβολή του υπερ-στερεού του Johan Van Manen και να αυξομειώνει τις ακτίνες των «εσωτερικών» σφαιρών, ώστε να αποκτήσει οικειότητα με το σχήμα από κάθε οπτική γωνία.

⁵⁰ *«In my opinion the figure is full of motion. The whole figure seems to me moving, as though constantly arising in the meeting point of the sharp ends, spreading out from there and being re-absorbed there.»*

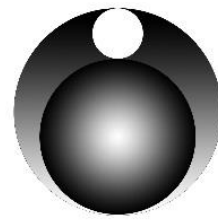
(Ouspensky, 2009: 135).



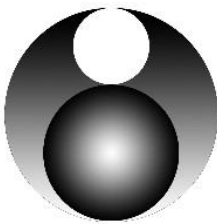
(α)



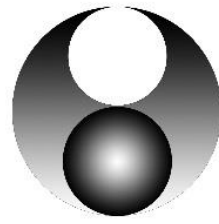
(β)



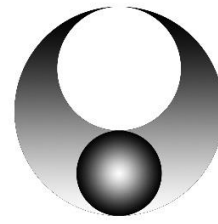
(γ)



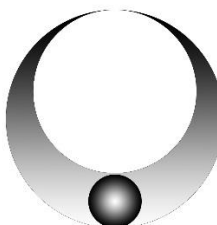
(δ)



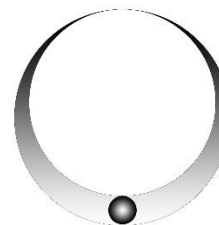
(ε)



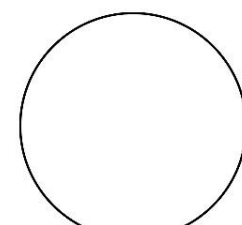
(στ)



(ζ)



(η)



(θ)

Εικόνα 66: Διαδοχικές τριδιάστατες προβολές που προκύπτουν από την περιστροφή της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen (σχέδιο του συγγραφέα).

6.1.2 Σχεδιασμός της διαδραστικής εφαρμογής της τριδιάστατης προβολής της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen

Για την δημιουργία της διαδραστικής εφαρμογής το λογισμικό που χρησιμοποιούμε είναι το *Processing* (έκδοση 3.3.3).⁵¹ Προτείνουμε δύο διαφορετικές εκδοχές διάδρασης του χρήστη με την «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen.

Στην πρώτη εκδοχή, που παρατίθεται με αναλυτικά σχόλια στο Παράρτημα 2Α, η σχεδίαση των τριών σφαιρών γίνεται με βάση τον ορισμό του σημείου - κέντρου της κάθε σφαίρας ως σημείο αναφοράς (0,0,0) (αρχή αξόνων) και την σχέση μεταξύ των ακτινών τους. Η διάδραση γίνεται με μεταβολή των ακτινών των εσωτερικών σφαιρών, χωρίς να υπάρχει δυνατότητα περιστροφής του σχήματος. Το αρχικό σημείο αναφοράς (0,0,0) βρίσκεται εξ ορισμού στο αριστερό και πάνω άκρο του παραθύρου εκτέλεσης.

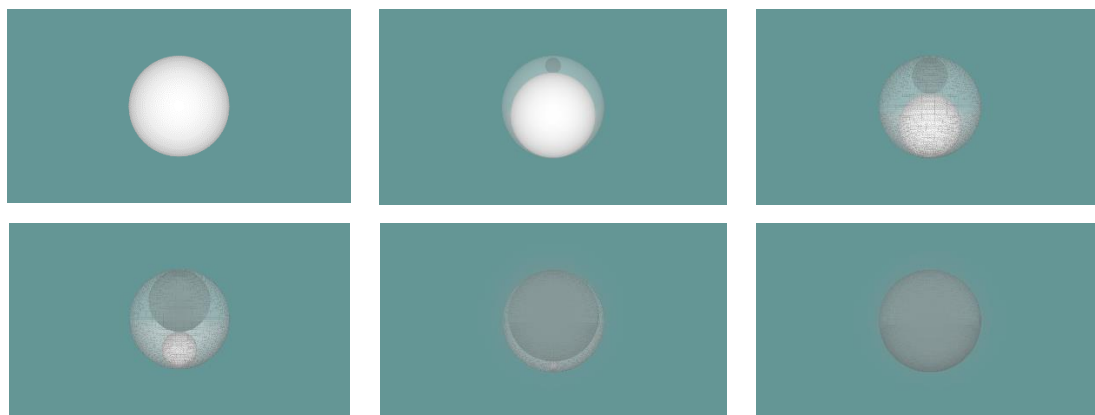
Για την «εξωτερική» σφαίρα ορίζουμε σταθερή ακτίνα και ίση με το $\frac{1}{4}$ του παραθύρου εκτέλεσης, ενώ το κέντρο της βρίσκεται στο κέντρο του παραθύρου, δηλαδή στο μισό του ύψους και στο μισό του πλάτους του.

Για την εσωτερική «γεμάτη» σφαίρα ορίζουμε ως ακτίνα την τιμή R και το κέντρο της να βρίσκεται οριζόντια (άξονας x) στην μέση του παραθύρου εκτέλεσης και κατακόρυφα (άξονας y) στο $\frac{1}{4}$ του ύψους του παραθύρου από την κάτω οριζόντια πλευρά συν την εκάστοτε τιμή της ακτίνας R (μεταβλητή θέση) και με μηδενική τιμή στον άξονα z . Αυτό εξασφαλίζει ότι η σφαίρα θα ξεκινάει κατακόρυφα πάντα από το $\frac{1}{4}$ του ύψους του παραθύρου από την κάτω οριζόντια πλευρά, ανεξάρτητα από την τιμή που παίρνει η ακτίνα της.

Για την εσωτερική «κενή» σφαίρα ορίζουμε ακτίνα με κατάλληλη τιμή, ώστε το άθροισμα της ακτίνας της εσωτερικής «γεμάτης» σφαίρας με την ακτίνα της εσωτερικής «κενής» σφαίρας να μας δίνει την σταθερή ακτίνα της «εξωτερικής» σφαίρας. Το κέντρο της «κενής» σφαίρας τοποθετείται πιο ψηλά από το κέντρο της εσωτερικής «γεμάτης» σφαίρας κατά το $\frac{1}{4}$ του παραθύρου εκτέλεσης (όσο η ακτίνα της «εξωτερικής» σφαίρας), έτσι ώστε κάθε στιγμή να εφάπτεται με την εσωτερική «γεμάτη» αλλά και με την «εξωτερική» σφαίρα. Ο χρήστης με πάτημα του δεξιού ή αριστερού διακόπτη του ποντικιού αυξάνει ή ελαττώνει την

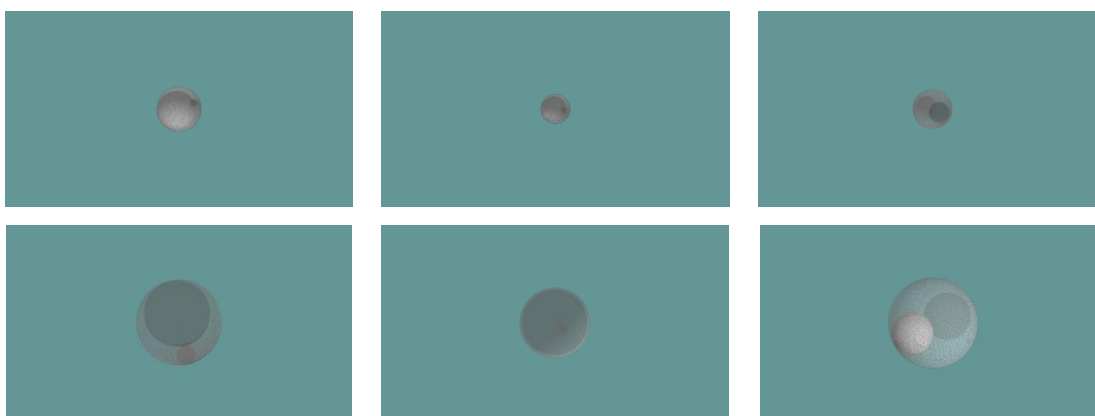
⁵¹ Το ίδιο λογισμικό χρησιμοποιήθηκε και για την προσομοίωση του Ακουστικού Υπερχώρου (παρ. 5.6.1, όπου υπάρχει και η περιγραφή του).

τιμή της ακτίνας R της εσωτερικής «γεμάτης» σφαίρας που συμπαρασύρει και την «κενή» σφαίρα (εικ.67).



Εικόνα 67: Φάσεις της προβολής της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen στον Τριδιάστατο Χώρο με μεταβολή των ακτινών (εικόνες από την διαδραστική εφαρμογή του συγγραφέα).

Στην δεύτερη εκδοχή, που παρουσιάζεται με αναλυτικά σχόλια στο Παράρτημα 2B, ο βασικός σχεδιασμός της εφαρμογής παραμένει ο ίδιος αλλά προστίθεται η δυνατότητα περιστροφής της «Υπερσφαίρας» από τον χρήστη. Αυτό επιτυγχάνεται με την βοήθεια της βιβλιοθήκης *damkjer.ocd* (*Obsessive Camera Direction* (OCD) του Kristian Damkjer)⁵² και ουσιαστικά προστίθεται μία κάμερα που μπορεί να κινείται γύρω από την «Υπερσφαίρα» σε οριζόντια ή κάθετη τροχιά, ανάλογα με την οριζόντια ή κάθετη κίνηση του ποντικιού από τον χρήστη, δίνοντας την αίσθηση της περιστροφής της ίδιας της «Υπερσφαίρας» (εικ. 68).



Εικόνα 68: Φάσεις της προβολής της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen στον Τριδιάστατο Χώρο με μεταβολή των ακτινών και περιστροφή (εικόνες από την διαδραστική εφαρμογή του συγγραφέα).

⁵² Περισσότερες πληροφορίες στο <http://gdsstudios.com/processing/libraries/ocd/reference/>.

6.2 Διαδραστική εφαρμογή για ένα προτεινόμενο κοσμολογικό μοντέλο που προκύπτει από τον συνδυασμό της «προβολής της Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen με την Κβαντική Γεωμετρία της Θεωρίας των Χορδών

Βασιζόμενοι στην Κβαντική Γεωμετρία της Θεωρίας των Χορδών μπορούμε να εξελίξουμε την «προβολή της Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen, ώστε να περιγράψει ένα κοσμολογικό μοντέλο το οποίο προτείνουμε ως μία καλλιτεχνική διαδραστική εφαρμογή.

6.2.1 Κβαντική Γεωμετρία

Στην διάλεξή του, το 1854 στο Göttingen της Γερμανίας, ο Riemann διεύρυνε την ανθρώπινη σκέψη πέρα από την Ευκλείδεια Γεωμετρία και εισήγαγε την γεωμετρία των καμπύλων χώρων, βασιζόμενος σε παλαιότερες ιδέες των Gauss, Lobachevsky και Bolyai (Green 2004: 331).

Η Θεωρία των Χορδών, όμως, απαιτεί μία προσαρμογή της γεωμετρίας του Riemann για να περιγράψει φαινόμενα που αφορούν κλίμακες της τάξης του μήκους Planck.⁵³ Το νέο αυτό γεωμετρικό πλαίσιο ονομάζεται Κβαντική Γεωμετρία.

Ενώ η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας επιτρέπει, για παράδειγμα, το σύμπαν να ξεκινήσει ή να καταλήξει σε αδιάστατο σημείο, όπως μας λέει η θεωρία του *big-bang*, η Κβαντική Θεωρία υποστηρίζει ότι δεν μπορεί οτιδήποτε να συμπιεστεί σε μέγεθος μικρότερο από το μήκος Planck (Green 2004: 337).⁵⁴ Με βάση την Κβαντική Γεωμετρία, η ασυμβατότητα που υπάρχει σε μικροσκοπικό επίπεδο μεταξύ της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας και της Κβαντικής Μηχανικής παύει να υφίσταται: θεωρεί ότι αν για κάποιο λόγο το σύμπαν αρχίζει

⁵³ Σχετικά με το μήκος Planck αναφερθήκαμε στην παράγραφο 3.4.4.1

⁵⁴ Ο Alexander Friedmann βασιζόμενος στις εξισώσεις του Einstein διατύπωσε την Θεωρία της Μεγάλης Έκρηξης (*Big Bang*), η οποία αναφέρει ότι το σύμπαν προέκυψε από μία σημειακή κατάσταση άπειρης πυκνότητας και θερμοκρασίας. Ο Einstein αρχικά ήταν αντίθετος με την θεωρία αυτή και θεωρούσε ότι το σύμπαν είναι στατικό και αιώνιο. Η θεωρία του Friedmann επιβεβαιώθηκε από τον Hubble, όταν παρατήρησε με το τηλεσκόπιο ότι το σύμπαν διαστέλλεται (Green 2004: 489).

να συστέλλεται λόγω βαρυτικών έλξεων, τότε η συνεχής συστολή δεν οδηγεί στην ολική κοσμική σύνθλιψη αλλά σε μια κοσμική αναπήδηση (Green 2004: 342).⁵⁵

Στο μοντέλο των αλληλένδετων εννοιών των αποστάσεων της Κβαντικής Γεωμετρίας, αν η ακτίνα μιας κυκλικής διάστασης είναι μικρότερη από το μήκος Planck και συνεχώς μειώνεται δεν διαφέρει σε τίποτε με τις φυσικές διεργασίες όπου η διάσταση αυτή έχει ακτίνα μεγαλύτερη από το μήκος Planck και συνεχώς αυξάνεται (Green 2004: 342). Οι φυσικές ιδιότητες ενός σύμπαντος, που βασίζονται στις ιδιότητες των στοιχειωδών συστατικών του, είναι ίδιες για ένα σύμπαν που μία κυκλική του διάσταση έχει ακτίνα R , με ένα σύμπαν που έχει διάσταση $1/R$ με μονάδα 1 το μήκος του Planck (Green 2004: 353).

Το σύμπαν που παρατηρούμε με βάση τα σημερινά δεδομένα εκτείνεται σε απόσταση δεκαπέντε δισεκατομμυρίων ετών έτη φωτός, χωρίς να γνωρίζουμε τι συμβαίνει πέρα από αυτή την απόσταση, αν δηλαδή οι διαστάσεις συνεχίζουν απεριόριστα ή είναι κυκλικές. Έτσι, το σύμπαν μπορεί να υπόκειται στην ταύτιση των κυκλικών διαστάσεων R και $1/R$ της Θεωρίας των Χορδών (Green 2004: 354).

6.2.2 Σύνδεση του υπερ-στερεού του Johan Van Manen με την Κβαντική Γεωμετρία της Θεωρίας των Χορδών.

Ο Johan Van Manen στο τέλος της περιγραφής του σχήματός του, δίνει μια διευκρίνιση που οδηγεί στην σύνδεσή του με την παραπάνω θεωρία. Αναφέρει το εξής:

«Αν τώρα κατανοήσουμε ότι ο επάνω κύκλος δεν υπάρχει και ότι ο κατώτερος (ο μικρός) κύκλος είναι ταυτόσημος με τον εξωτερικό (τον μεγάλο) κύκλο, τότε θα έχει μεταδοθεί η εντύπωση [ΣτΜ: της «Υπερσφαίρας»], τουλάχιστον ως έναν βαθμό.»

(Manen, 1913: 58).⁵⁶

⁵⁵ Οι Brandenberger, Vafa και άλλοι φυσικοί θεωρούν ότι το σύμπαν προήλθε από μία αρχική κατάσταση όπου όλες οι κυκλικές διαστάσεις είχαν ακτίνα όσο το μήκος Planck (Green 2004: 506).

⁵⁶ «If it be now understood that the upper circle does not exist and the lower (small) circle is identical with the outer (large) circle, the impression will have been conveyed, at least to some extent[...]

(Ouspensky 2009: 133).

Προτείνει δηλαδή ότι ο εσωτερικός «γεμάτος» κύκλος είναι ενιαίος με τον «εξωτερικό» που περικλείει τα πάντα και ουσιαστικά αποτελούν ένα σχήμα. Προτείνουμε ότι η παραπάνω πρόταση του Johan Van Manen οδηγεί, λογικά, στο μοντέλο των συνδεδεμένων κυκλικών διαστάσεων της Κβαντικής Γεωμετρίας (παρ. 6.2.1) το οποίο μπορεί να περιγράψει το σύμπαν όπου ζούμε.

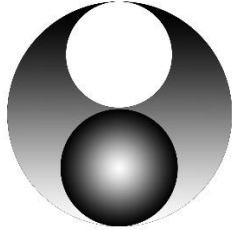
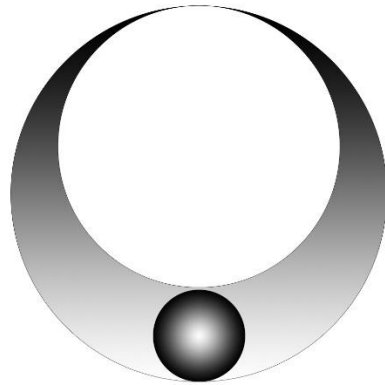
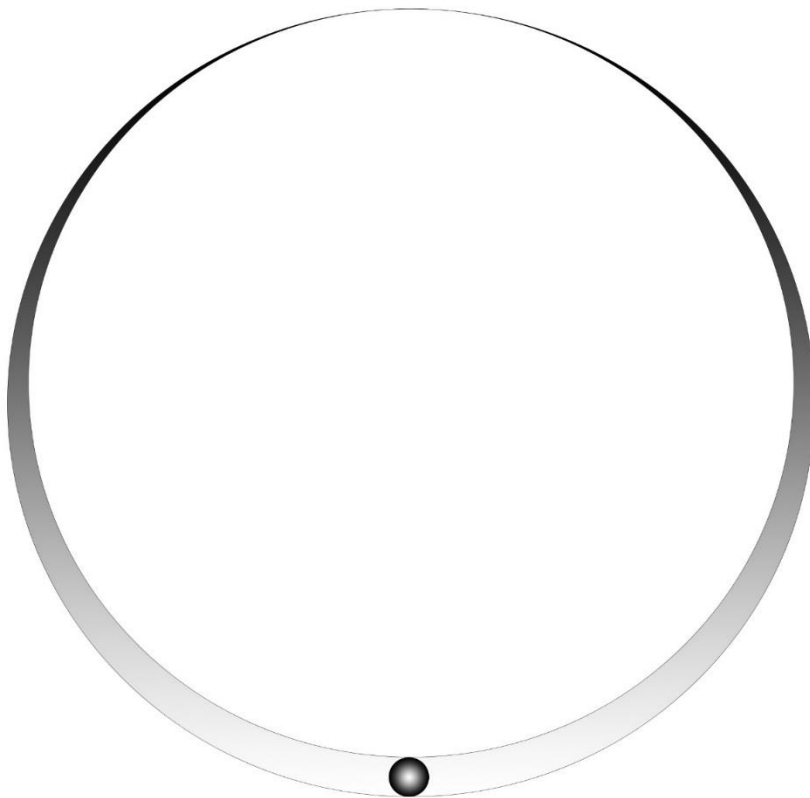
Στο κοσμολογικό μοντέλο του διπλού σύμπαντος που προτείνουμε, σύμφωνα με την παραπάνω θεωρία, στο σχήμα του Johan Van Manen η «εξωτερική» σφαίρα δεν έχει σταθερή ακτίνα και αντιπροσωπεύει το σύμπαν όπου ζούμε. Η ακτίνα της R μπορεί να αυξομειώνεται από το άπειρο μέχρι το απειροελάχιστο. Όμως η αυξομείωση αυτή επηρεάζει την ακτίνα της εσωτερικής «γεμάτης» σφαίρας, το παράλληλο μικρό σύμπαν, καθώς η σχέση που συνδέει τις δύο ακτίνες πρέπει να είναι αντίστροφης αναλογίας (της μορφής R και $1/R$) (εικ. 69α έως 69ε).⁵⁷

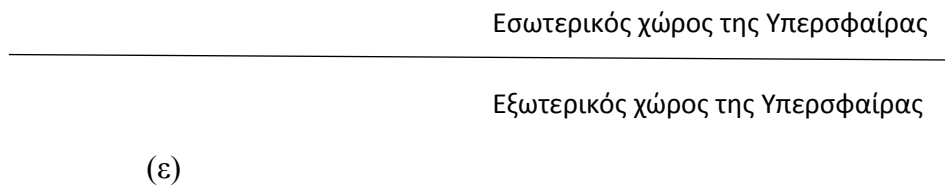
Η ακτίνα της «γεμάτης» εσωτερικής σφαίρας συμπαρασύρει την τιμή της ακτίνας της «άδειας» σφαίρας, καθώς πρέπει το άθροισμα των διαμέτρων τους να ταυτίζεται με την τιμή της διαμέτρου της «εξωτερικής» σφαίρας.

Τι συμβαίνει όμως κατά την διαστολή της «εξωτερικής» σφαίρας, όταν η τιμή της ακτίνας πάρει (σχεδόν) άπειρη τιμή; Τότε, η «γεμάτη» εσωτερική σφαίρα γίνεται απειροελάχιστη, ενώ η «άδεια» σφαίρα αποκτά (σχεδόν) άπειρη ακτίνα και καλύπτει το εσωτερικό της «εξωτερικής» σφαίρας. Αν δεχθούμε ότι οι σφαίρες που συνθέτουν το υπερ-στερεό του Johan Van Manen είναι τετραδιάστατες, ως τελικό αποτέλεσμα προκύπτει η τριδιάστατη υπερ-επιφάνεια μιας τετραδιάστατης σφαίρας που συνεχώς διαστέλλεται, μια υπερ-επιφάνεια τριών διαστάσεων που αντιστοιχεί με το σύμπαν όπου ζούμε (εικ. 69ε).⁵⁸

⁵⁷ Όπου 1 είναι μια καθορισμένη μοναδιαία αρχική ακτίνα που το διπλάσιό της, δηλαδή η διάμετρος, αντιστοιχεί στην διάσταση Planck.

⁵⁸ Ένα από τα μοντέλα που υποστηρίζει η Κοσμολογία είναι το κλειστό σύμπαν το οποίο περιγράφεται από την τριδιάστατη επιφάνεια μιας τετραδιάστατης σφαίρας. Η χρονική εξέλιξη αυτού του σύμπαντος είναι αρχικά η διαστολή και ύστερα η συστολή του (Guth 2013a&b).

 (α)  (β)  (γ)  (δ)



Εικόνα 69: Εξέλιξη του προτεινόμενου κοσμολογικού μοντέλου διπλού σύμπαντος (σχέδιο του συγγραφέα).

6.2.3 Καλλιτεχνική διαδραστική εφαρμογή προτεινόμενου κοσμολογικού μοντέλου

Στην διαδραστική εφαρμογή που προτείνουμε χρησιμοποιούμε την «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen και την Κβαντική Γεωμετρία της Θεωρίας των Χορδών για να προσομοιώσουμε το προτεινόμενο κοσμολογικό μοντέλο.

Ο χρήστης μπορεί να αυξομειώνει την ακτίνα του σύμπαντος, που υποθέτουμε ότι έχει το σχήμα της «Υπερσφαίρας» του Johan Van Manen, δημιουργώντας την κοσμική αναπήδηση σε περίπτωση που η ακτίνα της εξωτερικής σφαίρας ελαττωθεί κάτω από την μοναδιαία τιμή. Τότε το μικρό σύμπαν αποκτά ακτίνα μεγαλύτερη από 1 και παίρνει τον ρόλο της εξωτερικής σφαίρας που περικλείει τις άλλες δύο.

