

ΙΟΝΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΤΕΧΝΩΝ ΗΧΟΥ ΚΑΙ ΕΙΚΟΝΑΣ

Δημιουργία animation πάνω στις ιδιότητες της Τέταρτης Χωρικής
Διάστασης βασισμένο στο κυβιστικό έργο του Pablo Picasso: “Cat
Catching a Bird”

Παναγιώτης Γκίρνης
ΤΧ2017020

Επιβλέπων Καθηγητής
Δημήτριος Τραπέρας - Μεταδιδακτορικός Υπότροφος ΤΤΗΕ

Κέρκυρα
Ιούνιος 2023

Συνοπτική Περίληψη

Η παρούσα πτυχιακή εργασία εστιάζει στην προσπάθεια της καλλιτεχνικής απεικόνισης της τέταρτης χωρικής διάστασης. Αρχικά, με την βιβλιογραφική – διαδικτυακή έρευνα εμβαθύνεται στην ίδια την ουσία της έννοιας «διάσταση» και στον ορισμό της από τους χώρους της φιλοσοφίας και της επιστήμης. Εξετάζεται η προσέγγιση του ανθρώπου ως προς την αντίληψη του χώρου, αντλώντας πληροφορίες από τις αισθήσεις του καθώς και την επεξεργασία ερεθισμάτων από τα αντίστοιχα κέντρα του εγκεφάλου. Ως προς το επιστημονικό μέρος, η προσέγγιση που ακολουθείται είναι τοπολογική, χρησιμοποιώντας την μαθηματική λογική και τις ιδιότητες απλών γεωμετρικών σχημάτων όπως ο Υπερκύβος και η Υπερσφαίρα για να εξερευνηθεί η τέταρτη χωρική διάσταση. Καλλιτεχνικά, εξετάζεται διεξοδικά η σχέση μεταξύ αυτής της διάστασης και της σύγχρονης τέχνης, ξεκινώντας από τις αρχές του 20ου αιώνα μέχρι σήμερα. Τέλος, η έρευνα, ως προς το πρακτικό μέρος της, εστιάζει στη χρήση των ψηφιακών μέσων για την καλλιτεχνική απεικόνιση της τέταρτης χωρικής διάστασης μέσω της κινούμενης εικόνας (animation), παρέχοντας μια απτή αναπαράσταση μιας αφηρημένης έννοιας.

Περίληψη

Η συγκεκριμένη πτυχιακή εργασία αφορά την Τέταρτη Χωρική Διάσταση. Σκοπός της είναι να προσεγγίσει την οπτική αντίληψη του τετραδιάστατου χώρου μέσα από αισθητηριακές πληροφορίες από τον τρισδιάστατο χώρο. Για να γίνει υπέρβαση στην δυσκολία της αντίληψης της τέταρτης χωρικής διάστασης δημιουργήθηκαν γραφιστικά σχέδια και ενσωματώθηκαν σε video animation με βάση τις επιστημονικές αντιλήψεις για την τετραδιάσταση οπτική.

Οι άνθρωποι αντιλαμβάνονται οπτικά τις τρεις χωρικές διαστάσεις. Η Τοπολογία, οι Φυσικές Επιστήμες αλλά και η Τέχνη υποστηρίζει ότι υπάρχει η δυνατότητα αντίληψης και ανωτέρων διαστάσεων που αλλιώς ονομάζονται «υπερχώροι». Οι επιστήμονες προσδίδουν στις ανώτερες αυτές διαστάσεις διάφορες ιδιότητες. Για παράδειγμα, στην Τέταρτη Χωρική Διάσταση δεν υπάρχει διάκριση ανάμεσα σε αριστερό και σε δεξί ή δεν μπορούμε να δέσουμε ένα κόμπο. Γνωστά υπερστερεά της τέταρτης χωρικής διάστασης είναι ο υπερκύβος, που η υπερεπιφάνειά του αποτελείται από οκτώ κύβους, αλλά και η υπερσφαίρα που η υπερεπιφάνειά της αποτελείται από άπειρες τριδιάστατες σφαίρες. Ο βασικός «φιλόσοφος» των υπερχώρων ήταν ο Charles Howard Hinton που με το έργο του επηρέασε έμμεσα τους Ρώσους ζωγράφους και ποιητές της εποχής

1880-1890 με τα άρθρα και τα βιβλία του, αν και η αρχή της ιδέας για τους υπερχώρους μπορεί να τοποθετηθεί στους Ίωνες φιλόσοφους, τον Παρμενίδη αλλά κυρίως τον Πλάτωνα με την αλληγορία του «Σπηλαίου» του. Η έννοια της τέταρτης χωρικής διάστασης ήταν ιδιαίτερα δημοφιλής στις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Για παράδειγμα ο H. G. Wells στο βιβλίο του: «The Remarkable Case of Davinson's eyes» χρησιμοποιεί την έννοια του υπερχώρου, όπου μπορεί κάποιος μέσω της τέταρτης διάστασης, ενώ βρίσκεται στο Λονδίνο, να παρακολουθεί ένα νησί στις Νότιες Θάλασσες. Το πρώτο γνωστό βιβλίο για τις υπερδιαστάσεις είναι το “Flatland” του Edwin Abbott στο οποίο μια τριδιάστατη σφαίρα επισκέπτεται ένα τετράγωνο που ζει στην Επιπεδοχώρα και το ταξιδεύει στην δική του διάσταση.