6.2.4 Σχεδιασμός της διαδραστικής εφαρμογής του προτεινόμενου Κοσμολογικού Μοντέλου

Για την δημιουργία της διαδραστικής εφαρμογής το λογισμικό που χρησιμοποιούμε είναι το *Processing* (έκδοση 3.3.3).⁵⁹

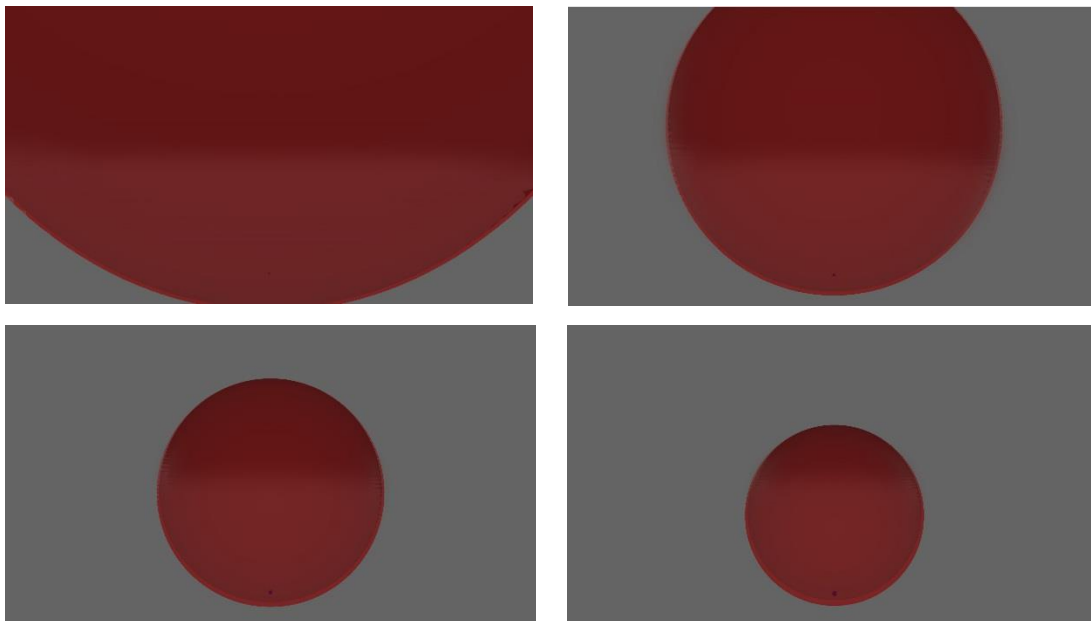
⁵⁹ Το ίδιο λογισμικό χρησιμοποιήθηκε και για την προσομοίωση του Ακουστικού Υπερχώρου (παρ. 5.6.1).

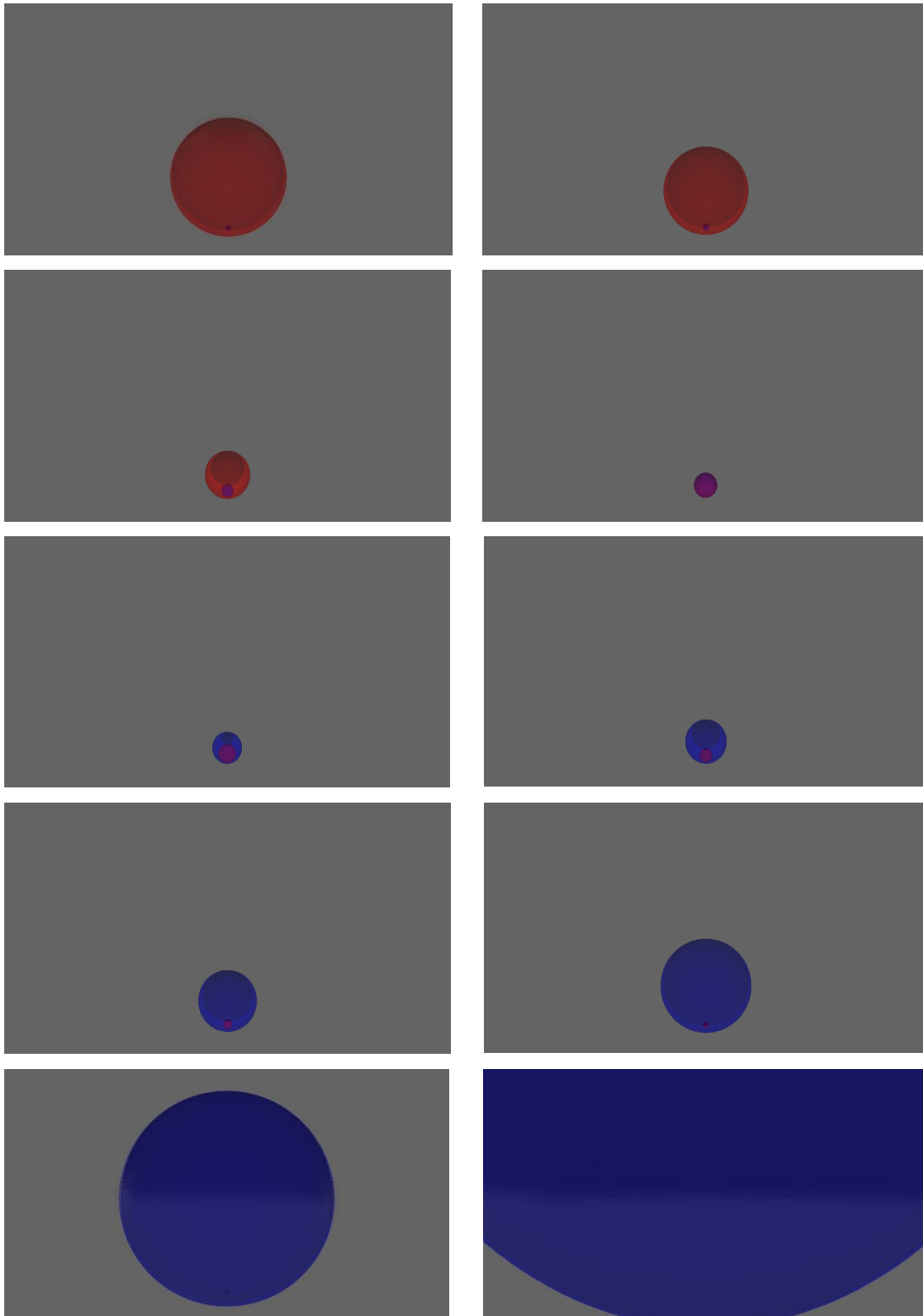
Ο κώδικας με αναλυτικά σχόλια υπάρχει στο Παράρτημα 2Γ. Η λογική μοιάζει αρκετά με τον σχεδιασμό της διαδραστικής εφαρμογής για την «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen (παρ. 6.1.2) αλλά εδώ η «εξωτερική» σφαίρα που έχει τον ρόλο του «ενεργού» σύμπαντος δεν έχει σταθερή ακτίνα.

Για την καλύτερη κατανόηση του κοσμολογικού μοντέλου διπλού σύμπαντος χρωματίζουμε την εσωτερική και την εξωτερική σφαίρα. Η σφαίρα με ακτίνα R έχει κόκκινο χρώμα, ενώ η σφαίρα με αντίστροφη ακτίνα $1/R$ έχει μπλε χρώμα. Η «κενή» εσωτερική σφαίρα έχει ως ακτίνα την διαφορά των δύο ακτινών. Η Αρχή των Συντεταγμένων (Σημείο Αναφοράς) μεταφέρεται κάθε φορά στο κέντρο της κάθε σφαίρας που σχεδιάζουμε από την εξ ορισμού θέση της που είναι στο πάνω και αριστερό άκρο του παραθύρου εκτέλεσης.

Η διάδραση γίνεται με μεταβολή της ακτίνας R της «κόκκινης» σφαίρας η οποία συμπαρασύρει και την «μπλε» σφαίρα ακτίνας $1/R$ και την «κενή» σφαίρα που έχει ακτίνα ίση με την διαφορά τους (εικ. 70).

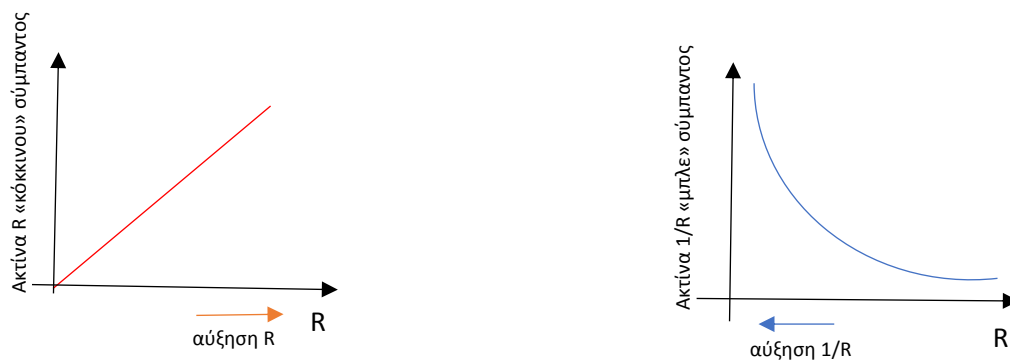
Ο χρήστης με το πάτημα του δεξιού ή αριστερού διακόπτη του ποντικιού αυξάνει ή ελαττώνει την τιμή της ακτίνας R . Όταν η τιμή της R φτάσει τις ακραίες τιμές του μηδενισμού της ή μιας καθορισμένης ανώτερης τιμής, με το επόμενο πάτημα του διακόπτη του ποντικιού το φαινόμενο αντιστρέφεται και η ακτίνα από αύξηση οδηγείται σε μείωση ή αντίστροφα (μέχρι να υπερβεί την άλλη ακραία τιμή).





Εικόνα 70: Εξέλιξη του προτεινόμενου κοσμολογικού μοντέλου (εικόνες από την διαδραστική εφαρμογή του συγγραφέα).

Όταν το R παίρνει μεγάλες τιμές, το «κόκκινο» σύμπαν είναι μεγαλύτερο από το «μπλε», ενώ για μικρές τιμές του R ισχύει το ανάποδο. Όμως το «κόκκινο» και το «μπλε» σύμπαν δεν αυξάνονται με τον ίδιο ρυθμό. Παρατηρείται μια πιο γρήγορη εξέλιξη της διαστολής του «μπλε» σύμπαντος σε σχέση με την διαστολή του «κόκκινου». Αυτό συμβαίνει γιατί για μικρές τιμές του R η τιμή της ακτίνας του «μπλε» σύμπαντος $1/R$ αυξάνεται με μεγαλύτερο ρυθμό, ενώ όταν το R παίρνει μεγάλες τιμές, η τιμή ακτίνας R του «κόκκινου» σύμπαντος αυξάνεται με πιο μικρό ρυθμό, όπως φαίνεται και στις γραφικές παραστάσεις στην εικόνα 71.



Εικόνα 71: Γραφικές παραστάσεις των ακτινών των σφαιρών που παριστάνουν τα σύμπαντα («κόκκινο» αριστερά και «μπλε» δεξιά) σε σχέση με την τιμή της μεταβλητής R (σχέδιο του συγγραφέα).

Κεφάλαιο 7: Δημιουργία Εικαστικού Υπερχώρου (II): Ανάπτυξη διαδραστικής εφαρμογής απεικόνισης της Υπερσφαίρας με την Μέθοδο του Hinton⁶⁰

Ο Hinton, μέσα από τα βιβλία του *A New Era of Thought* (1888) και *The Fourth Dimension* (1906) και χρησιμοποιώντας την προσέγγιση ενός τετραδιάστατου υπερ-στερεού με το ίχνος της διαπέρασής του μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο, προσπάθησε με χρωματιστούς κύβους να δώσει έναν τρόπο με τον οποίο το ευρύ κοινό θα μπορούσε να φανταστεί την τέταρτη χωρική διάσταση.

Ο ίδιος πίστευε ότι παίζοντας με αυτό το παιχνίδι είχε αποκτήσει αμυδρή ενορατική αντίληψη του τετραδιάστατου χώρου. Όπως ανέφερε:

«Δεν μου αρέσει να μιλώ απόλυτα, γιατί μπορεί να γίνω η αιτία να χάσουν άλλοι τον χρόνο τους, αν κάνω λάθος, πράγμα πολύ πιθανό. Από την άλλη μεριά πάντως νομίζω ότι υπάρχουν ενδείξεις μιας τέτοιας ενόρασης [...]»^{61 62}

⁶⁰ Το παρόν κεφάλαιο της διδακτορικής διατριβής έχει δημοσιευθεί ως άρθρο στο επιστημονικό περιοδικό *Technoetic Arts Journal* με τίτλο: *Visualizing the hypersphere using Hinton's method* (Traperas and Kanellopoulos 2018b),

⁶¹ «I do not like to speak positively, for I might occasion a loss of time on the part of others, if, as may very well be, I am mistaken. But for my own part, I think there are indications of such an intuition [...]»

(Hinton 1906: 255-56).

⁶² Ο Hiram Barton, σύμβουλος μηχανικός από το Etchingham του Sussex στην Αγγλία, ανέφερε, σε ένα γράμμα του στον μαθηματικό Martin Gardner, για τους κύβους του Hinton τα εξής:

«Σχεδόν κόλλησα πάνω τους γύρω στο 1920. Παρακαλώ πιστέψτε με όταν λέω ότι είναι εντελώς καταστροφικοί για τον νου. Το μόνο άτομο που συνάντησα ποτέ και είχε εργαστεί σοβαρά πάνω σε αυτούς ήταν ο Francis Sedlak, ένας Τσέχος φιλόσοφος που έγραψε το βιβλίο *Creation of Heaven and Earth*. Ζούσε κοντά στο Stroud, στο Gloucestershire. Όπως πρέπει να γνωρίζετε, η τεχνική στην ουσία της συνίσταται στην εξακολουθητική οπτική αντίληψη των γειτονικών εσωτερικών «εδρών» των πολύχρωμων μοναδιαίων κύβων, που συνθέτουν τον μεγάλο κύβο. Δεν είναι δύσκολο να αποκτήσει κανείς αξιοσημείωτη ευκολία σε αυτό, αν και η όλη διαδικασία λειτουργεί σαν αυτοϋπνωση και μετά από λίγο οι έγχρωμες εικόνες αρχίζουν να παρελαύνουν μόνες τους στο μυαλό σου με την δική τους σειρά. Αυτό το θεωρούσα ευχάριστο μέχρι το 1919, όταν πήγα να δω τον Sedlak και διαπίστωσα τους κινδύνους της εγκαθίδρυσης μιας αυτόνομης διαδικασίας στον εγκέφαλο του ανθρώπου. Ο τρόπος να ξεφύγει κανείς στηρίζεται στην συνειδητή εφαρμογή ενός αντιπυστήματος που θα διαφέρει από το πρώτο στο ότι ο κεντρικός κύβος θα έχει έδρες διαφορετικού χρωματισμού. Η ανάρρωση είναι μακροχρόνια και δεν θα συνιστούσα τελικά σε κανένα να παίζει με τους κύβους.»

(Gardner 1986: 58).

«I nearly got hooked on them myself in the nineteen-twenties. Please believe me when I say that they are completely mind-destroying. The only person I ever met who had worked with them seriously was Francis

(Gardner 1986: 50).

Στο κεφάλαιο αυτό προτείνουμε μία εξέλιξη της μεθόδου του Hinton για την προσέγγιση της Υπερσφαίρας, ενώ παράλληλα προτείνουμε μία διαδραστική εφαρμογή όπου ο χρήστης εξοικειώνεται με την Τέταρτη Χωρική Διάσταση μέσα από το χρώμα και το ίχνος της Υπερσφαίρας όταν αυτή διαπερνά τον οικείο Τριδιάστατο Χώρο του.

7.1 Φυσιολογία της όρασης σχετικά με την αντίληψη του χρώματος

Η χρήση του χρώματος ως βοηθητικού στοιχείου για την αντίληψη του Υπερχώρου είναι δυνατή λόγω της φυσιολογίας της ανθρώπινης όρασης.

Το αισθητήριο όργανο της ανθρώπινης όρασης, οφθαλμός, ανιχνεύει ηλεκτρομαγνητικά κύματα φωτός με μήκη κύματος από 400 έως 700 *nm*. Ο εγκέφαλος αναγνωρίζει αυτά τα κύματα σε ένα φάσμα χρωμάτων από μπλε σε πράσινο και τελικά σε κόκκινο χρώμα. Τα τρία αυτά χρώματα μπορούν και συνθέτουν το πλήρες φάσμα των χρωμάτων και συνιστούν την τριμεταβλητότητα της έγχρωμης όρασης. Στο μάτι υπάρχουν τρία είδη φωτοαπορροφητικών κωνιοφόρων φωτοϋποδοχέων με διαφορετική χρωστική το καθένα που δημιουργούν τρία διαφορετικά φάσματα απορρόφησης, τα οποία όμως αλληλεπικαλύπτονται εν μέρει. Κάθε κωνιοφόρο κύτταρο περιέχει μία χρωστική. Έτσι υπάρχουν κωνιοφόρα με *B* χρωστική που είναι ευαίσθητα κυρίως στα βραχεία μήκη κύματος και γίνονται αντιληπτά ως μπλε χρώμα, κωνιοφόρα με *G* χρωστική που ανιχνεύουν τα μεσαία μήκη κύματος και γίνονται αντιληπτά ως πράσινο χρώμα και τα κωνιοφόρα με *R* χρωστική για τα μακρά μήκη κύματος που γίνονται αντιληπτά ως κόκκινο χρώμα.⁶³

Sedlak, a Czech neoHegelian philosopher (he wrote a book called The Creation of Heaven and Earth) who lived in an Oneida-like community near Stroud, in Gloucestershire. As you must know, the technique consists essentially in the sequential visualizing of the adjoint internal faces of the polycolored unit cubes making up the large cube. It is not difficult to acquire considerable facility in this, but the process is one of autohypnosis and, after a while, the sequences begin to parade themselves through one's mind of their own accord. This is pleasurable, in a way, and it was not until I went to see Sedlak in 1929 that I realized the dangers of setting up an autonomous process in one's own brain. For the record, the way out is to establish consciously a counter system differing from the first in that the core cube shows different colored faces, but withdrawal is slow and I wouldn't recommend anyone to play around with the cubes at all.»

(Gardner 1989: 52-53).

⁶³ Η *B* χρωστική παρουσιάζει μέγιστη απορρόφηση στα 419 *nm*, η *G* χρωστική στα 531 *nm* και η *R* χρωστική στα 559 *nm*.

Κάθε κωνιοφόρο κύτταρο, όμως, δεν χαρακτηρίζεται από την απόκρισή του σε διαφορετικό μήκος κύματος του φωτονίου όπου προσπίπτει αλλά από την διαφορετική ικανότητα απορρόφησης που το διακρίνει. Δηλαδή, αν υπήρχε μόνο ένα είδος κωνιοφόρων κυττάρων δεν θα μπορούσαμε να ξεχωρίσουμε το χρώμα των φωτονίων από το μήκος κύματός τους, αλλά χρειάζονται τουλάχιστον δύο ομάδες κυττάρων με διαφορετική φασματική ευαισθησία, ένα διμεταβλητό σύστημα, που να δίνει πληροφορίες στον εγκέφαλο για δύο τιμές φωτεινότητας, ώστε να μπορέσει τελικά να αντιληφθεί τα χρώματα. Το διμεταβλητό σύστημα, ωστόσο, δημιουργεί μειωμένη αντίληψη του χώρου. Για παράδειγμα αν ένα αντικείμενο ανακλά φως που βρίσκεται στα δύο άκρα του ορατού φάσματος και ο χώρος ανακλά φως στο μέσο του, τότε το αντικείμενο και ο χώρος προκαλούν την ίδια αντίληψη και το αντικείμενο δεν θα ξεχώριζε μέσα στο φόντο. Το τριμεταβλητό σύστημα ελαττώνει σημαντικά αυτές τις αδυναμίες.

Στο τριμεταβλητό σύστημα ο συνδυασμός πράσινου και κόκκινου χρώματος γίνεται αντιληπτός ως κίτρινο, του πράσινου με το μπλε ως κυανό, του κόκκινου και μπλε ως ματζέντα, του κόκκινου και κίτρινου ως πορτοκαλί και ο συνδυασμός και των τριών χρωμάτων ως λευκό. Ορισμένοι συνδυασμοί χρωμάτων διατηρούν μέρος των αρχικών χρωμάτων όπως το κόκκινο με το κίτρινο που δίνουν το πορτοκαλί, ενώ άλλοι δεν διατηρούν ίχνη των αρχικών χρωμάτων όπως για παράδειγμα το κόκκινο με το πράσινο που δίνει κίτρινο χρώμα ή το μπλε με το κίτρινο που δίνει λευκό. Αυτή η ιδιότητα ονομάζεται χρωματικός ανταγωνισμός. Η ανταγωνιστική διεργασία, όπως αρχικά διατυπώθηκε από τον Ewald Hering το 1877, αναφέρει ότι υπάρχουν έξι κύρια χρώματα που συνδυάζονται σε τρία ανταγωνιστικά ζεύγη: κόκκινο – πράσινο, κίτρινο – μπλε και λευκό – μαύρο. Αυτό εξηγείται επειδή υπάρχουν νευρικοί δίαυλοι κατά ζεύγη που διεγείρονται από τα αντίστοιχα ζεύγη χρωμάτων. Για παράδειγμα υπάρχει ένας δίαυλος που διεγείρεται από το κόκκινο χρώμα και αναστέλλεται από το πράσινο, ενώ ο ανταγωνιστής δίαυλός του διεγείρεται από το πράσινο χρώμα και αναστέλλεται από το κόκκινο. Όταν υπάρχουν ίσα ερεθίσματα κόκκινου και πράσινου χρώματος οι δίαυλοι γίνονται ανενεργοί. Το ίδιο ισχύει κατ' αντιστοιχία και για τα άλλα δύο ζεύγη χρωμάτων και διαύλων.

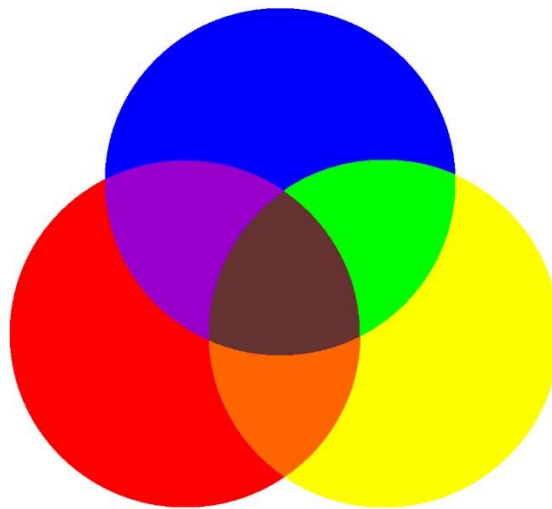
Οι άλλες ιδιότητες της έγχρωμης όρασης είναι η ταυτόχρονη χρωματική αντίθεση και η χρωματική σταθερότητα. Η ταυτόχρονη χρωματική αντίθεση παρατηρείται σε γειτονικά σημεία του χώρου, όπου για παράδειγμα ένα γκρίζο αντικείμενο παίρνει μια πράσινη απόχρωση όταν βρίσκεται μέσα σε ένα κόκκινο φόντο. Η χρωματική σταθερότητα αφορά την σταθερή αντίληψη του χρώματος ενός αντικειμένου στις διακυμάνσεις του φωτός του περιβάλλοντος

και οφείλεται στο ότι ο εγκέφαλος συγκρίνει όχι μόνο τις αποκρίσεις των κωνίων που αφορούν το αντικείμενο, αλλά όλων των κωνίων του αμφιβληστροειδούς (Kandel κ.ά. 1999: 477-93).

7.2 Μέθοδος προσέγγισης του Υπερχώρου με την βοήθεια των Κύβων του Hinton

Η καλύτερη περιγραφή του συστήματος των Κύβων του Hinton βρίσκεται αναλυτικά στο κεφάλαια *XI* και *XII* καθώς και στο Παράρτημα *I* του βιβλίου του *The Fourth Dimension* (Hinton 1906) και οι βασικές του αρχές αναπτύσσονται στις επόμενες παραγράφους.⁶⁴

Οι Κύβοι του Hinton χαρακτηρίζονται από την λογική της αντιστοίχισης των τεσσάρων χωρικών διαστάσεων με τέσσερα χρώματα: κόκκινο, κίτρινο, μπλε και λευκό. Όταν ένα σημείο κινείται σε μία διάσταση, τότε το χρώμα της διάστασης αυτής προστίθεται στο χρώμα που χαρακτηρίζει το σημείο αυτό και δημιουργεί ένα νέο χρώμα που προκύπτει από την ανάμειξη των δύο χρωμάτων (εικ. 72).



Εικόνα 72 : Ανάμειξη χρωμάτων κόκκινο – κίτρινο – μπλε (πηγή: Traperas and Kanellopoulos 2018b).

⁶⁴ Το συνολικό σύστημα των χρωματιστών κύβων του Hinton αποτελείται από 81 κύβους 16 διαφορετικών χρωμάτων, επιφάνειες με 27 χρωματιστά τετράγωνα (*slabs*) για την τοποθέτηση των κύβων αυτών και 12 πολύχρωμους κύβους (*catalog cubes*).

Ο Hinton χρησιμοποιεί την Μέθοδο Ανάμειξης Χρωμάτων της Ζωγραφικής: τα τρία βασικά χρώματα κόκκινο – κίτρινο – μπλε μπορούν να συνδυαστούν ανά δύο και να δώσουν άλλα τρία χρώματα το πορτοκαλί, το πράσινο και το ματζέντα, ενώ η ανάμειξη και των τριών χρωμάτων μας δίνει το καφέ χρώμα. Η προσθήκη λευκού ανεβάζει τον τόνο του χρώματος σε πιο ανοιχτή χροιά. Συνολικά προκύπτουν σημεία με δεκαέξι διαφορετικά χρώματα (εικ. 73).

Σημεία με ένα χρώμα:

1. Ουδέτερο (χωρίς χρώμα: αν προστεθεί σε άλλο χρώμα δεν το επηρεάζει)
2. Άσπρο
3. Κόκκινο
4. Κίτρινο
5. Μπλε

Σημεία με χρώμα που προκύπτει από την ανάμειξη δύο χρωμάτων:

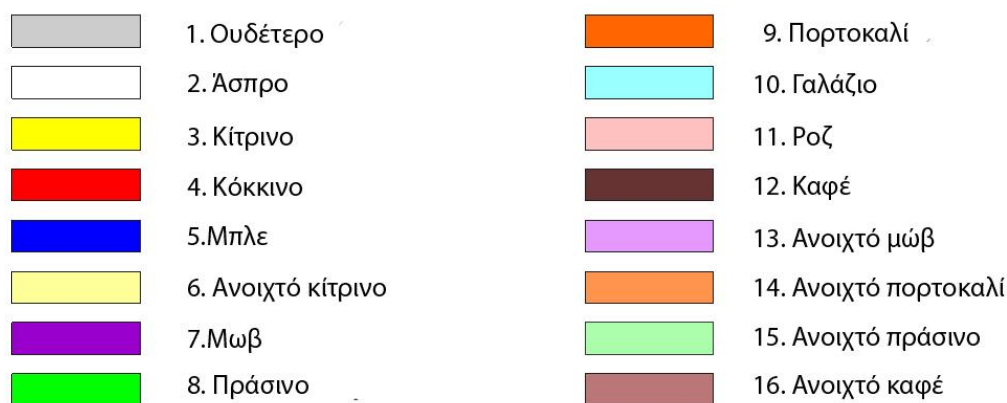
6. Ανοιχτό κίτρινο (Κίτρινο + Άσπρο)
7. Μωβ (Κόκκινο + Μπλε)
8. Πράσινο (Κίτρινο + Μπλε)
9. Πορτοκαλί (Κόκκινο + κίτρινο)
10. Γαλάζιο (Μπλε + Άσπρο)
11. Ροζ (Άσπρο + Κόκκινο)

Σημεία με χρώμα που προκύπτει από την ανάμειξη τριών χρωμάτων:

12. Καφέ (Κόκκινο + Κίτρινο + Μπλε)
13. Ανοιχτό Μωβ (Άσπρο + Κόκκινο + Μπλε)
14. Ανοιχτό Πορτοκαλί (Άσπρο + Κόκκινο + Κίτρινο)
15. Ανοιχτό Πράσινο (Άσπρο + Κίτρινο + Μπλε)

Σημεία με χρώμα που προκύπτει από την ανάμειξη τεσσάρων χρωμάτων:

16. Ανοιχτό καφέ (Άσπρο + Κίτρινο + Κόκκινο + Μπλε)



Εικόνα 73: Τα δεκαέξι χρώματα που χρησιμοποίησε ο Hinton στους κύβους του (πηγή: Traperas and Kanellopoulos 2018b).

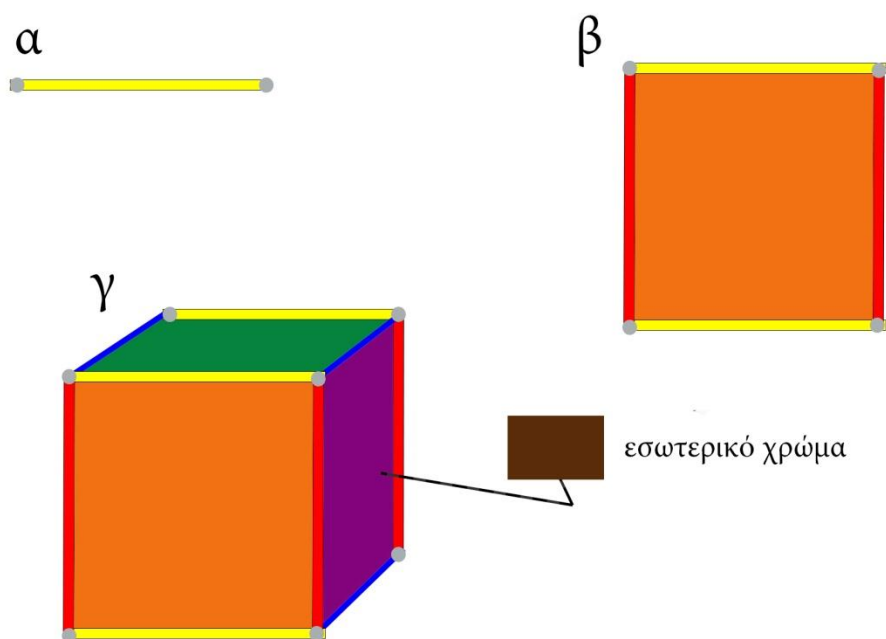
Αν ένα σημείο με ουδέτερο χρώμα κινηθεί σε μία διάσταση x κίτρινου χρώματος προκύπτει ένα ευθύγραμμο τμήμα. Ας υποθεθεί, ακόμη, ότι το σημείο στην κίνησή του αυτή, ξεκινάει και τελειώνει πάντα με το ίδιο χρώμα και ότι τα ενδιάμεσα σημεία παίρνουν το χρώμα της διάστασης που κινείται. Το αποτέλεσμα είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα με τα δύο άκρα του να έχουν ουδέτερο χρώμα και τα ενδιάμεσα να έχουν κίτρινο χρώμα (εικ.74α).

Αν το ευθύγραμμο τμήμα που προκύπτει κινηθεί στην κάθετη διάσταση y κόκκινου χρώματος, σε όλα τα σημεία του προστίθεται το κόκκινο χρώμα: τα άκρα που έχουν ουδέτερο χρώμα κατά την κίνησή τους δημιουργούν ένα ευθύγραμμο τμήμα που στην αρχή και στο τέλος έχει ουδέτερο χρώμα, ενώ ενδιάμεσα έχει κόκκινο χρώμα. Το κάθε σημείο κίτρινου χρώματος, αντίστοιχα, δημιουργεί ένα ευθύγραμμο τμήμα με κίτρινα άκρα και τα ενδιάμεσα σημεία με πορτοκαλί χρώμα (εικ. 73, ανάμειξη 9 [κίτρινο + κόκκινο]). Το τελικό αποτέλεσμα είναι το τετράγωνο της εικόνας 74β.

Τα σημεία του τετραγώνου που προκύπτει κινούνται στην κάθετη διάσταση z μπλε χρώματος. Η αρχή και το τέλος έχουν το ίδιο χρώμα, ενώ ενδιάμεσα προστίθεται το μπλε χρώμα της νέας διάστασης. Το αποτέλεσμα (εικ.74γ) είναι ένας κύβος που η «μπροστά» και η «πίσω» τετράγωνη πλευρά είναι ίδια με το παραπάνω τετράγωνο, όμως:

A. Τα σημεία του ουδέτερου χρώματος δημιουργούν ευθύγραμμα τμήματα με τα άκρα τους να έχουν ουδέτερο χρώμα, ενώ τα ενδιάμεσα να αποκτούν μπλε χρώμα.

B. Τα κίτρινα σημεία των ευθυγράμμων τμημάτων δημιουργούν τις «πάνω» και «κάτω» τετράγωνες πλευρές του κύβου που έχουν πράσινο χρώμα (κίτρινο + μπλε).



Εικόνα 74: Από το σημείο στον κύβο (πηγή: Traperas and Kanellopoulos 2018b).

Γ. Τα κόκκινα σημεία των ευθυγράμμων τμημάτων δημιουργούν τις «αριστερά» και «δεξιά» τετράγωνες πλευρές του κύβου που έχουν μωβ χρώμα (κόκκινο + μπλε).

Δ. Το εσωτερικό του κύβου προκύπτει από την κίνηση των πορτοκαλί σημείων του εσωτερικού του τετραγώνου στην καινούργια μπλε διάσταση. Το χρώμα που αποκτά είναι καφέ (πορτοκαλί + μπλε).

Στην συνέχεια ο κύβος αυτός κινείται υποθετικά, με βάση την ίδια λογική, στην κάθετη τέταρτη χωρική διάσταση ω που έχει άσπρο χρώμα και δημιουργεί έτσι έναν Υπερκύβο (εικ. 75).⁶⁵ Ο Υπερκύβος που προκύπτει έχει ως τριδιάστατες πλευρές οκτώ κύβους που τον ορίζουν στον Υπερχώρο. Οι οκτώ κύβοι είναι όμοιοι ανά δύο. Συγκεκριμένα, ο αρχικός κύβος κατά την κίνησή του στην άσπρη διάσταση δημιουργεί έναν τελικό κύβο που είναι όμοιος με τον αρχικό,

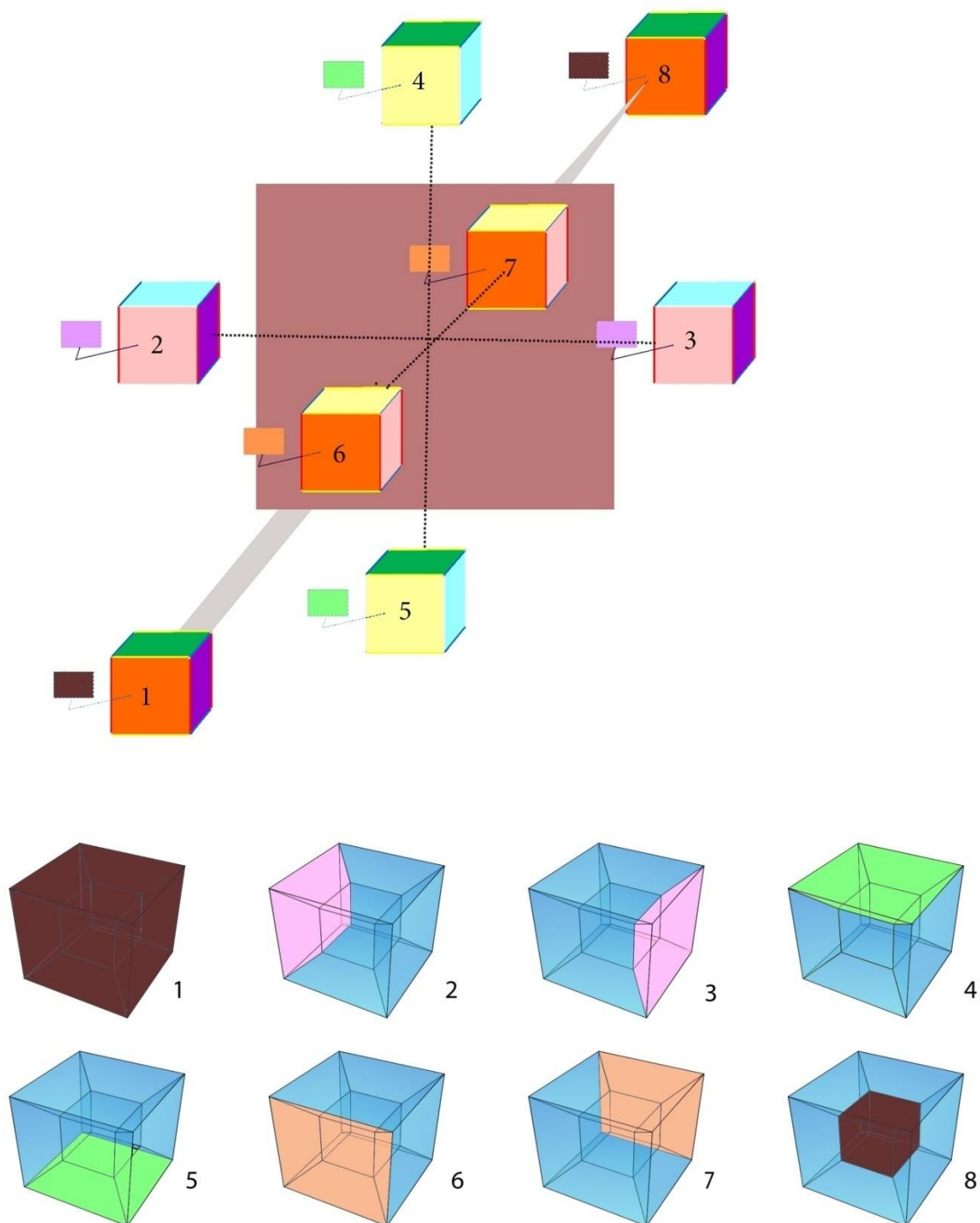
³ Η σειρά πρόσθεσης χρωμάτων που έχει ακολουθήσει ο Hinton στο βιβλίο του είναι διαφορετική, όμως θεωρήθηκε σκόπιμο να αφήσουμε ως τελευταία την «άσπρη» διάσταση γιατί μπορεί πιο εύκολα να γίνει αντιληπτή η πρόσθεση του άσπρου χρώματος σε σχέση με κάποιο άλλο χρώμα. Έτσι διευκολύνεται ο αναγνώστης να φανταστεί το τελευταίο στάδιο της κίνησης στην Τέταρτη Χωρική Διάσταση που είναι και το πιο δύσκολο.

ενώ κάθε μία από τις έξι τετράγωνες πλευρές του δημιουργεί έξι νέους κύβους, με την ίδια λογική που ο τριδιάστατος κύβος της εικόνας 74 προέκυψε από το αρχικό τετράγωνο.⁶⁶

- A. Τα σημεία του ουδέτερου χρώματος δημιουργούν ευθύγραμμα τμήματα με άκρα ουδέτερου χρώματος, ενώ τα εσωτερικά σημεία είναι άσπρα.
- B. Τα κίτρινα ευθύγραμμα τμήματα δημιουργούν τετράγωνα ανοιχτού κίτρινου χρώματος.
- Γ. Τα κόκκινα ευθύγραμμα τμήματα δημιουργούν τετράγωνα ροζ χρώματος.
- Δ. Τα μπλε ευθύγραμμα τμήματα δημιουργούν τετράγωνα γαλάζιου χρώματος.
- E. Τα πορτοκαλί τετράγωνα δημιουργούν κύβους με ανοιχτό πορτοκαλί εσωτερικό.
- Στ. Τα μωβ τετράγωνα δημιουργούν κύβους με ανοιχτό μωβ εσωτερικό.
- Z. Τα πράσινα τετράγωνα δημιουργούν κύβους με ανοιχτό πράσινο εσωτερικό.
- H. Τα καφέ σημεία που αποτελούν το εσωτερικό του τριδιάστατου κύβου δημιουργούνται εσωτερικό του Υπερκύβου με ανοιχτό καφέ χρώμα.

⁶⁶ Στο σχήμα της εικόνας 75 οι κύβοι αυτοί απεικονίζονται μέσα στον ίδιο Τριδιάστατο Χώρο, όμως στην πραγματικότητα δε συμβαίνει αυτό. Οι χώροι που προκύπτουν παίρνοντας ανά τρεις τις διαστάσεις (αλλά και τα χρώματα) είναι οι: xyz , $xz\omega$, $yz\omega$, $xy\omega$, οι οποίοι ανά δύο είναι κάθετοι μεταξύ τους με τον ανάλογο τρόπο όπως είναι κάθετα ανά δύο τα επίπεδα που ανήκουν οι πλευρές ενός απλού κύβου: xy , xz , yz . Οι τριδιάστατοι χώροι που ανήκουν οι κύβοι αυτοί είναι:

A) Παράλληλοι μεταξύ τους, αν οι κύβοι έχουν τα ίδια χρώματα.
B) Κάθετοι μεταξύ τους, αν οι κύβοι έχουν διαφορετικά χρώματα.



Εικόνα 75. Από τον κύβο στον Υπερκύβο (πηγή: Traperas and Kanelloroulos 2018b).

Επάνω: Δημιουργία του τετραδιάστατου Υπερκύβου με την κίνηση του τριδιάστατου κύβου στην τέταρτη (άσπρη) χωρική διάσταση (σχέδιο του συγγραφέα).

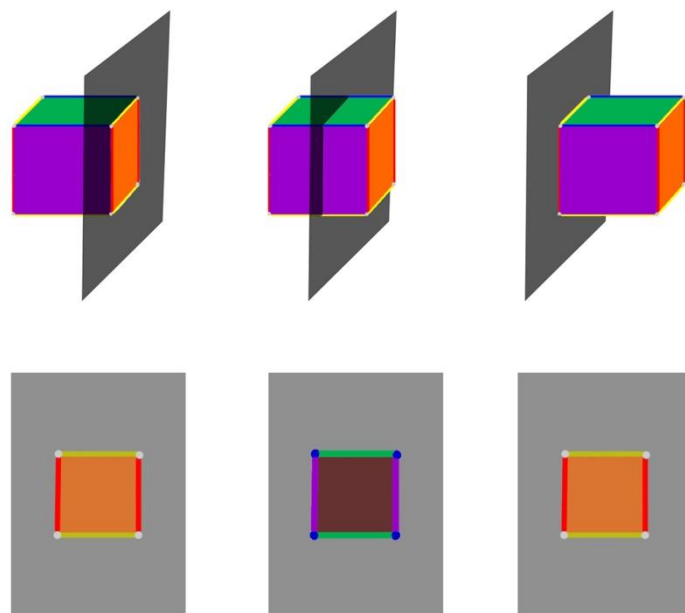
Κάτω: Οι οκτώ κύβοι της υπερ-επιφάνειας του τετραδιάστατου Υπερκύβου με το χρώμα του εσωτερικού τους, όπως προκύπτει μετά την κίνηση του τριδιάστατου κύβου στην τέταρτη χωρική διάσταση (σχέδιο του συγγραφέα).

7.2.1 Διέλευση Τριδιάστατου Κύβου μέσα από μια επιφάνεια

Ας υποθεθεί ότι ως διδιάστατα όντα βρισκόμαστε πάνω σε μια επιφάνεια και ότι ο κύβος με ακμές χρώματος κίτρινο, κόκκινο και μπλε (xyz), όπως προέκυψε με την παραπάνω διαδικασία (εικ. 74γ), διέρχεται μέσα από την επιφάνειά μας. Αν προσεγγίσει το επίπεδο με την πορτοκαλί πλευρά του παράλληλη στο επίπεδο μας, τότε το ίχνος του είναι (εικ. 76):

Α. Στην αρχή και στο τέλος της επαφής: ένα τετράγωνο όμοιο με την πλευρά αυτή, δηλαδή κορυφές ουδέτερου χρώματος, δύο απέναντι πλευρές κίτρινες και δύο κόκκινες, ενώ το εσωτερικό του είναι πορτοκαλί.

Β. Όσο ο κύβος διαπερνά το επίπεδο: το προηγούμενο τετράγωνο με τις κορυφές να αποκτούν μπλε χρώμα, τις κίτρινες πλευρές να αποκτούν πράσινο χρώμα, τις κόκκινες μωβ, ενώ το εσωτερικό του να αποκτά καφέ χρώμα.



Εικόνα 76: Διέλευση κύβου του Hinton μέσα από επίπεδο (πηγή: Traperas and Kanellopoulos 2018b).

Αν ο κύβος έρθει αρχικά σε επαφή με το επίπεδο με κάποια άλλη πλευρά του και πραγματοποιήσει την διέλευσή του μέσα από αυτό, προκύπτουν αντίστοιχα σχήματα. Γενικά, στο τετράγωνο που προκύπτει από την αρχική επαφή του κύβου με το επίπεδο, προστίθεται στο χρώμα όλων των σημείων του το χρώμα της διάστασης που απουσιάζει.⁶⁷

⁶⁷ Οι διαφορετικές περιπτώσεις που μπορούν να υπάρχουν είναι οι εξής:

α) Τετράγωνο με κίτρινες και μπλε πλευρές που διαφεύγει στην κόκκινη διάσταση.

7.2.2 Διέλευση Υπερκύβου μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο

Η διαδικασία αυτή μπορεί να επεκταθεί σε μία διάσταση παραπάνω, δηλαδή σε έναν Υπερκύβο που θα διέρχεται μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο.

Οι οκτώ παραπάνω κύβοι, που προέκυψαν ως πλευρές του Υπερκύβου, μπορούν να ακουμπάνε στον Τριδιάστατο Χώρο, όπως ακριβώς η πλευρά του τετραγώνου ακουμπάει σε ένα επίπεδο.

Η διέλευση του Υπερκύβου μέσα από τον χώρο έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία ίχνους με την μορφή κύβου (παρ. 3.2.2), με χρώματα που προκύπτουν αν στα αρχικά του χρώματα προστεθεί το χρώμα της διάστασης που λείπει.

Δηλαδή:

A. Αν ο κύβος έχει ακμές με κίτρινο, άσπρο και κόκκινο χρώμα, τότε σε όλα τα σημεία του προστίθεται το μπλε χρώμα.

B. Αν ο κύβος έχει ακμές με κίτρινο, μπλε και κόκκινο χρώμα, τότε σε όλα τα σημεία του προστίθεται το άσπρο χρώμα.

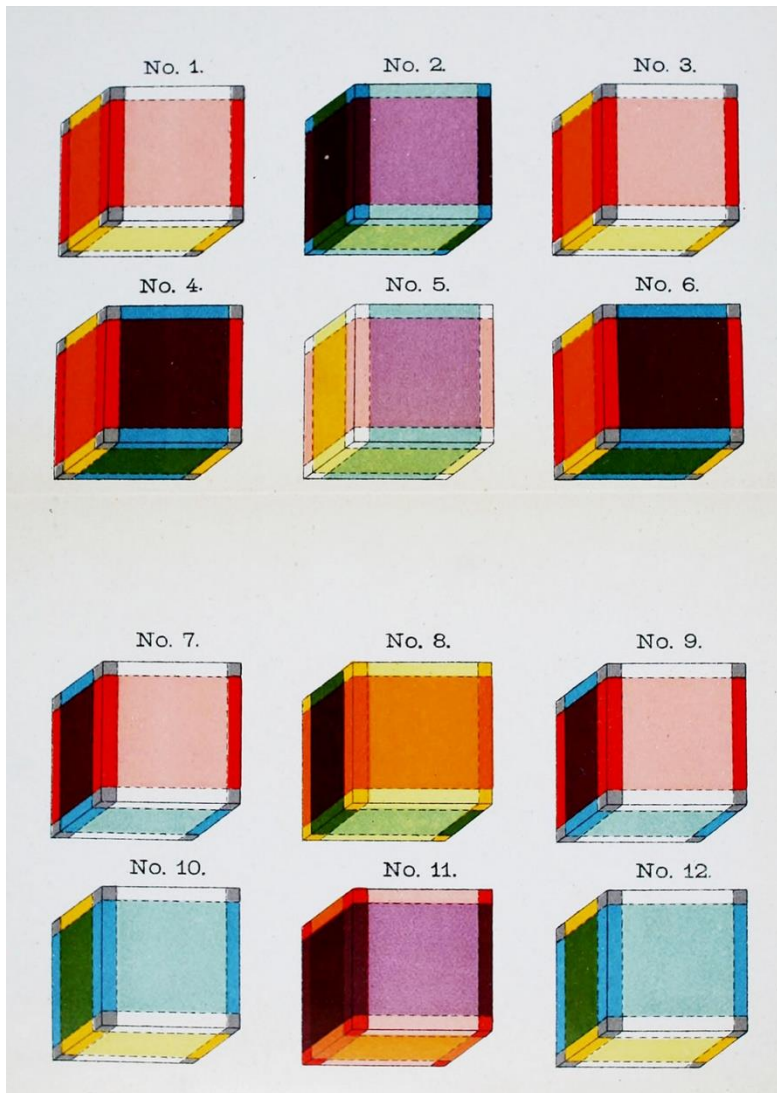
Γ. Αν έχει ακμές με μπλε, κόκκινο και άσπρο χρώμα, τότε σε όλα τα σημεία του προστίθεται το κίτρινο χρώμα.

Δ. Αν έχει ακμές με κίτρινο, άσπρο και μπλε χρώμα, τότε σε όλα τα σημεία του προστίθεται το κόκκινο χρώμα.

Στην εικόνα 77 υπάρχουν οι τέσσερις παραπάνω περιπτώσεις που αφορούν την διέλευση του Υπερκύβου μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο. Ο Υπερκύβος ξεκινάει την επαφή με τον Τριδιάστατο Χώρο με μία κυβική πλευρά του και καταλήγει στην απέναντι όμοια κυβική πλευρά του.

β) Τετράγωνο με κίτρινες και κόκκινες πλευρές που διαφεύγει στην μπλε διάσταση.

γ) Τετράγωνο με κόκκινες και μπλε πλευρές που διαφεύγει στην κίτρινη διάσταση.



Εικόνα 77: Hinton – *catalog cubes*: διέλευση του Υπερκύβου μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο (πηγή: Hinton 1906: Εμπροσθόφυλλο).

Με βάση τον Hinton, χρησιμοποιώντας αυτή την ακολουθία των κύβων και μοιράζοντας ίσους χρόνους παρατήρησης για κάθε κύβο ανά τριάδα (πχ. ένα δευτερόλεπτο για τον κύβο *No.1*, ένα δευτερόλεπτο για τον κύβο *No.2* και ένα δευτερόλεπτο για τον κύβο *No.3*) είναι δυνατόν, μετά από εξάσκηση, ο εγκέφαλος να αναγνωρίσει το υπερ-στερεό με βάση την πρόσθεση του χρώματος και τον χρόνο διέλευσης.

7.3 Οπτική αντίληψη της Υπερσφαίρας με βάση την Μέθοδο του Hinton

7.3.1 Διέλευση σφαίρας μέσα από επίπεδο

Έστω ότι υπάρχει μία τριδιάστατη σφαίρα που έρχεται σε επαφή με ένα διδιάστατο επίπεδο και το διαπερνά. Στην παράγραφο 3.2.2 αναφέρθηκε ότι κατά την διέλευσή της μέσα από το επίπεδο εμφανίζεται ένας κύκλος μηδενικής ακτίνας που αυξάνεται προοδευτικά σε κύκλο ακτίνας ίσης με την ακτίνα της σφαίρας και ύστερα μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί (εικ. 23).

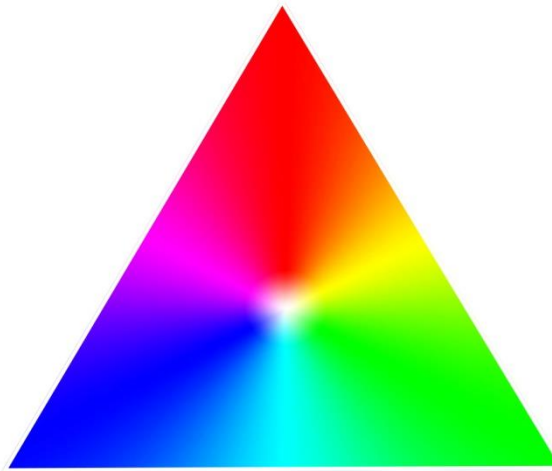
7.3.2 Χρωματισμός σημείων σφαίρας με βάση τις συντεταγμένες τους

Χρωματίζουμε όλα τα σημεία της σφαίρας με τα χρώματα της κάθε διάστασης, χρησιμοποιώντας την Προσθετική Μέθοδο της κλίμακας *RGB* (*Red, Green, Blue*) με τους κανόνες που καθορίζουν την ανάμειξή τους (εικ.78).⁶⁸

Αντιστοιχίζουμε την διάσταση *x* με το κόκκινο χρώμα, την διάσταση *y* με το πράσινο χρώμα και την διάσταση *z* με το μπλε χρώμα.

⁶⁸ Η Προσθετική Μέθοδος Ανάμειξης Χρωμάτων συμφωνεί με τον τρόπο δημιουργίας της χρωματικής αίσθησης από το αισθητήριο όργανο του ανθρώπου. Σύμφωνα με την Μέθοδο της Προσθετικής Ανάμειξης, κάθε χρώμα προκύπτει από το άθροισμα των ενεργειακών κατανομών των χρωμάτων που αναμειγνύονται. Υπάρχουν τρία βασικά χρώματα της προσθετικής μεθόδου, κόκκινο, πράσινο και μπλε, που συνδυάζονται ανά δύο για να δημιουργήσουν τα δευτερογενή χρώματα: κίτρινο (κόκκινο + πράσινο), κυανό (πράσινο + μπλε) και ματζέντα (κόκκινο + μπλε). Το πράσινο με το ματζέντα ή το μπλε με το κίτρινο και το κόκκινο με το κυανό, όταν αναμειγνύονται σε ίσες ποσότητες, δημιουργούν το λευκό. Αυτά ονομάζονται και συμπληρωματικά χρώματα. Λευκό δημιουργείται ακόμη από την ανάμειξη των τριών βασικών ή των τριών δευτερογενών χρωμάτων. Απουσία χρωμάτων έχει ως αποτέλεσμα το μαύρο (Αντωνιάδης κ.ά. 2002: 68).

Θεωρήθηκε σκόπιμο να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος αυτή και όχι αυτή που χρησιμοποίησε ο Hinton, γιατί είναι πιο εύκολη για τον χρωματισμό των σημείων με την βοήθεια διαφόρων εφαρμογών του ηλεκτρονικού υπολογιστή.

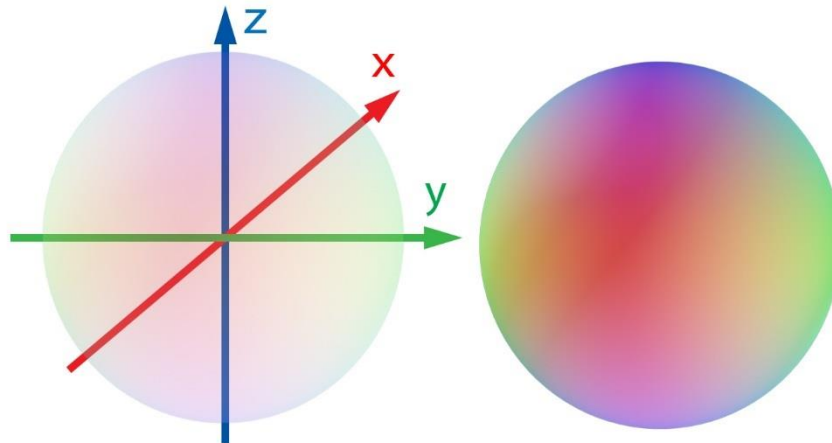


Εικόνα 78: Προσθετική Μέθοδος Ανάμειξης Χρωμάτων Κλίμακας *RGB* (πηγή: Traperas and Kanellopoulos 2018b).

Η ένταση καθενός από τα τρία χρώματα, κόκκινο, πράσινο και μπλε, σε κάθε σημείο της τριδιάστατης σφαίρας xyz ακτίνας r , καθορίζεται ανάλογα με τις συντεταγμένες του σημείου. Όσο μεγαλύτερη (κατά απόλυτη τιμή) είναι η τιμή της συντεταγμένης του x τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της έντασης του κόκκινου χρώματος. Η τιμή της συντεταγμένης y καθορίζει την ένταση στο πράσινο χρώμα και η τιμή της z στο μπλε χρώμα.⁶⁹

Το αποτέλεσμα είναι μια σφαίρα xyz που χωρίζεται σε έξι τμήματα, τα οποία ανά δύο (τα απέναντι) έχουν τα ίδια χρώματα: το «κόκκινο» τμήμα, το «πράσινο» τμήμα και το «μπλε» τμήμα (εικ. 79).

⁶⁹ Το απόλυτο κόκκινο (255,0,0) προκύπτει όταν η συντεταγμένη x είναι ίση με την ακτίνα r του κύκλου ενώ οι άλλες συντεταγμένες είναι μηδέν, το απόλυτο πράσινο (0,255,0) όταν $y=r$, $x=0$, $z=0$ και το απόλυτο μπλε (0,0,255) όταν $z=r$, $x=0$, $y=0$.

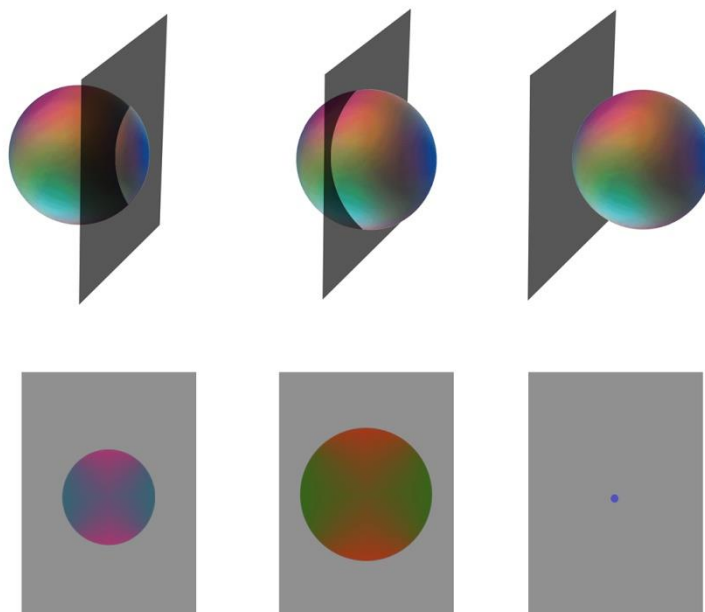


Εικόνα 79: Χρωματικός κώδικας για τους τρεις άξονες της σφαίρας και το τελικό αποτέλεσμα (πηγή: Traperas and Kanellopoulos 2018b).

7.3.3 Διέλευση σφαίρας *RGB* μέσα από επίπεδο

Κατά την διέλευση της σφαίρας xyz μέσα από ένα επίπεδο, όταν οι άξονες της x και y είναι παράλληλοι σε αυτό, παρατηρείται μία τομή σε σχήμα κύκλου μεταβλητής ακτίνας και χρώματος.

Όταν αρχικά η σφαίρα ακουμπάει το επίπεδο, το ίχνος της είναι ένα σημείο (κύκλος ακτίνας $r=0$) μπλε χρώματος. Προοδευτικά η ακτίνα μεγαλώνει και το μπλε χρώμα χάνει την έντασή του. Αριστερά και δεξιά εμφανίζεται προοδευτικά το κόκκινο χρώμα (άξονας x), ενώ πάνω και κάτω εμφανίζεται προοδευτικά το πράσινο χρώμα (άξονας y). Το κόκκινο και το πράσινο χρώμα φτάνουν στην μέγιστη ένταση όταν η ακτίνα του κύκλου γίνει ίση με αυτή της σφαίρας. Στο σημείο αυτό το μπλε χρώμα εκλείπει. Στην συνέχεια, αντίστροφα και συμμετρικά, η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι η σφαίρα να χάσει την επαφή με το επίπεδο. Το μπλε χρώμα εμφανίζεται συνολικά και σταδιακά μέχρι που ο κύκλος να γίνει σημείο, ενώ ταυτόχρονα το κόκκινο και πράσινο χρώμα μειώνονται μέχρι να εξαφανιστούν (εικ.80).



Εικόνα 80: Ήχος της τριδιάστατης σφαίρας κατά την διέλευσή της μέσα από ένα επίπεδο (πηγή: Traperas and Kanellopoulos 2018b).

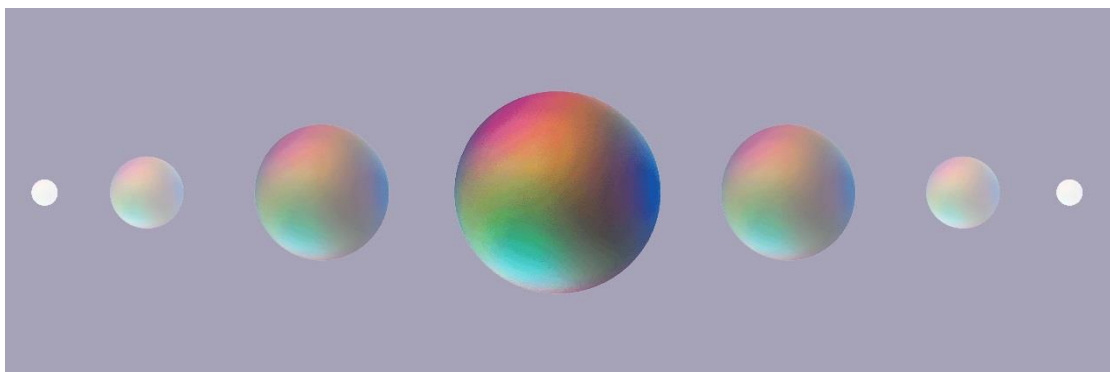
7.3.4 Διέλευση Υπερσφαίρας μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο

Στην Τέταρτη Χωρική Διάσταση, το σύνολο των σημείων που οι αποστάσεις τους απέχουν εξίσου από ένα άλλο σημείο, το οποίο ονομάζεται «κέντρο», ορίζουν, όπως έχει αναφερθεί, την Υπερσφαίρα (παρ. 3.1.2).

Αν χρωματίσουμε τα σημεία μιας Υπερσφαίρας αλλά και τα εσωτερικά της σημεία με τον ίδιο τρόπο όπως πριν (δηλαδή με κόκκινο για την x διάσταση, με πράσινο για την y διάσταση, με μπλε για την z διάσταση και επιπλέον με άσπρο για την ω διάσταση και με ένταση του χρώματος ανάλογη με την απόλυτη τιμή της αντίστοιχης συντεταγμένης) είναι δυνατόν, όπως και με τους κύβους του Hinton, να υπάρξει ένας τρόπος οπτικής αντίληψης της Υπερσφαίρας καθώς αυτή διέρχεται μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο.

Η Υπερσφαίρα μπορεί να συναντήσει τον Τριδιάστατο Χώρο με διάφορους προσανατολισμούς των αξόνων - χρωμάτων της. Ένας προσανατολισμός προσιτός στην αντίληψη μας είναι όταν η Υπερσφαίρα έρχεται σε επαφή με τους άξονες x , y , z (κόκκινο – πράσινο – μπλε) παράλληλους με τον χώρο μας, ενώ ο άξονας ω (άσπρος) να διαφεύγει στην τέταρτη χωρική διάσταση.

Αυτό που είναι αναμενόμενο, από την διέλευση της Υπερσφαίρας μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο μας, είναι να εμφανιστεί μία σχεδόν μηδενικής ακτίνας άσπρη σφαίρα, που όσο μεγαλώνει η ακτίνα της το άσπρο χάνει την έντασή του. Σταδιακά αυξάνεται η ένταση των χρωμάτων κόκκινο - πράσινο - μπλε που εμφανίζονται συμμετρικά σε έξι σημεία πάνω στην σφαίρα (τα αντιδιαμετρικά σημεία έχουν το ίδιο χρώμα). Όλα τα υπόλοιπα σημεία, εσωτερικά και της επιφάνειας της σφαίρας, χρωματίζονται ανάλογα με την (απόλυτη) τιμή της συντεταγμένης τους. Όταν φτάσει η σφαίρα να έχει ακτίνα ίση με την ακτίνα της Υπερσφαίρας το άσπρο χρώμα εκλείπει, ενώ τα υπόλοιπα έχουν την μέγιστη τιμή της έντασής τους. Με την αντίστροφη διαδικασία η σφαίρα καταλήγει, πριν εξαφανιστεί, σε ένα άσπρο σημείο (εικ.81).⁷⁰

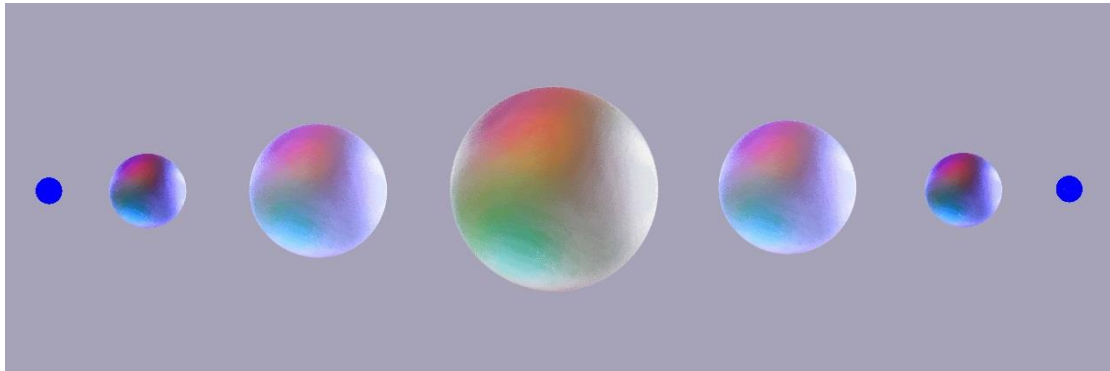


Εικόνα 81: Φάσεις της σφαίρας- ίχνους κατά την διέλευση της Υπερσφαίρας μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο (I). Όλες οι παραπάνω φάσεις δείχνουν την χρονική ακολουθία του συμβάντος και αντιστοιχούν στην ίδια θέση του χώρου (πηγή: Traperas and Kanellopoulos 2018b).

Κατά αντιστοιχία με τους κύβους του Hinton, υπάρχει η δυνατότητας διέλευσης της Υπερσφαίρας με άλλους τρεις τρόπους (τουλάχιστον αυτοί οι τρόποι εξετάζονται στην συγκεκριμένη φάση γιατί είναι πιο εύκολη η κατανόησή τους).

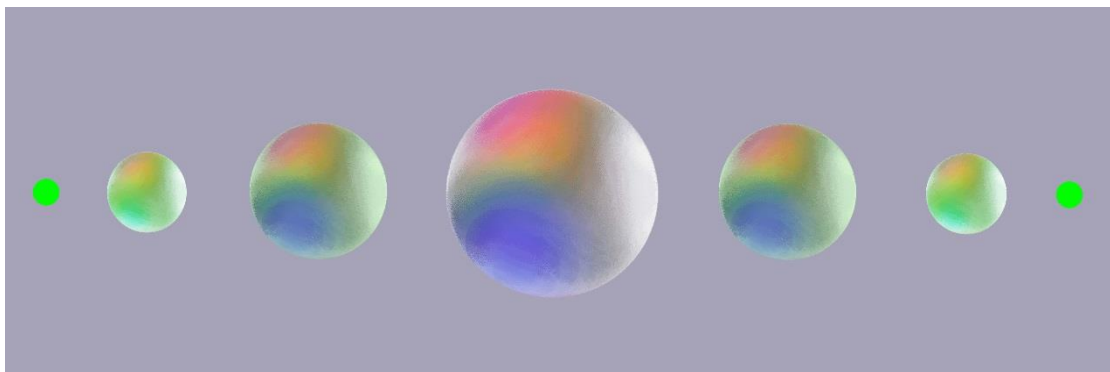
- Με τους άξονες x, y, ω παράλληλους με τους άξονες του τριδιάστατου χώρου και την διάσταση z (μπλε χρώματος) να διαφεύγει έξω από το χώρο (εικ. 82).

⁷⁰ Για συγκεκριμένη τιμή της θέσης, άρα και συντεταγμένης του άξονα ω , η σχέση $x^2 + y^2 + z^2 + \omega^2 = r^2$ δίνει την εξίσωση $x^2 + y^2 + z^2 = r^2 - \omega^2 = \text{σταθερό}$ που είναι η εξίσωση σφαίρας με ακτίνα $(r^2 - \omega^2)$. Η τιμή του ω καθορίζει λοιπόν και την τιμή του χρώματος και την τιμή της ακτίνας της σφαίρας που είναι το ίχνος της Υπερσφαίρας στον Τριδιάστατο Χώρο. Με αρχή και των τεσσάρων συντεταγμένων το κέντρο της Υπερσφαίρας, όταν ακουμπάει για πρώτη φορά τον χώρο μας, ισχύει $\omega = -r$ συνεπώς η ακτίνα της σφαίρας - ίχνους είναι μηδενική, το χρώμα είναι άσπρο, ενώ τα άλλα τρία χρώματα δεν υπάρχουν. Όσο το ω μειώνεται (κατά απόλυτη τιμή) καθώς το κέντρο της Υπερσφαίρας πλησιάζει τον χώρο μας, το άσπρο χρώμα μειώνεται, ενώ η ακτίνα της σφαίρας και τιμές των x, y, z αυξάνονται μαζί με την ένταση των αντίστοιχων χρωμάτων τους: κόκκινο, πράσινο, μπλε. Όταν το κέντρο της Υπερσφαίρας απομακρυνθεί από τον χώρο μας παρατηρείται συμμετρικά σταδιακή αύξηση του άσπρου χρώματος και μείωση των τριών άλλων χρωμάτων. Το χρώμα των εσωτερικών σημείων της σφαίρας καθορίζεται από τις αντίστοιχες τιμές των x, y, z, ω .



Εικόνα 82: Φάσεις της σφαίρας - ίχνους κατά την διέλευση της Υπερσφαίρας μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο (II). Όλες οι παραπάνω φάσεις δείχνουν την χρονική ακολουθία του συμβάντος και αντιστοιχούν στην ίδια θέση του χώρου (πηγή: Traperas and Kanelloropoulos 2018b).

- Με τους άξονες x, z, ω παράλληλους με τους άξονες του Τριδιάστατου Χώρου και την διάσταση y (πράσινου χρώματος) να διαφεύγει έξω από το χώρο (εικ. 83).



Εικόνα 83: Φάσεις της σφαίρας - ίχνους κατά την διέλευση της Υπερσφαίρας μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο (III). Όλες οι παραπάνω φάσεις δείχνουν την χρονική ακολουθία του συμβάντος και αντιστοιχούν στην ίδια θέση του χώρου (πηγή: Traperas and Kanelloropoulos 2018b).

- Με τους άξονες y, z, ω παράλληλους με τους άξονες του Τριδιάστατου Χώρου και την διάσταση x (κόκκινου χρώματος) να διαφεύγει έξω από το χώρο (εικ. 84).

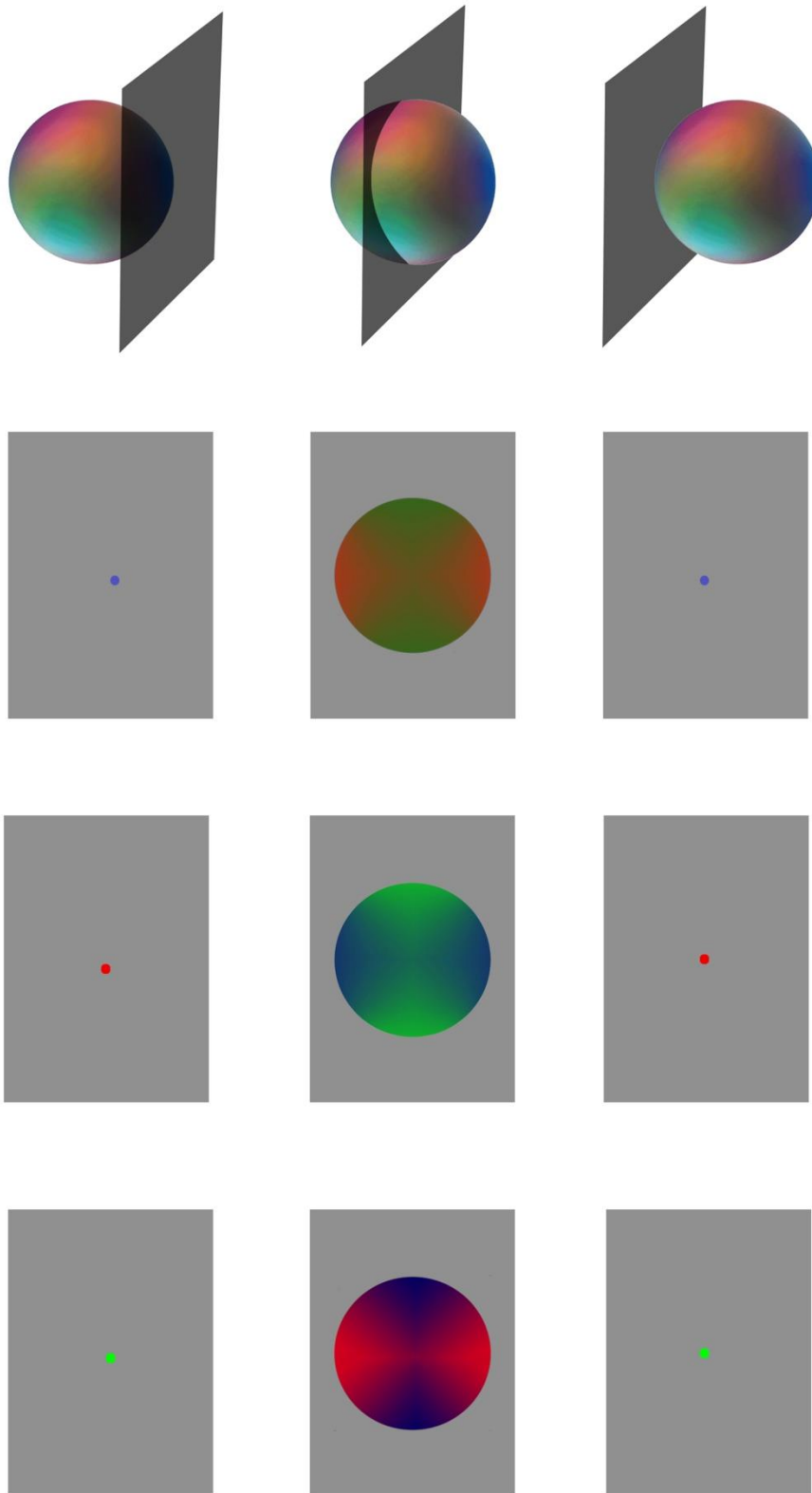


Εικόνα 84: Φάσεις της σφαίρας - ίχνους κατά την διέλευση της Υπερσφαίρας μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο (IV). Όλες οι παραπάνω φάσεις δείχνουν την χρονική ακολουθία του συμβάντος και αντιστοιχούν στην ίδια θέση του χώρου (πηγή: Traperas and Kanellopoulos 2018b).

Η Υπερσφαίρα, βέβαια, δεν έχει μόνο οκτώ όψεις να ορίζουν την τριδιάστατη επιφάνεια της, όπως ο Υπερκύβος που περιορίζεται στο εσωτερικό οκτώ κύβων. Είναι απόλυτα συμμετρική. Το μοντέλο αυτό μπορεί να επεκταθεί με μία σφαίρα που χρωματίζεται με ένα υβριδισμό των τεσσάρων χρωμάτων και διαστάσεων, όταν οι διαστάσεις της σφαίρας δεν είναι παράλληλες με τις διαστάσεις του τριδιάστατου χώρου όπου εισέρχεται και όταν διαφεύγει σε ένα χρώμα που δεν είναι ένα από τα τέσσερα χρώματα κόκκινο, πράσινο, μπλε και άσπρο. Όμως, δεν προτείνεται κάτι τέτοιο, αρχικά τουλάχιστον, μέχρι να αποκτηθεί κάποια ευχέρεια στον χειρισμό της Υπερσφαίρας ως προς τις τέσσερις διαστάσεις της.

7.4.1 Πρόταση διαδραστικής εφαρμογής απεικόνισης Υπερσφαίρας

Αρχικά ο χρήστης αποκτά κάποια εξοικείωση με την τομή της Τριδιάστατης Σφαίρας τριών χρωμάτων (κόκκινο – πράσινο – μπλε) με ένα επίπεδο από την παράλληλη οπτική του ίχνους, δηλαδή του κύκλου που αποτελεί την τομή της.



Εικόνα 85: Ίχνος τριδιάστατης σφαίρας τριών χρωμάτων (κόκκινο – πράσινο – μπλε) κατά την διέλευση της μέσα από ένα επίπεδο (πηγή: Traperas and Kanelloroulos 2018b).

Η διέλευση της σφαίρας πραγματοποιείται με έναν άξονα - χρώμα της να είναι κάθετο στο επίπεδο αυτό, ενώ οι άλλοι δύο άξονες - χρώματα να είναι παράλληλοι σε αυτό. Έτσι διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις (εικ. 85):

- Διέλευση της σφαίρας με τον μπλε άξονα κάθετο στο επίπεδο.
- Διέλευσης της σφαίρας με τον κόκκινο άξονα κάθετο στο επίπεδο.
- Διέλευσης της σφαίρας με το πράσινο άξονα κάθετο στο επίπεδο.

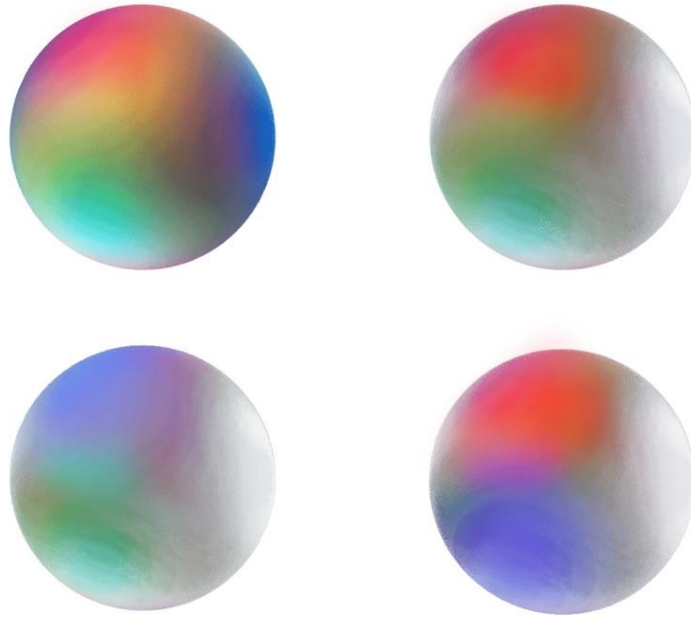
Έτσι γίνεται η νοητική σύνδεση του διδιάστατου σχήματος - κύκλου με το τριδιάστατο αντικείμενο - σφαίρα.

Αντίστοιχα η εξοικείωση του χρήστη με την τετραδιάστατη Υπερσφαίρα αφορά την δυνατότητα διέλευσης της από τον Τριδιάστατο Χώρο, μικραίνοντας και μεγαλώνοντας την ακτίνα της με ταυτόχρονη σταδιακή αύξηση ή μείωση του χρώματος της διάστασης που εμφανίζεται. Διακρίνουμε τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις :

- Διέλευση της Υπερσφαίρας με τον άσπρο άξονα κάθετο στον Τριδιάστατο Χώρο (εικ.81).
- Διέλευση της Υπερσφαίρας με τον μπλε άξονα κάθετο στον Τριδιάστατο Χώρο (εικ.82).
- Διέλευση της Υπερσφαίρας με τον πράσινο άξονα κάθετο στον Τριδιάστατο Χώρο (εικ.83).
- Διέλευση της Υπερσφαίρας με τον κόκκινο άξονα κάθετο στον Τριδιάστατο Χώρο (εικ.84).

Επιπλέον ο χρήστης έχει τη δυνατότητα περιστροφής της Υπερσφαίρας στον τετραδιάστατο χώρο αλλάζοντας τους άξονες της που βρίσκονται στον Τριδιάστατο Χώρο, άρα και τα χρώματα που εμφανίζονται στην σφαίρα – ίχνος (εικ. 86).⁷¹

⁷¹ Στην Υπερσφαίρα η περιστροφή γίνεται ως προς ένα άξονα - χρώμα (όπως μπορεί να γίνει στον κύκλο και στην σφαίρα). Κατά την περιστροφή αυτή το χρώμα του άξονα παραμένει σταθερό, ενώ τα άλλα δύο χρώματα της τριδιάστατης σφαίρας μεταβάλλονται. Ανάλογα με τον τρόπο που περιστρέφεται η Υπερσφαίρα το ένα από τα υπόλοιπα χρώματα παίρνει την θέση του άλλου, ενώ αυτό που τείνει να εκλείψει αντικαθίσταται με το χρώμα της διάστασης που έλλειπε αρχικά. Η μεταβολή των χρωμάτων γίνεται σταδιακά καθώς το αρχικό χρώμα ελαττώνεται και αντικαθίσταται ομοιόμορφα από το νέο χρώμα, μέχρι η σφαίρα να αποκτήσει ξανά συνολικά τρία χρώματα από τα κόκκινο, πράσινο, μπλε και άσπρο. Υπάρχει και η δυνατότητα περιστροφής της Υπερσφαίρας και ως προς το επίπεδο (Hinton 1906: 216) που όμως ξεφεύγει από τον σκοπό της προτεινόμενης μεθόδου λόγω αυξημένης δυσκολίας στην κατανόηση.



Εικόνα 86: Οι τέσσερις διαφορετικές σφαίρες – τομές της Υπερσφαίρας με τον Τριδιάστατο Χώρο που προκύπτουν από την περιστροφή της στον τετραδιάστατο χώρο (πηγή: Traperas and Kanelloroulos 2018b).

Με τον τρόπο αυτό πιθανόν να είναι δυνατή η νοητική σύνδεση του τριδιάστατου αντικειμένου - σφαίρα με το τετραδιάστατο υπερ-αντικείμενο, την Υπερσφαίρα.

7.4.2 Σχεδιασμός της διαδραστικής εφαρμογής απεικόνισης της Υπερσφαίρας

Για την απεικόνιση της Υπερσφαίρας με την Μέθοδο Hinton αρχικά χρησιμοποιούμε το λογισμικό δημιουργίας τριδιάστατων γραφικών *Autodesk 3ds max* (έκδοση 2014) για την δημιουργία των βίντεο των διελεύσεων της τριδιάστατης σφαίρας από το επίπεδο και της τετραδιάστατης Υπερσφαίρας από τον Τριδιάστατο Χώρο. Στη συνέχεια, για την δυνατότητα διάδρασης του χρήστη, χρησιμοποιούμε το λογισμικό *Processing* (έκδοση 3.3.3)⁷².

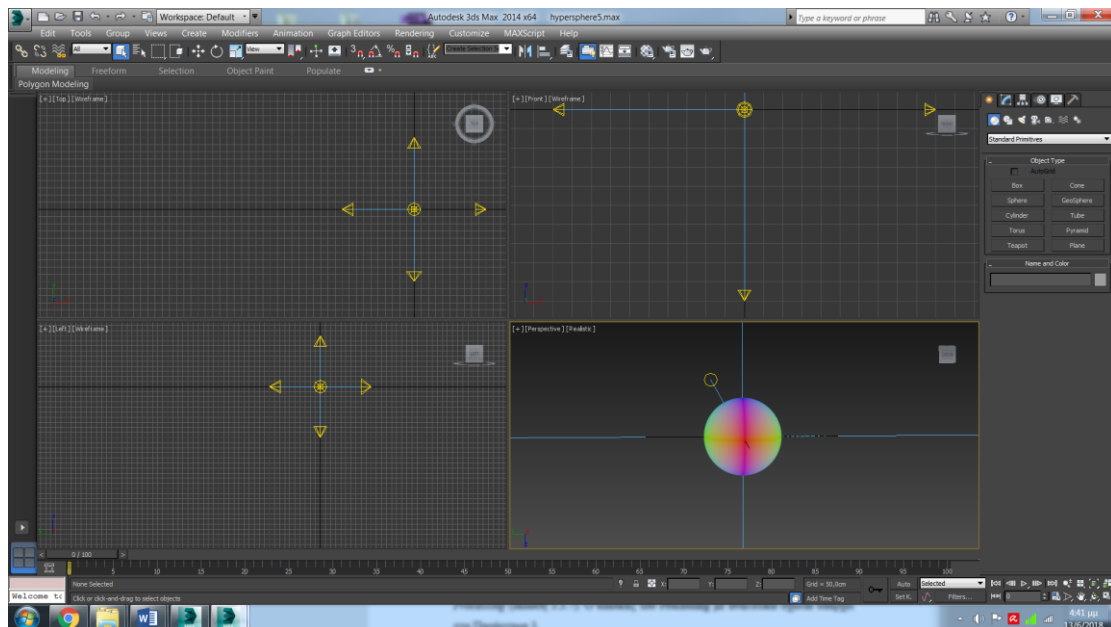
⁷² Το ίδιο λογισμικό χρησιμοποιήθηκε και για την προσομοίωση του Ακουστικού Υπερχώρου (παρ. 5.6.1).

7.4.2.1 Δημιουργία των βίντεο των διελεύσεων της Τριδιάστατης Σφαίρας από το επίπεδο

Αρχικός στόχος είναι η δημιουργία της τρίχρωμης *RGB* σφαίρας (κόκκινη - πράσινη - μπλε) με τις ιδιότητες που περιγράφονται στην παράγραφο 7.3.

Για τον χρωματισμό των σημείων της σφαίρας με βάση τις συντεταγμένες τους προτείνουμε τη χρήση φωτισμού από εικονικούς προβολείς φωτός που βρίσκονται σε κατάλληλες θέσεις στο χώρο σε σχέση με τη σφαίρα.

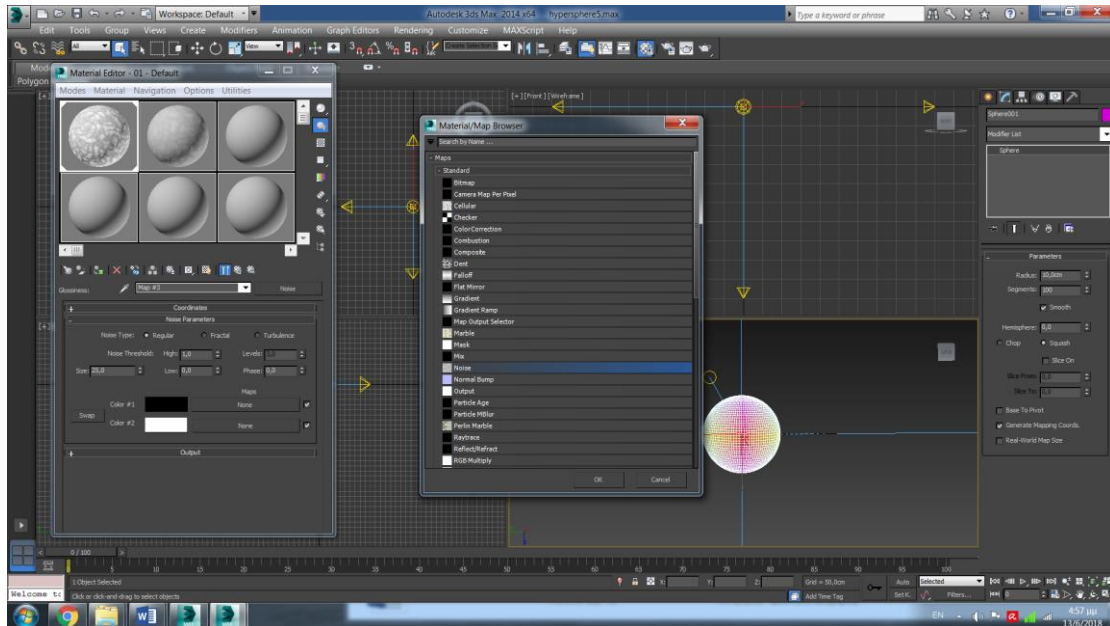
Ως πρώτο βήμα, δημιουργούμε το αντικείμενο της σφαίρας από το *Create > Standard Primitives > Sphere*. Από το *Modify* ορίζουμε μια τιμή για την ακτίνα της σφαίρας και έναν αριθμό από *Segments*, ώστε να έχουμε μια ικανοποιητική λεία επιφάνεια.



Εικόνα 87: Δημιουργία τρίχρωμης *RGB* σφαίρας (στιγμιότυπο από το *Autodesk 3ds max*).

Δεύτερο βήμα είναι η δημιουργία έξι προβολέων φωτός *Spotlights* από το *Create > Lights > Standard Lights > Target Spotlight*. Τα έξι αυτά φώτα βρίσκονται ανά δύο πάνω στους άξονες *x,y,z* της σφαίρας και σε συμμετρικές θέσεις ως προς το κέντρο της. Τα φώτα στις συμμετρικές θέσεις έχουν το ίδιο χρώμα. Έτσι έχουμε δύο φώτα κόκκινου χρώματος στον άξονα *x* (ένα στον ημιάξονα *Ox* και ένα στον ημιάξονα *Ox'*) και αντίστοιχα δύο πράσινου χρώματος στον άξονα *y* και δύο μπλε χρώματος στον άξονα *z*. Η επιλογή του χρώματος γίνεται στις επιλογές του *Modify* στο *Intensity/Color/Attenuation* (εικ.87).

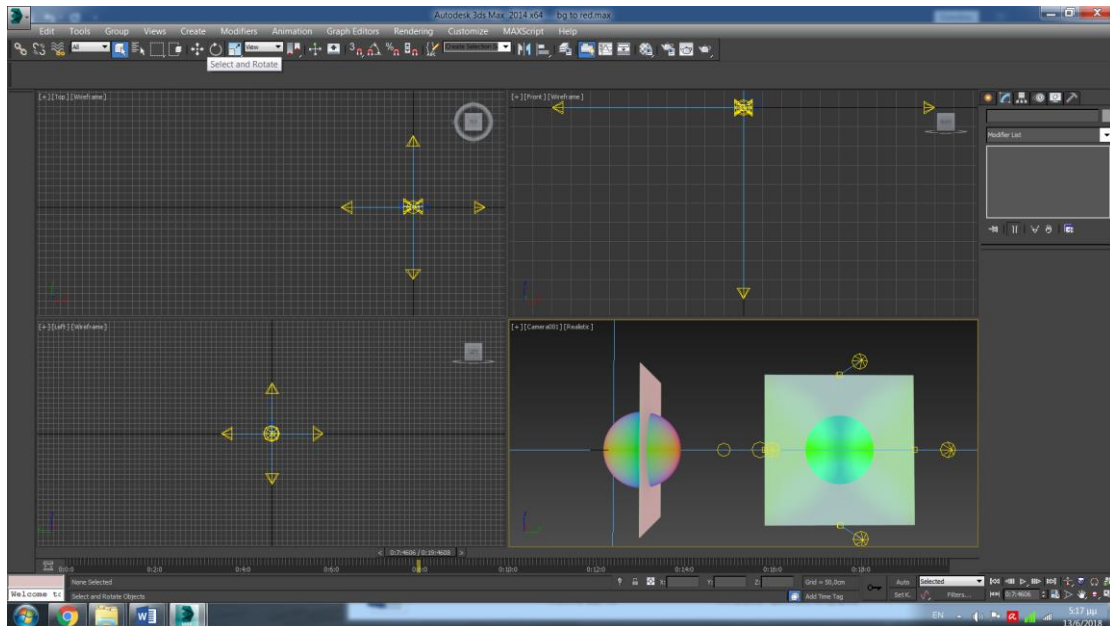
Για την ομοιόμορφη διασπορά και ανάμειξη των χρωμάτων πάνω στην επιφάνεια της σφαίρας επιλέγουμε από το *Material Editor* το *Noise* (εικ.88).



Εικόνα 88: Ρυθμίσεις υφής υλικού τρίχρωμης RGB σφαίρας (στιγμιότυπο από το Autodesk 3ds max).

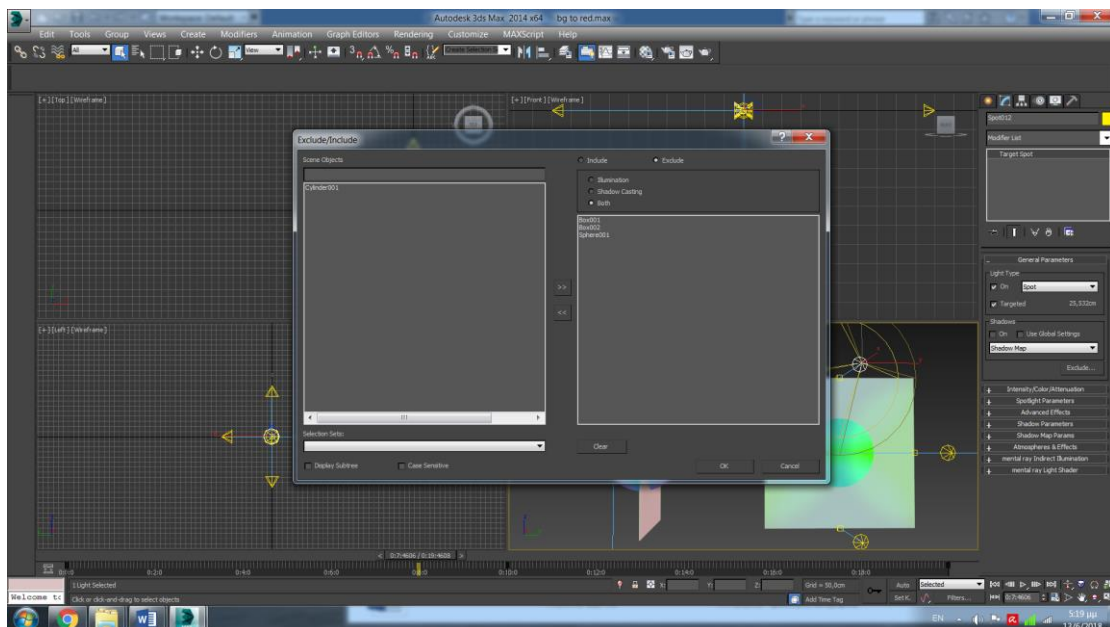
Για να δημιουργήσουμε τη διέλευση της τριδιάστατης σφαίρας μέσα από το επίπεδο και την παράλληλη απεικόνιση του ίχνους διέλευσής της, επιλέγουμε το *Create > Standard Primitives > Box* και κατασκευάζουμε δύο επίπεδα (που ουσιαστικά είναι παραλληλεπίπεδα πολύ μικρού πάχους). Από το ένα επίπεδο διέρχεται η τρίχρωμη σφαίρα, ενώ στο δεύτερο αποτυπώνεται το ίχνος διέλευσής της.

Για τη δημιουργία του ίχνους διέλευσης πάνω στο επίπεδο κατασκευάζουμε από το *Create > Standard Primitives > Cylinder* έναν κύκλο (που ουσιαστικά είναι κύλινδρος πολύ μικρού πάχους). Ο κύκλος φωτίζεται σε κάθε όψη του από τέσσερις προβολείς (ένας σε κάθε ημιάξονα του κύκλου). Άρα συνολικά υπάρχουν οκτώ προβολείς, τέσσερις για κάθε όψη του κύκλου. Οι προβολείς που ανήκουν στον ίδιο άξονα είναι του ίδιου χρώματος (εικ.89).



Εικόνα 89: Απεικόνιση διέλευσης της τριδιάστατης σφαίρας μέσα από το επίπεδο και της παράλληλης απεικόνισης του ίχνους διέλευσης της (στιγμιότυπο από το *Autodesk 3ds max*).

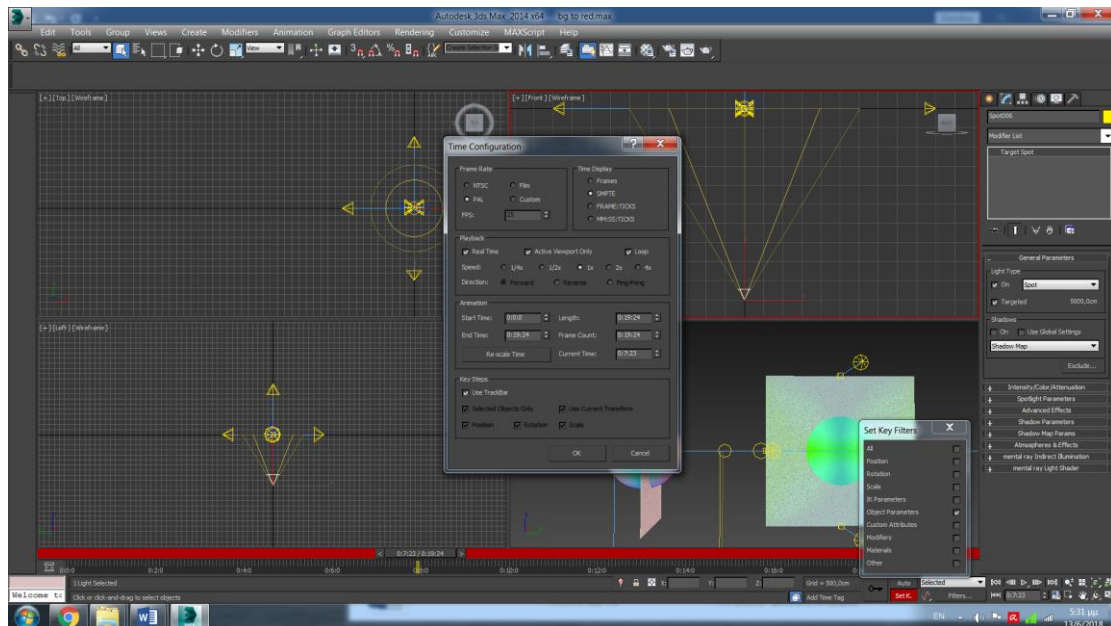
Από την εντολή *Exclude* μπορούμε να αποκλείσουμε σε κάθε προβολέα τα αντικείμενα που δεν πρέπει να φωτίζει, εμποδίζοντας έτσι τους προβολείς της σφαίρας και του κύκλου να επηρεάζουν το χρώμα των άλλων αντικειμένων (εικ.90).



Εικόνα 90: Χρήση εντολής *exclude* για τους προβολείς (στιγμιότυπο από το *Autodesk 3ds max*).

Για τη δημιουργία των φάσεων διέλευσης της σφαίρας μέσα από το επίπεδο (*animation*) ενεργοποιούμε το *Toggle Set Key Mode*.

Από το *Filters* επιλέγουμε το *Object Parameters*, ενώ από το *Time Configuration* επιλέγουμε στο *Frame Rate* το *PAL*, στο *Time Display* το *SMPTE* και ορίζουμε το χρόνο που διαρκεί το *animation* (εικ.91).



Εικόνα 91: Ρυθμίσεις για τη δημιουργία του *animation* (στιγμιότυπο από το *Autodesk 3ds max*).

Μετακινούμε τη μπάρα στην κόκκινη γραμμή και μεταβάλλουμε τις παραμέτρους των αντικειμένων, αφού πρώτα τα επιλέξουμε πατώντας με τον αριστερό διακόπτη του ποντικιού πάνω τους. Οι θέσεις που ορίζουμε τις μεταβολές βρίσκονται στην αρχή, στη μέση και στο τέλος του *animation*. Μετά από κάθε επιθυμητή αλλαγή την επικυρώνουμε πατώντας τον αριστερό διακόπτη του ποντικιού πάνω στο τετράγωνο κουμπί με το κλειδί (*Set Keys*). Οι μεταβολές που ορίζουμε είναι οι εξής:

- Επιλέγουμε τη σφαίρα και την μετακινούμε, ώστε να διέλθει ολόκληρη μέσα από το επίπεδο κατά τη συνολική διάρκεια του *animation*.
- Επιλέγουμε τον κύκλο και μεταβάλλουμε την ακτίνα του από μηδέν στην αρχή, σε μια μέγιστη τιμή στη μέση και ξανά σε μηδενική στο τέλος.
- Επιλέγουμε τους προβολείς που φωτίζουν τον κύκλο και μεταβάλλουμε τα χρώματά τους ανάλογα με τη θέση διέλευσης της σφαίρας. Έτσι, με βάση τη θέση της σφαίρας στην εικόνα 89 που διέρχεται με τον κόκκινο άξονα κάθετο στο επίπεδο, αρχικά όλοι οι προβολείς είναι κόκκινοι, στη μέση οι πάνω και κάτω προβολείς μετατρέπονται σε μπλε, ενώ οι δεξιοί και αριστεροί σε πράσινοι, και στο τέλος τους επαναφέρουμε σε κόκκινους.

Για τη δημιουργία βίντεο από το *animation* που δημιουργήσαμε με την μορφή διαδοχικών εικόνων με κατάληξη *png*, επιλέγουμε το *Render Setup*: στο *Time Output* επιλέγουμε το *Active Time Segment*, στο *Output Size* το *HDTV* (βίντεο) και στο *Render Output* δημιουργούμε τον φάκελο που αποθηκεύονται.

Από τις εικόνες αυτές δημιουργούμε ένα βίντεο με τη βοήθεια ενός λογισμικού όπως το *Adobe Premiere*. Για να δημιουργήσουμε διάδραση μέσω του λογισμικού *Processing* θα πρέπει τα αρχεία βίντεο να έχουν κατάληξη *mov*. Επειδή το λογισμικό *Adobe Premiere* δεν δημιουργεί βίντεο με κατάληξη *mov* θα χρειαστούμε ένα λογισμικό μετατροπής βίντεο (κάτι που υπάρχει η δυνατότητα να γίνει και από διάφορες ιστοσελίδες στο διαδίκτυο με αποστολή και λήψη αρχείου βίντεο).

Παρόμοια διαδικασία ακολουθούμε για τη διέλευση της τρίχρωμης σφαίρας μέσα από το επίπεδο με τον μπλε άξονα κάθετο σε αυτό καθώς και με τον πράσινο άξονα κάθετο σε αυτό. Με τον τρόπο αυτό δημιουργούμε τρία βίντεο για να τα εισάγουμε στο *Processing*.

7.4.2.2 Δημιουργία των βίντεο των διελεύσεων της Τετραδιάστατης Υπερσφαίρας από τον Τριδιάστατο Χώρο

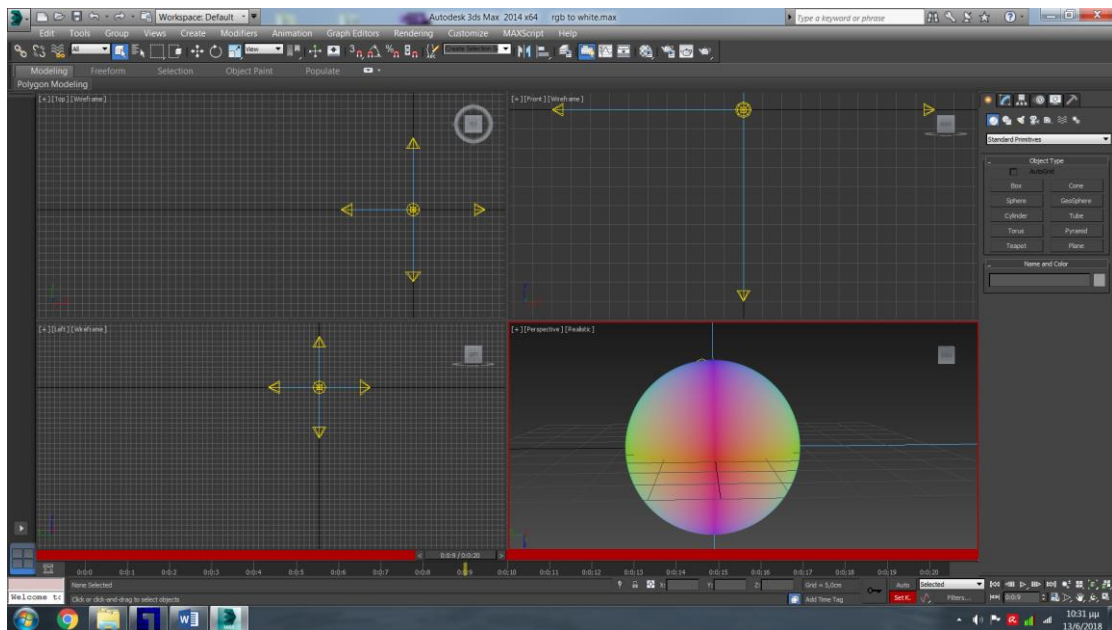
Η διαδικασία που ακολουθούμε για την απεικόνιση της τριδιάστατης σφαίρας που αντιστοιχεί στο ίχνος διέλευσης της τετραδιάστατης Υπερσφαίρας από τον Τριδιάστατο Χώρο έχει παρόμοια λογική με αυτή που ακολουθήσαμε στην προηγούμενη παράγραφο.

Όμως, στην συγκεκριμένη περίπτωση δεν υπάρχει άλλο αντικείμενο εκτός από την τρίχρωμη *RGB* σφαίρα (κόκκινη, πράσινη, μπλε) που δημιουργήσαμε αρχικά, δηλαδή η σφαίρα μαζί με τους έξι προβολείς που την φωτίζουν. Όπως περιγράψαμε και στην παράγραφο 7.3 το ίχνος διέλευσης περιμένουμε να είναι μια τριδιάστατη σφαίρα που η τιμή της ακτίνας της μεταβάλλεται από το μηδέν, σε μια μέγιστη τιμή και μετά μηδενίζεται ξανά. Αφού η Υπερσφαίρα διέρχεται με τον άσπρο άξονά της κάθετο στον Τριδιάστατο Χώρο, όταν εμφανίζεται θα έχει άσπρο χρώμα μετά θα μεταβάλλεται σε τρίχρωμη *RGB* σφαίρα και προοδευτικά θα γίνεται ξανά άσπρη μέχρι να εξαφανιστεί.

Για τη δημιουργία των φάσεων διέλευσης της σφαίρας μέσα από το επίπεδο (*animation*) ενεργοποιούμε το *Toggle Set Key Mode*. Οι ρυθμίσεις που κάνουμε είναι ίδιες με την προηγούμενη παράγραφο. Και σε αυτήν την περίπτωση οι θέσεις που ορίζουμε τις μεταβολές

βρίσκονται στην αρχή, στη μέση και στο τέλος του *animation*. Οι μεταβολές που ορίζουμε είναι οι εξής (εικ.92):

- Στην τριδιάστατη σφαίρα μεταβάλλουμε την τιμή της ακτίνας από μηδέν αρχικά, σε μια μέγιστη τιμή στη μέση και ξανά σε μηδενική στο τέλος.
- Επιλέγουμε τους προβολείς που φωτίζουν την σφαίρα. Αρχικά ορίζουμε το χρώμα τους σε άσπρο, στη μέση μεταβάλλουμε το χρώμα τους για να προκύψει η τρίχρωμη *RGB* σφαίρα, ενώ στο τέλος επαναφέρουμε το χρώμα τους σε άσπρο.



Εικόνα 92: Απεικόνιση διέλευσης της τετραδιάστατης Υπερσφαίρας μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο (στιγμιότυπο από το *Autodesk 3ds max*).

Δημιουργούμε με αυτόν τον τρόπο το βίντεο με κατάληξη *mon* για να το χρησιμοποιήσουμε στο *Processing*.

Με τον ίδιο τρόπο δημιουργούμε άλλα τρία βίντεο για τη διέλευση της Υπερσφαίρας μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο διαδοχικά με τον κόκκινο, πράσινο και μπλε άξονα κάθετο σε αυτό.

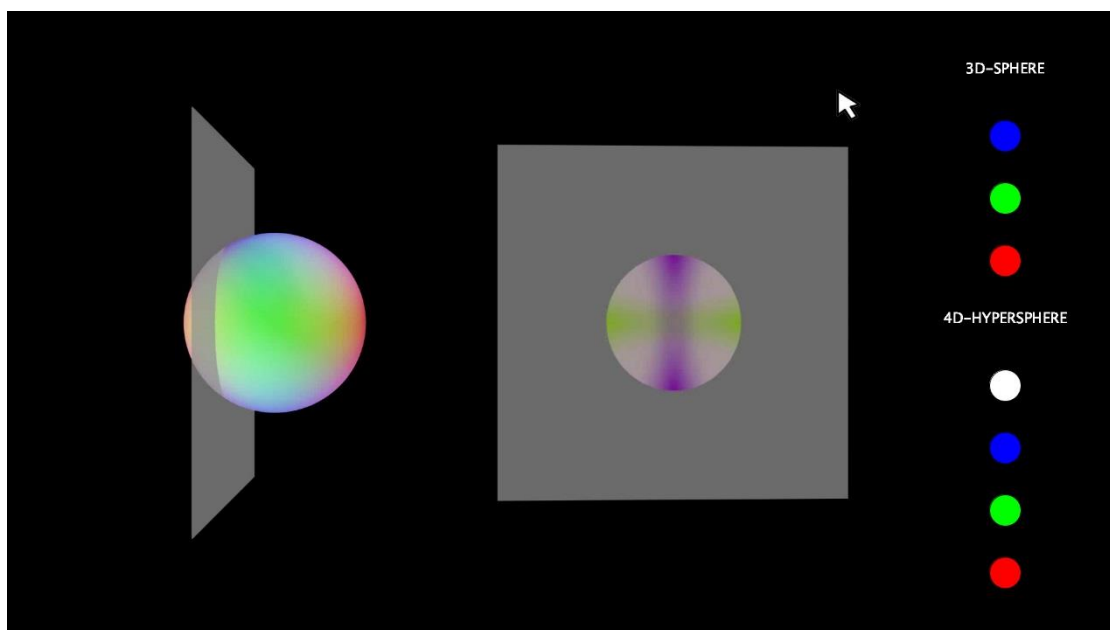
7.4.2.3 Διάδραση του χρήστη με την Σφαίρα και την Υπερσφαίρα μέσω του λογισμικού *Processing*.

Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει την διάδρασή του με την σφαίρα ή την Υπερσφαίρα πατώντας τον αριστερό διακόπτη του ποντικιού πάνω στα κουμπιά διάδρασης

που βρίσκονται σε κατακόρυφη στοίχιση στη δεξιά πλευρά του παραθύρου διάδρασης, ενεργοποιώντας έτσι το αντίστοιχο βίντεο.

Ο αριθμός των κουμπιών διάδρασης είναι επτά, από τα οποία τα τρία αφορούν την διέλευση της τριδιάστατης σφαίρας από το επίπεδο με αντίστοιχα τον κόκκινο, πράσινο και μπλε άξονα κάθετο σε αυτό, ενώ τα υπόλοιπα τέσσερα αφορούν την διέλευση της τετραδιάστατης Υπερσφαίρας από τον Τριδιάστατο Χώρο με αντίστοιχα τον άσπρο, κόκκινο, πράσινο και μπλε άξονα κάθετο σε αυτόν.

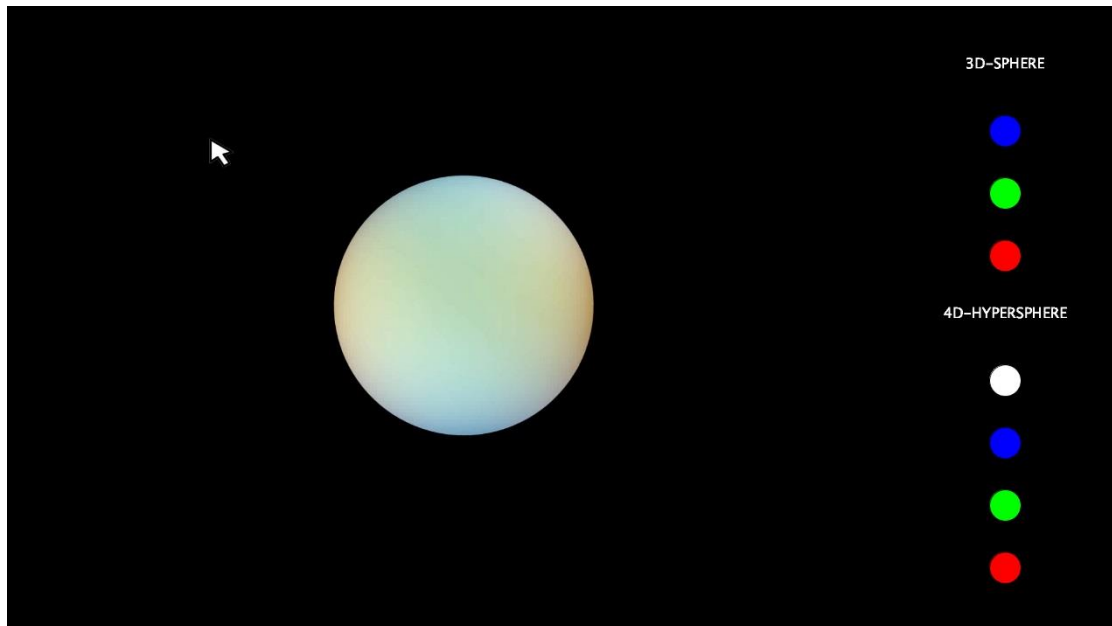
Ο χρήστης κινώντας τον δείκτη του ποντικιού δεξιά – αριστερά στο παράθυρο εκτέλεσης μπορεί να επηρεάσει την θέση στην αναπαραγωγή του βίντεο πετυχαίνοντας έτσι τον πλήρη έλεγχο στις φάσεις διέλευσης της σφαίρας ή της Υπερσφαίρας (εικ. 93 και 94).



Εικόνα 93: Διάδραση του χρήστη με την τριδιάστατη σφαίρα στο παράθυρο εκτέλεσης του *Processing* (εικόνα από την διαδραστική εφαρμογή του συγγραφέα).

Επιπλέον, πατώντας οποιοδήποτε κουμπί από το πληκτρολόγιο ενεργοποιείται ένα βίντεο που περιλαμβάνει τέσσερις τετραδιάστατες περιστροφές της Υπερσφαίρας (μετατροπές της τρίχρωμης σφαίρας από *RGB* (κόκκινη, πράσινη, μπλε) σε *RBW* (κόκκινη, μπλε, άσπρη) σε *GBW* (πράσινη, μπλε, άσπρη) και τέλος σε *RGW* (κόκκινη, πράσινη, άσπρη)), με αντίστοιχη ημιδιέλευσή της από το Τριδιάστατο Χώρο σε κάθε μια από τις παραπάνω περιπτώσεις.

Ο κώδικας του *Processing*, με αναλυτικά σχόλια, υπάρχει στο Παράρτημα 3.



Εικόνα 94: Διάδραση του χρήστη με το ίχνος της Υπερσφαίρας στο παράθυρο εκτέλεσης του *Processing* (εικόνα από την διαδραστική εφαρμογή του συγγραφέα).

ΤΜΗΜΑ Γ: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Κεφάλαιο 8: Συμπεράσματα

Ο οικείος χώρος χαρακτηρίζεται, με βάση την Επιστήμη αλλά και την απλή λογική, από τρεις χωρικές και μια χρονική διάσταση. Στον χώρο αυτό ο άνθρωπος πέτυχε να εξελιχθεί και να επιβιώσει συνδυάζοντας τα ερεθίσματα που του παρέχουν τα αισθητήρια όργανά του εκτελώντας πολύπλοκες διεργασίες στα αντίστοιχα κέντρα του εγκεφάλου του. Η ικανότητα του για ανάλυση και σύνθεση και η χρήση της συνεχούς αυξανόμενης εμπειρίας τον βοηθάει να σχηματίσει την εικόνα του Τριδιάστατου Περιβάλλοντος Χώρου ακόμη και από ελλειπείς πληροφορίες. Η αντίληψη του Τριδιάστατου Οπτικοακουστικού Χώρου επιτυγχάνεται κυρίως από το οπτικό και το ακουστικό σύστημα αλλά σημαντικό ρόλο παίζει και η αφή, ειδικά σε περιπτώσεις που υπάρχει μερική ή ολική απώλεια της όρασης (κεφ. 2), καθώς και τα αισθητήρια κίνησης στους μύες.

Ο ανθρώπινος εγκέφαλος είναι πολύ πιθανόν να έχει την δυνατότητα να αντιληφθεί και τους υπερχώρους, καθώς αποδεικνύεται ότι οι συνάψεις των νευρώνων του σχηματίζουν δομές μέχρι και έντεκα χωρικών διαστάσεων. Ακόμη, έχει την ικανότητα δημιουργίας βέλτιστων διαδρομών σε εικονικούς τετραδιάστατους χώρους (κεφ. 3.6).

Παρόλο που δεν υπάρχουν αποδείξεις αλλά μόνο ενδείξεις για την ύπαρξη των υπερχώρων, υπάρχει μια μεγάλη προσπάθεια επιστημονικής και καλλιτεχνικής υποστήριξης του θέματος κυρίως από τον 19^ο αιώνα και μετά (κεφ. 4).

Η επιστήμη των Μαθηματικών, μέσα από τον κλάδο της Τοπολογίας, έχει περιγράψει με ακρίβεια τις ιδιότητες απλών υπερ-στερεών, όπως του Υπερκύβου και της Υπερσφαίρας, και τρόπους αλληλεπίδρασης με τον Τριδιάστατο Χώρο. Έτσι, μπορούμε να σχηματίσουμε με την φαντασία μας μια αμυδρή αντίληψη των τετραδιάστατων σχημάτων (παρ. 3.1 & 3.2).

Η επιστήμη της Φυσικής, με διάφορες θεωρίες της, εμπλούτισε την έννοια της διάστασης με νέα χαρακτηριστικά αλλά επιπλέον προτείνει, κυρίως μέσα από τις Θεωρίες των Χορδών, τρόπους που θα μπορούσαν να αποδείξουν την ύπαρξή τους (παρ. 3.4 & 3.5).

Η Τέχνη επηρεάστηκε άμεσα από τις επιστημονικές θεωρίες και από την Φιλοσοφία. Το σημαντικότερο καλλιτεχνικό ρεύμα που ασχολήθηκε με τον Υπερχώρο ήταν ο κυβισμός. Επίσης, πολλοί Ρώσοι καλλιτέχνες ασχολήθηκαν με την Τέταρτη Χωρική Διάσταση επηρεασμένοι από τη Θεοσοφία και την θεωρία ύπαρξης του Αιθέρα. Σημαντικό εμπόδιο στο

επιστημονικό και καλλιτεχνικό ενδιαφέρον για τους υπερχώρους στάθηκαν οι Θεωρίες της Σχετικότητας του Albert Einstein που δεν δεχόταν την ύπαρξη τους. Η Θεωρία των Χορδών, κυρίως, αναζωπύρωσε το γενικό ενδιαφέρον για τις ανώτερες διαστάσεις στο τέλος του εικοστού αιώνα (κεφ. 4).

Βασιζόμενοι σε επιστημονικά δεδομένα πλαισιωμένα από καλλιτεχνική διαίσθηση και δημιουργικότητα, αναπτύξαμε τρεις διαφορετικούς τρόπους πρακτικής προσέγγισης των υπερχώρων μέσα από τέσσερις καλλιτεχνικές διαδραστικές εφαρμογές, οι οποίες δίνουν τα κατάλληλα ερεθίσματα στον χρήστη για να προσεγγίσει την αίσθηση, κατά το δυνατό, των ανώτερων χωρικών διαστάσεων.

Στην πρώτη μας οπτικοακουστική εγκατάσταση εστίασαμε στην αντίληψη του Υπερχωρικού Ήχου, παρόλο που η εμπειρία μας για αυτόν είναι μηδενική. Η θεωρητική ανάλυση βασίζεται σε απλούς συλλογισμούς περιγραφής ενός υπερχωρικού ακουστικού οργάνου και αντιμετωπίζει τον ήχο ως χωρικό φαινόμενο, σύμφωνα με τις ηχητικές μάζες που περιέγραψε ο Varèse και ο Helmholtz στις αρχές του περασμένου αιώνα. Η προσομοίωση της διαδραστικής εγκατάστασης που αναπτύξαμε, δίνει ένα πρακτικό αποτέλεσμα και εισάγει τον χρήστη σε ένα ακουστικό χώρο που συμφωνεί απόλυτα με όσα περιγράφονται θεωρητικά. Σίγουρα είναι μια πρωτόγνωρη εμπειρία και αποτελεί μια νέα πρόταση πάνω στην έννοια του ακουστικού χώρου (κεφ. 5).

Αντίστοιχα, μηδενική είναι και η οπτική μας εμπειρία για τον Υπερχώρο. Η δεύτερη, οπτική αυτή την φορά, εγκατάσταση βασίστηκε στην «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen, η οποία είναι από τα ελάχιστα σχέδια που υπάρχουν στη διεθνή βιβλιογραφία που υποτίθεται ότι περιγράφει ένα υπερ-στερεό, την Υπερσφαίρα, πέρα από τις προτεινόμενες «λύσεις» του Hinton, που περιγράφουν τον Υπερκύβο. Όμως, η «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen δεν έχει επιστημονική βάση. Είναι ένα διαισθητικό σχέδιο ενός πνευματιστή και αναφέρεται στο δικό του βιβλίο και σε ένα βιβλίο του Ouspensky, ο οποίος είναι γνωστός μαθηματικός και φιλόσοφος που κινήθηκε κυρίως στο χώρο του εσωτερισμού. Αντιλαμβανόμαστε ότι η επαφή με τους υπερχώρους προϋποθέτει αυτή την διαισθητική ματιά, αυτόν τον διαφορετικό τρόπο προσέγγισης σε σχέση με τα φαινόμενα των οικείων διαστάσεων. Στην προσπάθειά μας να αντιληφθούμε την «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen, αναπτύξαμε αυτή την δεύτερη διαδραστική εφαρμογή εξοικείωσης με αυτό το διδιάστατο σχήμα. Η διερεύνηση αυτή αποδεικνύει ότι δεν πρόκειται για γεωμετρική Υπερσφαίρα, ούτε καν για την προβολή μιας Υπερσφαίρας στον Τριδιάστατο Χώρο, αλλά οδηγεί στο συμπέρασμα ότι είναι η προβολή

κάποιου άλλου υπερχωρικού στερεού, η υπερ-επιφάνεια του οποίου σχηματίζει κάποιες αναδιπλώσεις (παρ. 6.1).

Στην συνέχεια, ερευνώντας εμπειρικά την λειτουργία της παραπάνω εγκατάστασης, οδηγηθήκαμε στην χρήση του σχήματος του Johan Van Manen για την υλοποίηση μιας τρίτης οπτικής εγκατάστασης. Αυτή την φορά χρησιμοποιούμε μία τριδιάστατη απεικόνιση του σχήματος του Johan Van Manen, επηρεασμένη από την Κβαντική Γεωμετρία της Θεωρίας των Χορδών, η οποία μας οδήγησε να προτείνουμε ένα νέο κοσμολογικό μοντέλο που συμφωνεί με την επιστημονική περιγραφή του παλλόμενου σύμπαντος (Guth 2013a&b).. Ίσως στο μέλλον, η πρότασή μας να αποδειχθεί και επιστημονικά ορθή. Προς το παρόν όμως κινείται περισσότερο στον χώρο της Τέχνης παρά της Επιστήμης (παρ. 6.2).

Στην προσπάθεια για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων αυτής της έρευνας συναντούμε την δυσκολία του αχαρτογράφητου τοπίου: η μηδενική εμπειρία μας σε σχέση με τα υπερχωρικά σχήματα καθιστά αδύνατη την αντίληψη της προβολής ενός τετραδιάστατου αντικειμένου, όπως θα ήταν αδύνατον να αντιληφθούμε το διδιάστατο προοπτικό σχέδιο ενός κύβου των δώδεκα γραμμών σε ένα χαρτί εάν δεν γνωρίζαμε το τριδιάστατο σχήμα του. Υπενθυμίζουμε ότι κανένα από τα αισθητήρια όργανά μας δεν μπορεί να ανταποκριθεί στο τριδιάστατο σχήμα μιας σφαίρας, αλλά ο εγκέφαλός μας το δημιουργεί ως μοντέλο μέσα από συνεχή εκπαίδευση από την μέρα της γέννησής μας. Όμως, ο Hinton αναφέρει ότι με την μέθοδό του αντιλήφθηκε, μετά από συνεχή πρακτική, τον Υπερκύβο. Αναλύσαμε αυτή την Μέθοδο των Χρωματιστών Κύβων του Hinton, που ανέπτυξε για την αντίληψη του Υπερκύβου. Στην συνέχεια, την εξελίξαμε και την εφαρμόσαμε για να αντιληφθούμε την Υπερσφαίρα. Πιο συγκεκριμένα:

A) Το ίχνος διέλευσης της Υπερσφαίρας μέσα από τον Τριδιάστατο Χώρο αποδεικνύεται μαθηματικά ότι είναι μια τριδιάστατη σφαίρα που αρχικά ξεκινώντας από μηδενική ακτίνα ($R=0$) αυξάνεται μέχρι μια μέγιστη τιμή (R_{max}) και μετά μειώνεται μέχρι να εξαφανιστεί ($R=0$).

B) Για κάθε σημείο της Υπερσφαίρας αντιστοιχούμε την απόλυτη τιμή για κάθε μία από τις τέσσερις συντεταγμένες του (x, y, z, ω), που παίρνει τιμές από 0 μέχρι R_{max} , με την ένταση του αντίστοιχου χρώματος κόκκινο, πράσινο, μπλε και άσπρο (R,G,B,W) που παίρνει τιμές από 0 έως 255, σύμφωνα με τον χρωματικό κώδικα RGB.

Ο συνδυασμός των (A) και (B) μπορεί να περιγράψει ικανοποιητικά μία τομή της Υπερσφαίρας με τον Τριδιάστατο Χώρο. Με τη βοήθεια μιας τέταρτης διαδραστικής

εφαρμογής, που προτείνουμε, ο χρήστης μπορεί να εισάγει και να εξάγει την Υπερσφαίρα από τον Τριδιάστατο Χώρο του κατά αντιστοιχία με ένα υποθετικό διδιάστατο ον που ζει σε ένα επίπεδο χώρο και μπορεί να «παίζει» με μια τριδιάστατη σφαίρα, υποθέτοντας ότι εισέρχεται και εξέρχεται από τον Διδιάστατο Χώρο του. Πιστεύουμε ότι αυτή η μέθοδος είναι επιστημονικά πιο ορθή σε σχέση με τις προηγούμενες (Κεφ. 7).

Αντιλαμβάνεται, όμως, πραγματικά ο χρήστης την Υπερσφαίρα μέσα από την προτεινόμενη διαδραστική εφαρμογή μας; Η λογική της πρότασής μας βασίζεται στο ότι αν όντως «λειτουργούν» οι κύβοι του Hinton, τότε «λειτουργεί» και η δική μας εξελιγμένη μορφή της μεθόδου του, η οποία όπως αναφέραμε παραπάνω βασίζεται στην χρωματική κωδικοποίηση του τετραδιάστατου χώρου. Αρχικά, απαιτείται εξάσκηση με τον τρόπο που το ίχνος διέλευσης της τριδιάστατης σφαίρας από το επίπεδο μπορεί να δώσει την χρωματικά κωδικοποιημένη εικόνα αυτού του στερεού. Συνεπώς, αν ο χρήστης εκπαιδευτεί μέσω της εφαρμογής μας στο Τριδιάστατο Χώρο χρησιμοποιώντας την εναλλακτική μέθοδο που προτείνουμε για την αντίληψη της σφαίρας, δηλαδή, μέσω της χρωματικής κωδικοποίησης, πιστεύουμε ότι προοδευτικά μπορεί να αντιληφθεί οπτικά και την τετραδιάστατη Υπερσφαίρα. Δηλαδή, να δημιουργήσει το αντίστοιχο χρωματικά κωδικοποιημένο μοντέλο της Υπερσφαίρας στον εγκέφαλό του, κατά αντιστοιχία με το πως αντιλαμβάνεται το μοντέλο μιας τριδιάστατης σφαίρας κατά την φυσιολογική εγκεφαλική διεργασία αντίληψης τριδιάστατων αντικειμένων (αλλά, χωρίς την χρωματική κωδικοποίηση).

Η διδακτορική μας έρευνα θεωρούμε ότι έχει καλύψει ικανοποιητικά τους στόχους που αρχικά θέσαμε (παρ. 1.3). Η πρωτοτυπία της έγκειται στο ότι προσεγγίσαμε το θέμα αντίληψης του Υπερχώρου, και συγκεκριμένα της Τετραδιάστατου Υπερχώρου, συνδυάζοντας την Επιστημονική γνώση με την καλλιτεχνική δημιουργία. Έτσι, μπορέσαμε να προχωρήσουμε ουσιαστικά τις προσπάθειες που έγιναν πάνω στο θέμα αυτό περίπου έναν αιώνα πριν. Ως βασικά εργαλεία χρησιμοποιήσαμε το διαδίκτυο, για πρόσβαση στην σχετική πληροφορία, και την τεχνολογία των υπολογιστών με έμφαση στην μοντελοποίηση και στην ανάπτυξη εφαρμοσμένων γραφικών. Όχι μόνο οι διαδραστικές εγκαταστάσεις που αναπτύξαμε, αλλά και οι προσομοιώσεις διαδραστικών εγκαταστάσεων, όπως αυτή για την έννοια του ακουστικού χώρου (κεφ. 5), δίνουν ένα πρωτότυπο πρακτικό αποτέλεσμα και εισάγουν τον χρήστη πρακτικά στον Τετραδιάστατο Υπερχώρο, που συμφωνεί απόλυτα με όσα περιγράφουμε θεωρητικά.

Τα πρωτότυπα αποτελέσματα της διδακτορικής μας έρευνας παρουσιάστηκαν σε Επιστημονικά Συνέδρια, Περιοδικά και Εκθέσεις:

A) Επιστημονικά συνέδρια:

- TTT2017 (Τραπέρας, Φλώρος και Κανελλόπουλος 2017b)
- DCAC2018 (Traperas and Kanellopoulos 2018a)
- TTT2018 (Traperas and Kanellopoulos 2018c)

B) Περιοδικά:

- Στο τεύχος 15.2 του περιοδικού Επιστήμης και Τέχνης *Technoetic Arts Journal* (Traperas, Floros and Kanellopoulos. 2017c)
- Στο τεύχος 16.2 του περιοδικού Επιστήμης και Τέχνης *Technoetic Arts Journal* (Traperas and Kanellopoulos 2018b)
- Στο τεύχος 16.3 του περιοδικού Επιστήμης και Τέχνης *Technoetic Arts Journal* (Traperas and Kanellopoulos 2018c)

Γ) Έκθεση:

- Η καλλιτεχνική διαδραστική εγκατάσταση Ήχου (Traperas, Floros and Kanellopoulos 2017a) παρουσιάστηκε στην αναδρομική έκθεση του Τμήματος Τεχνών Ήχου και Εικόνας του Ιονίου Πανεπιστημίου στο Μέγαρο Μουσικής Αθηνών.

Κεφάλαιο 9: Μελλοντική έρευνα

Οι υπερχώροι είναι ένα πεδίο έρευνας που δίνει την δυνατότητα, με την βοήθεια των νέων τεχνολογιών, να ανοίξει νέους δρόμους σε επιστήμονες και καλλιτέχνες. Με βάση τα αποτελέσματα της διατριβής για την αντίληψη των υπερχώρων μπορούμε να προτείνουμε τις παρακάτω προτάσεις για περαιτέρω έρευνα. Οι προτάσεις αυτές αφορούν στην ηχητική και οπτική αντίληψη του Υπερχώρου, όμως μπορούν να εξεταστούν ως συνδυασμός μεθόδων που αφορούν και στις δύο αυτές (ή και περισσότερες) αισθήσεις.

Ηχητικά, η έννοια του Υπερχωρικού Ήχου, όπως παρουσιάστηκε στην παρούσα διατριβή, μπορεί να γίνει αιτία σύνθεσης μουσικών κομματιών για αναπαραγωγή με τον τρόπο που έχει αναφερθεί (παρ. 5.5). Παραδείγματα που, ίσως, πλησιάζουν την νέα αισθητική στον ήχο είναι το *Cancrizans (Crab Canon)* του J.S. Bach (Yerasley 2002: 150-55), που ακούγεται ορθά και ανάδρομα, καθώς και κάποιοι πειραματισμοί που έκαναν διάφορα συγκροτήματα, όπως οι Beatles στο τέλος του κομματιού *Rain* από το *single* τους *Paperback Writer* (1966) (Sheff 2000: 198).⁷³

Οπτικά, θεωρούμε ότι η προτεινόμενη προσέγγιση του Picasso και των Κυβιστών δεν αφορούσε καθαυτή την Τέταρτη Χωρική Διάσταση, αλλά το πώς ένα τετραδιάστατο ον αντιλαμβάνεται τον Τριδιάστατο Χώρο.

Μία μεταγενέστερη ανάλογη προσέγγιση είναι μια φωτογραφία του Erwin Blumenfeld που αποδίδει καλύτερα την Τετραδιάστατη Κυβιστική Οπτική (εικ.95 αριστερά), καθώς και το *Finder Button* της Apple (εικ.95 δεξιά). Σημειώνεται ότι η τεχνική αυτή έχει βελτιωθεί στην πτυχιακή εργασία του συγγραφέα της διατριβής αυτής μέσω μίας βίντεο εφαρμογής (Τραπέρας 2015: 110).

Ο τρόπος αντίληψης της Υπερσφαίρας μέσω της χρωματικής κωδικοποίησης των σημείων της (Κεφ. 7), θα μπορούσε να επεκταθεί για την αντίληψη και άλλων υπερ-στερεών του Τετραδιάστατου Χώρου από τον χρήστη, αφού βέβαια προηγηθεί η εκπαίδευση του με την μέθοδο που προτείνουμε. Παράλληλα, μπορεί να αναπτυχθεί ένα λογισμικό Επαυξημένης Πραγματικότητας (AR) για Τετραδιάστατη Ψηφιακή Γλυπτική, όπου ο καλλιτέχνης θα πλάθει

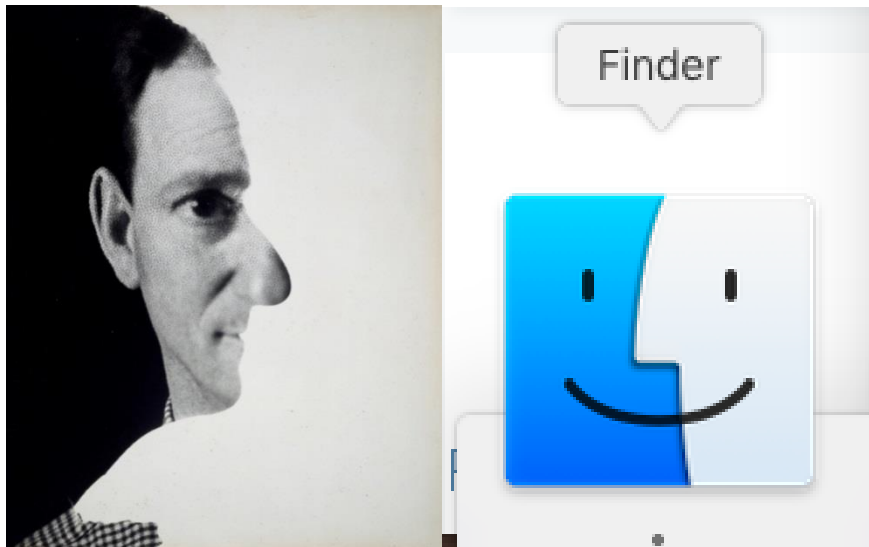
⁷³ Μια εκτέλεση του κομματιού *Cancrizans (Crab Canon)* του J.S. Bach υπάρχει στον σύνδεσμο:

<https://youtu.be/xUHQ2ybTejU>

Το *video clip* του κομματιού *Rain* είναι διαθέσιμο στον σύνδεσμο:

<https://www.youtube.com/watch?v=gzdASn-R8aw>

τις τριδιάστατες πλευρές ενός τετραδιάστατου γλυπτού και θα έχει την δυνατότητα να το περιστρέφει, να το εισάγει και να το εξάγει από τον χώρο του. Θα είχε πρωτότυπο ενδιαφέρον να δημιουργηθεί ένα πείραμα το οποίο θα μελετούσε στην πράξη την ανάπτυξη της αντίληψης τετραδιάστατων αντικειμένων (π.χ. της Υπερσφαίρας) με χρήση των AR εφαρμογών χρωματικού κώδικα που προτείνουμε.



Εικόνα 95:

Αριστερά: Αυτοπροσωπογραφία (πηγή: Blumenfeld 1999: εξώφυλλο)

Δεξιά: Finder Button, Apple.

Επιπλέον, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε μια διαφορετική λογική προσέγγιση στην προσπάθεια αντίληψης υπερστερεών εκτός από την Μέθοδο της Χρωματικής Κωδικοποίησης των σημείων του Υπερχώρου. Συγκεκριμένα, ένα διδιάστατο ον θα μπορούσε να δει μόνο ένα μέρος από ένα αντικείμενο που βρίσκεται στο επίπεδό του (επειδή οι οπτικές ευθείες, που γεωμετρικά ξεκινούν από αυτό το ον, μπορούν και συναντούν μόνο ένα εξωτερικό μέρος του διδιάστατου αντικειμένου). Αντίστοιχα και σε εμάς, στον Τριδιάστατο Χώρο οι οπτικές ευθείες, που γεωμετρικά ξεκινούν από τον οφθαλμό μας, συναντούν κάθε τριδιάστατο αντικείμενο, για παράδειγμα έναν κύβο, μονόπλευρα χωρίς να μπορούμε να δούμε το εσωτερικό του. Όμως, ως τριδιάστατα όντα, έχουμε για ένα διδιάστατο αντικείμενο, για παράδειγμα ένα τετράγωνο, συνολική οπτική όλων των πλευρών του καθώς και του εσωτερικού του, αφού μπορούμε να το παρατηρήσουμε από ψηλά, δηλαδή από την Τρίτη Διάσταση που δεν ανήκει στο επίπεδο του τετραγώνου. Κατά αντιστοιχία, ένα τετραδιάστατο

ον θα είχε την δυνατότητα στην ταυτόχρονη οπτική και απτική πρόσβαση σε όλη την περίμετρο αλλά και στο εσωτερικό ενός τριδιάστατου αντικειμένου, όπως για παράδειγμα γίνεται με τεχνολογίες *X-ray*, *MRI*, κ.λπ. Συνεπώς, η χρήση αυτών των τεχνολογιών σε γυαλιά Επαυξημένης Πραγματικότητας στο μέλλον, ίσως, θα μπορούσε να μας οδηγήσει στην λήψη τριδιάστατης οπτικής πληροφορίας, η οποία στην συνέχεια πιθανώς να οδηγούσε στην εγκεφαλική δημιουργία ενός τετραδιάστατου (υπερχωρικού) οπτικού μοντέλου. Και πάλι θα είχε πρωτότυπο ενδιαφέρον να δημιουργηθεί ένα πείραμα το οποίο θα μελετούσε στην πράξη την χρήση αυτής της μεθοδολογίας για την ανάπτυξη αντίληψης τετραδιάστατων αντικειμένων.

Η προσέγγιση μιας υπερχωρικής κλασματικής διάστασης μεταξύ Τρίτης και Τέταρτης Χωρικής με την χρήση των μορφοκλασματικών (*fractals*) ίσως αποδειχθεί μια πιο εφικτή διαδικασία σε σχέση με την προσέγγιση μιας ακέραιας υπερχωρικής διάστασης, όπως η Τέταρτη.

Επιπλέον, τα Βαρυτικά Κύματα, που πρόσφατα πιστοποιήθηκε η ύπαρξή τους, θα μπορούσαν στο μέλλον να χρησιμοποιηθούν ως μέσο αντίληψης της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης αφού, με βάση επιστημονικές θεωρίες (παρ. 5.3.2), μπορούν να διαφεύγουν σε ανώτερες διαστάσεις.

Τέλος, πέρα από τις ακουστικές και οπτικές εγκεφαλικές διεργασίες, προτείνεται να ερευνηθούν και άλλες δυνατότητες αντίληψης γεωμετρικών ή μη-γεωμετρικών υπερχώρων, όπως διεργασίες που αναπτύσσονται κατά τον διαλογισμό. Βασισμένοι σε μελέτες νευρολόγων και νευροεπιστημόνων για τον τρόπο που επιδρά ο Βουδιστικός Διαλογισμός και η προσευχή των χριστιανών μοναχών στις διάφορες περιοχές του ανθρώπινου εγκεφάλου (Newberg and Iversen 2003), θα μπορούσαμε να διεγείρουμε τεχνητά αυτή την εγκεφαλική διεργασία χρησιμοποιώντας νέες τεχνολογίες. Έτσι, θα μπορούσαμε να δημιουργήσουμε μία επαυξημένη εγκεφαλική διεργασία η χρήση της οποίας ίσως μας προσφέρει μία πληρέστερη αντίληψη του Υπερχώρου.

Η επαλήθευση της ορθότητας της Θεωρίας των Χορδών, άρα και της ύπαρξης των υπερχώρων, κυρίως με την βοήθεια του επιταχυντή του CERN, πιστεύουμε ότι θα δώσει σύντομα μια επιπλέον ώθηση, ώστε περισσότεροι καλλιτέχνες να εμπνευστούν και να δημιουργήσουν έργα σχετικά με την εγκεφαλική αντίληψη των υπερχώρων. Ένας νέος ανερχόμενος επαγγελματίας, ο «*Technartist*» (Kanellopoulos 2017), ο οποίος κατέχει επιστημονικές, τεχνοκρατικές, αλλά και καλλιτεχνικές γνώσεις, είναι ιδανικός να ασχοληθεί με

την δημιουργία διαδραστικών οπτικοακουστικών έργων τέχνης εξαιρετικής αισθητικής, που να διαπραγματεύονται την Αντίληψη των Υπερχώρων.

ΤΜΗΜΑ Δ: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ - ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Βιβλιογραφία

Abbott, E. (2008) (μετ. Μαράκη Φ.) *Flatland, η Επιπεδοχώρα*. Αθήνα: Αιώρα.

Adams, A., Evans, M. and Zwiebach, B. (2013) Massachusetts Institute of Technology: MIT Open Course Ware. [Online] [Δημοσιεύτηκε την Άνοιξη 2013] [Τελευταία πρόσβαση στις 16 Δεκεμβρίου 2018]. <https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-04-quantum-physics-i-spring-2013/lecture-videos/>

Aflalo, T. N. and Graziano, M. S. A. (2008) ‘*Four-Dimensional Spatial Reasoning in Humans*’. Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, Vol. 34, No. 5, 1066–1077, DOI: 10.1037/0096-1523.34.5.1066

Αναστόπουλος, Χ. *Κβαντική Μηχανική*. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 15 Δεκεμβρίου 2018] Πάτρα: Τμήμα Φυσικής, Πανεπιστήμιο Πατρών. https://eclass.upatras.gr/modules/document/file.php/PHY1946/quantum_book.pdf%20

Antipov, E. (2006) ‘2D-projection of 3D-projection of Hypersphere of 4D-space’. [Online] [Δημοσιεύτηκε τον Σεπτέμβριο 2006] [Τελευταία πρόσβαση στις 15 Δεκεμβρίου 2018]. <https://en.wikipedia.org/wiki/3-sphere>

Αντωνιάδης, Κ., Ελευθεριάδης, Ι. και Σταθάκης, Κ. (2002) *Η Τέχνη και η Επικοινωνία στις Γραφικές Τέχνες, (Τόμος Γ: Χρώμα)*. Πάτρα: Ελληνικό Ανοιχτό Πανεπιστήμιο.

Arnheim, R. (2005) (μετ. Ποταμιανός, Ι.) *Τέχνη και Οπτική Αντίληψη: Η Ψυχολογία της Δημιουργικής Όρασης*, 3^η εκδ.. Αθήνα: Θεμέλιο.

Auroux, S. (1999) (μετ. Τραμπούλης, Θ.) *Η Φιλοσοφία της Γλώσσας*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Blumenfeld, E. (1999), *Durch Tausendjährige Zeit*. London, New York: Thames and Hudson.

Bown, O. (2011) ‘*Experiments in Modular Design for the Creative Composition of Live Algorithms*’. Computer Music Journal 2011 35:3, 73-85. https://doi.org/10.1162/COMJ_a_00070

Bragdon, C. F. (1912) *Man the Square: A Higher Space Parable*. NY Rochester: Manas Press.

Bragdon, C. F. (1913) *A Primer of Higher Space (The Fourth Dimension)*. N.Y. Rochester: Manas Press.

Bragdon, C. F. (1915) *Projective Ornament*. NY Rochester: Manas Press.

Bryant, J., *Scientific Visualization and Graphics with Mathematica: Higher Dimensions from String Theory*. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 15 Δεκεμβρίου 2018]. <http://members.wolfram.com/jeffb/visualization/stringtheory2.shtml>

Butterworth, J., (2012) ‘*First evidence for string theory at the Large Hadron Collider*’. The Guardian. [Online] [Δημοσιεύτηκε στις 1 Απριλίου 2012] [Τελευταία πρόσβαση στις 16 Δεκεμβρίου 2018]. <http://www.theguardian.com/science/life-and-physics/2012/apr/01/1>

Choi, C. Q. (2005) ‘*Qubit Twist: Bending Nanotubes as Mechanical Quantum Bits*’. Scientific American. [Online] [Δημοσιεύτηκε στις 18 Απριλίου 2005] [Τελευταία πρόσβαση στις 16 Δεκεμβρίου 2018]. <http://www.scientificamerican.com/article/qubit-twist/>

Gombrich, E. H., (μετ. Λίνα Κασδαγλή) (1998) *Το Χρονικό της Τέχνης*, 2^η εκδ.. Αθήνα: Μορφωτικό Ίδρυμα Εθνικής Τραπέζης.

Cox, C. and Warner, D. (eds) (2006) *Audio Culture: Readings in Modern Music*. New York: Continuum.

Daniel Shiffman, D. (2015) *Learning Processing: A Beginner's Guide to Programming Images, Animation, and Interaction*, 2nd ed.. Morgan Kaufmann publications – Elsevier.

Davis, J. (2015) ‘*Strange Behavior of Quantum Particles May Indicate the Existence of Other Parallel Universes*’ Phys. Org. [Online] [Δημοσιεύτηκε στις 3 Ιουνίου 2015] [Τελευταία πρόσβαση στις 16 Δεκεμβρίου 2018]. <https://phys.org/news/2015-06-strange-behavior-quantum-particles-parallel.html>

Dewdney, A. K. (1986). ‘*Computer Recreations: A program for rotating hypercubes induces four-dimensional dementia*’. Scientific American Vol. 254, No. 4 (April 1986), pp. 14-23 .

Diantith, J. and Martin, E. A. (2010) *A Dicitonary of Science*. New York: Oxford University Press.

Dix, A., Finlay, J., Abowd, D. G., και Beale, R. (2004) (μετ. Γκαγκάτσιου, Ε.) *Επικοινωνία Ανθρώπου - Υπολογιστή*. Αθήνα: Γκιούρδας.

- EurekAlert (2017) ‘*Blue Brain team discovers a multi-dimensional universe in brain networks*’. [online][Δημοσιεύτηκε στις 12 Ιουνίου 2017] [Τελευταία πρόσβαση στις 16 Δεκεμβρίου 2018]. https://www.eurekalert.org/pub_releases/2017-06/f-bbt060617.php
- Farag, A. A., Faizal, M. and Khalil, M. (2015) ‘*Absence of Black Holes at LHC due to Gravity's Rainbow*’. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 15 Δεκεμβρίου 2018]. <http://arxiv.org/pdf/1410.4765.pdf>
- Ford, K. (1980) (μετ. Θεοδώρου, Γ. - Θεοδώρου, Α.) *Κλασική και Σύγχρονη Φυσική, Τόμος Γ’*. Αθήνα: Πνευματικός.
- Forouzan, B. and Mosharraf F. (2010) (μετ. Καναβός Π., Καρτσακλής Δ.) *Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών*, 2η εκδ.. Αθήνα: Κλειδάριθμος.
- Gardner M., (1986) (μετ. Παπαδόπουλος Θ.) *Το Πανηγύρι των Μαθηματικών*. Αθήνα: Τροχαλία.
- Gardner, M. (1989) *Mathematical Carnival*, 5th ed.. Washington D.C.: The Mathematical Association of America.
- Gleick, J. (1990) (μετ. Κωνσταντινίδης Μ.) *Χάος: Μια Νέα Επιστήμη*. Αθήνα: Κάτοπτρο.
- Green, B. (2004) (μετ. Τσιαντούλας, Τ.) *Το Κομψό Σύμπαν – Υπερχορδές, Κρυμμένες Διαστάσεις και το Αίτημα για μια Τελική Θεωρία*. Αθήνα: Ωκεανίδα.
- Griffiths, P (1993) (μετ. Κωστίου, Μ.) *Μοντέρνα Μουσική*. Αθήνα: Σ. Ι. Ζαχαρόπουλος.
- Gubser, S. S., (2010) *The Little Book of String Theory*. New Jersey, Oxfordshire: Princeton University Press.
- Guth, A. (2013a) ‘*Lecture 9: The Dynamics of Homogeneous Expansion, Part V*’. MIT Open Courseware, MIT. [Online] [Τελευταία πρόσβαση 15 Δεκεμβρίου 2018]. <https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-286-the-early-universe-fall-2013/video-lectures/lecture-9-the-dynamics-of-homogeneous-expansion-part-v/>
- Guth, A. (2013b) ‘*Lecture 11: Non-Euclidean Spaces: Closed Universes*’. MIT Open Courseware, MIT. [Online] [Τελευταία πρόσβαση 15 Δεκεμβρίου 2018]. <https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-286-the-early-universe-fall-2013/video-lectures/lecture-11-non-euclidean-spaces-closed-universes/>

- Hall, M. J. W., Deckert, D.-A. and Wiseman, H. M. (2014) '*Quantum Phenomena Modeled by Interactions between Many Classical Worlds*'. Physical Review X 4. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.4.041013>
- Hancock, G. (2010) *Entangled: The Eater of Souls*. New York: Disinformation Company.
- Hawking, S. (1996) '*The beginning of time*'. Steven Hawking – The Official Website. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 15 Δεκεμβρίου 2018]. <http://www.hawking.org.uk/the-beginning-of-time.html>
- Hearn, G. (2010) *Concise History of 20Th Century Music*. Pacific, MO: Mel Bay Publications.
- Henderson, L. D. (2013) *The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art*. Cambridge, Mass.: MIT Press.
- Henderson, L. D. (2014) '*Abstraction, Ether and the fourth dimension Kandinsky, Mondrian and Malevich in Context*.' in Ackermann, M. and Malz, I. (eds.) '*Kandinsky, Malevich, Mondrian: The Infinite White Abyss*.' pp. 233-44. Düsseldorf: Kunstsammlung Nordrhein-Westfalen. [Τελευταία πρόσβαση στις 16 Δεκεμβρίου 2018] https://www.academia.edu/13427907/Abstraction_the_Ether_and_the_Fourth_Dimension_Kandinsky_Mondrian_and_Malevich_in_Context
- Hinton, C. H. (1888) *A New Era of Thought*. London: Swan Sonnenschein & Co.
- Hinton, C. H. (1895) *Stella and an Unfinished Communication Studies of the Unseen*. London: Swan Sonnenschein & Co; New York, Macmillan.
- Hinton, C. H. (1906) *The Fourth Dimension*, 2nd ed.. London: Swan Sonnenschein & Co.
- Jouffret, E. (1903) *Traité Élémentaire de Géométrie à Quatre Dimensions et Introduction à la Géométrie à n Dimensions*. Paris: Gauthier-Villars.
- Kanellopoulos, N. (2017) '*From Antikythera Analogue Computer to Quantum Computer*'. Audiovisual Arts Conference, Athens Concert Hall, Athens, 20-21 May.
- Kandel, E. R., Schwartz, J. H. και Jessell, T. M. (1999) (μετ. Καζλάρης, Χ.) *Νευροεπιστήμη και Συμπεριφορά*. Ηράκλειο: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
- Knill, O., (2006) '*Unknotting a Knot in 4D*.' Harvard University Mathematics, Math 21a, Spring 2006. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 15 Δεκεμβρίου 2018] http://www.math.harvard.edu/archive/21a_spring_06/exhibits/unknotting/index.html

- Knispel, B. and Müller, E. (2016) '*Gravitational Waves Detected 100 Years After Einstein's Prediction*'. Albert Einstein Institute Hannover. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 15 Δεκεμβρίου 2018] <http://www.aei.mpg.de/gwdetection>
- Knispel, B. and Reiche, J. (2014) '*LISA Pathfinder Displayed for the First Time at the ILA*'. Albert Einstein Institute Hannover. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 15 Δεκεμβρίου 2018] http://www.aei.mpg.de/1500595/LPF_ILA2014
- Καστορίνης, Α., Κωστάκη-Αποστολοπούλου, Μ., Μπαρώνα - Μάμαλη, Φ., Περάκη, Β. και Πιαλόγλου, Π. (2015) *Βιολογία Α' Γενικού Λυκείου*. Αθήνα: ΟΕΔΒ, Διόφαντος.
- Liddell, H.G. and Scott, R (1997) (μετ. Μόσχος Ξ.) *Μέγα Λεξικόν της Ελληνικής Γλώσσης*. Αθήνα: Σιδέρης.
- Mamlouk, A. M. and Martinetz, T. (2004) '*On the Dimensions of the Olfactory Perception Space*.' *Neurocomputing*, 58–60, pp.1019–25. [Online] [τελευταία πρόσβαση στις 15 Δεκεμβρίου 2018] www.inb.uni-luebeck.de/publications/pdfs/MaMa04.pdf
- Manen, J. van and Leadbeater, C.W. (ed) (1913) *Some Occult Experiences*. Adyar, Manras, India: Theosophical Publishing House.
- Math Pages (2017a) '*Huygens' Principle*'. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 15 Δεκεμβρίου 2018]. <http://www.mathpages.com/home/kmath242/kmath242.htm>
- Math Pages (2017b) '*Physics Spherical Waves in Higher Dimensions*'. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 15 Δεκεμβρίου 2018]. <http://www.mathpages.com/home/kmath614/kmath614.htm>
- Merz, E.X. (2011) *Sonifying Processing: The Beads Tutorial*. N. Charleston SC. U.S.A.: CreateSpace Independent Publishing Platform.
- Miller, A. (2002) (μετ. Πιέρρης Σπ.) *Αϊνστάιν, Πικάσο: Ο Χώρος, ο Χρόνος και η Ομορφιά*. Αθήνα: Τραυλός.
- Morley, T. (1985) '*A Simple Proof that the World is Three-Dimensional*'. *SIAM review*, 27:1, pp. 69-71.
- Mureika J. and Stojkovic D. (2011) '*Detecting Vanishing Dimensions via Primordial Gravitational Wave Astronomy*'. *Phys. Rev. Lett.* 106: 101101, 2011, DOI:10.1103/PhysRevLett.106.101101 .

- Μεγαρίτης, Α. (2010) *Θεωρία Διαστάσεων και Καθολικοί Χώροι*. Ph.D. Thesis, Πάτρα: Πανεπιστήμιο Πατρών, Σχολή Θετικών Επιστημών, Τμήμα Μαθηματικών.
- Newberg, A. B. and Iversen, J. (2003), ‘*The Neural Basis of the Complex Mental Task of Meditation: Neurotransmitter and Neurochemical Considerations*’. *Medical Hypotheses*, 61(2): 282-291 doi.org/10.1016/S0306-9877(03)00175-0
- Nietzsche, F. W., (μετ. Norman, J.) (2002) *Beyond Good and Evil: Prelude to a Philosophy of the Future*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Ouspensky, P. D. (2005) (μετ. Νάνου, Α.) *Tertium Organum: Ο Τρίτος Κανόνας της Σκέψης*. Αθήνα: Πύρινος Κόσμος.
- Ouspensky, P.D. (2009) *Tertium Organum: The Third Canon of Thought, a Key to the Enigmas of the World*. New York: Cosimo Classics.
- Pickover, A. C. (1999) *Surfing Through Hyperspace: Understanding Higher Universes in Six Easy Lessons*. New York, Oxford: Oxford University Press.
- Postle, B. R. (2015) *Essentials of Cognitive Neuroscience*. West Sussex, Malden MA, Oxford: John Wiley & Sons, Ltd.
- Purves, D., Augustine, G. J., Fitzpatrick, D., Hall, W. C., LaMantia, A.- S., McNamara, J.O., Williams, S. M. (2004) *Neuroscience*, 3rd ed.. Sunderland, Massachusetts: Sinauer Associates Inc..
- Reimann, M.W., Nolte, M., Scolamiero, M., Turner, K., Perin, R., Chindemi, G., Dłotko, P., Levi, R., Hess, K. and Markram, H. (2017) ‘*Cliques of Neurons Bound into Cavities Provide a Missing Link between Structure and Function*’. *Frontier in Computational Neuroscience* 11:48. DOI: 10.3389/fncom.2017.00048.
- Röntgen, W. C. (1896) *Ueber Eine Neue Art von Strahlen*. Verlag, Berlin, Gottingen, Hedelberg: Institut d. Universität du Würzburg.
- Schleicher, D. (2007) ‘*Hausdorff Dimension, its Properties, and its Surprises*’. *American Mathematical Monthly*. [Online] arXiv:math/0505099v2 [math.DS]. [Δημοσιεύτηκε στις 21 Αυγούστου 2007] [Τελευταία πρόσβαση στις 13 Δεκεμβρίου 2018]. <https://arxiv.org/abs/math/0505099>
- Schwam, S. (2000) *The Making of 2001, a Space Odyssey*. New York: Modern Library.

Shechtman, D. (2011) '*The Discovery of Quasicrystals*'. The Royal Swedish Academy of Sciences: Scientific Background on the Nobel Prize in Chemistry 2011. [Online] [Δημοσιεύτηκε στις 5 Οκτωβρίου 2011] [Τελευταία πρόσβαση στις 16 Δεκεμβρίου 2018] http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/chemistry/laureates/2011/advanced-chemistryprize2011.pdf.

Sheff, D. (2000) *All We Are Saying: The Last Major Interview with John Lennon and Yoko Ono*. New York: St Martin's Griffin.

Smith, G. (2011) '*Constant curvature hyperspheres and the Euler Characteristic*'. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 1/6/2018]. <https://arxiv.org/abs/1103.3235>

Squire, L. R., Darwin, B., Floyd, B., Sascha du Lac, Anirvan G. and Darwin, B. (2008) *Fundamental Neuroscience*, 3rd ed.. Burlington, London, California: Academic Press.

Stringham, W.I. (1880) '*Regular Figures in n-Dimensional Space*'. American Journal of Mathematics, Vol. 3, No. 1, Mar., 1880. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, DOI:10.2307/2369441.

Σκαρλάτος, Δ. (2008) *Εφαρμοσμένη Ακουστική*, 3^η έκδ.. Πάτρα: Γκότση.

Σπυρόπουλος, Η. (2003) *Πλάτων: Μύθοι*. Θεσσαλονίκη: Ζήτρος.

Τραπέρας, Δ. (2015) *Προσέγγιση τετραδιάστατων απεικονίσεων των τρισδιάστατων χώρων*. Πτυχιακή Εργασία. Κέρκυρα: Ιόνιο Πανεπιστήμιο, Σχολή Μουσικής & Οπτικοακουστικών Τεχνών, Τμήμα Τεχνών Ήχου και Εικόνας.

Traperas, D., Floros, A. and Kanellopoulos, N. (2017a), '*Approach of hyperspatial sound: An Interactive Art Installation*'. Audiovisual Arts Conference, Athens Concert Hall, Athens, 20-21 May.

Τραπέρας, Δ., Φλώρος, Α. και Κανελλόπουλος, Ν. (2017b) «*Ηχητικές Αναπαραστάσεις στους Υπερχώρους: Μια Δημιουργική Προσέγγιση*». Διεπιστημονικό Συνέδριο "Taboo - Transgression - Transcendence in Art & Science", Ιόνιο Πανεπιστήμιο, Κέρκυρα 26-28 Μαΐου.

Traperas, D., Floros, A. and Kanellopoulos, N. (2017c) '*Sonic Representations in Hyper-spaces: A Creative Approach*'. Technoetic Arts: A Journal of Speculative Research, 15:2, pp. 221–28, DOI: 10.1386/tear.15.2.221_1.

Traperas, D. and Kanellopoulos, N. (2018a) '*An Interactive Art Application of a Proposed Fourth Spatial Dimension Cosmological Model*'. International Conference on Digital Culture & AudioVisual Challenges, Ionian University, Corfu, 1-2 June.

Traperas, D. and Kanellopoulos, N. (2018b) '*Visualizing the hypersphere using Hinton's method*'. *Technoetic Arts: A Journal of Speculative Research*, 16:2, pp. 165–81.

Traperas, D. and Kanellopoulos, N (2018c) '*Aesthetic Approach of Hyperspaces*'. International Conference on Taboo - Transgression - Transcendence in Art & Science, UNAM and CCD, Mexico, 11-13 November.

Traperas, D. and Kanellopoulos, N. (2018d) '*Aesthetic Approach of Hyperspaces*'. *Technoetic Arts: A Journal of Speculative Research*, 16:3, pp. 363–75.

Thurston, W. (1997) *Three-Dimensional Geometry and Topology (vol.1)*. New Jersey: Princeton University Press.

Yearsley, D. (2002) *Bach and the Meanings of Counterpoint*. Cambridge: Cambridge University Press.