Οι καλλιτέχνες δεν έμειναν αδιάφοροι στην έννοια της τέταρτης χωρικής διάστασης. Το πιο χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι οι Κυβιστές όπου αναζήτησαν μέσα από τα έργα του την τετραδιάστατη οπτική όπως την περιέγραψαν οι μαθηματικοί Jouffret και Poincare. Το ενδιαφέρον για την τέταρτη χωρική διάσταση ατόνησε με τις δημοσιεύσεις του Albert Einstein που θεώρησε τον χρόνο ως την τέταρτη διάσταση και δεν υποστήριξε την ύπαρξη περισσότερων χωρικών διαστάσεων.

Στόχος Εργασίας

Ο πρωταρχικός στόχος αυτής της εργασίας είναι να διερευνήσει διεξοδικά και να διερευνήσει τη σύνθετη έννοια του τετραδιάστατου χώρου. Δεδομένων των εγγενών προκλήσεων και περιορισμών της αντίληψης ενός τετραδιάστατου αντικειμένου, η μελέτη στοχεύει στην απλοποίηση του προβλήματος με την απεικόνιση τρισδιάστατων αντικειμένων ή πτυχών σε τετραδιάστατο χώρο. Ο απώτερος στόχος είναι να δημιουργηθεί ένα βίντεο κινούμενων σχεδίων (animation) που βασίζεται στις αρχές και τα ευρήματα που προέρχονται από τη θεωρητική έρευνα, επιτρέποντας μια ολοκληρωμένη και διαισθητική κατανόηση του τετραδιάστατου χώρου. Η έρευνα προσπαθεί να παρέχει νέες γνώσεις για την απεικόνιση του τετραδιάστατου χώρου, με πιθανές εφαρμογές σε διάφορους τομείς, συμπεριλαμβανομένης της τέχνης, των μαθηματικών, της φυσικής και της μηχανικής.

Μεθοδολογία

Προκειμένου να προετοιμαστεί η θεωρητική εργασία είναι απαραίτητο να διεξαχθεί βιβλιογραφική και διαδικτυακή έρευνα.

-Συγκεκριμένα, αυτό περιλαμβάνει την εξέταση της έννοιας της διάστασης και της αντίληψής της στον ανθρώπινο αντιληπτικό χώρο, όπως εξηγείται μέσω διαφόρων επιστημονικών κλάδων όπως τα μαθηματικά, και φυσική καθώς και φιλοσοφικά έργα μελετητών όπως του Ouspensky.

-Η έρευνα εστιάζει επίσης σε προσπάθειες προσέγγισης του τετραδιάστατου χώρου μέσω των μαθηματικών, της τέχνης της φιλοσοφίας και λογοτεχνίας.

-Η έρευνα επιδιώκει να προσδιορίσει τα καθοριστικά χαρακτηριστικά του τετραδιάστατου χώρου μέσω της μαθηματικής λογικής και της συλλογιστικής, αναλύοντας το πρόβλημα σε χαμηλότερες οικείες διαστάσεις, όπως για παράδειγμα τη δεύτερη και τρίτη διάσταση. Όμως, θα εστιάσουμε κυρίως προς τα αναμενόμενα αποτελέσματα της τρίτης και τέταρτης διάστασης.

-Επιπλέον, η μελέτη ερευνά την επίδραση της τέταρτης διάστασης στη σύγχρονη και σύγχρονη τέχνη, από τις αρχές του 20ου αιώνα μέχρι σήμερα.

-Γίνεται έρευνα για τις θεωρητικές προσεγγίσεις στην κατανόηση του τετραδιάστατου χώρου.

-Τέλος, θα δημιουργηθεί Video Animation βασισμένο στην θεωρία της τέταρτης χωρικής διάστασης.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1ο: Εισαγωγή

1.1 Εξοικείωση εντός του διαστατικού χώρου.....	7
1.2 Η διάκριση μεταξύ γεωμετρικού και αντιληπτικού χώρου.....	7
1.3 Οι χωρικές και χρονικές διαστάσεις του σύμπαντος.....	8

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Υπερδιαστάσεις

2.1 Εξερεύνηση της έννοιας του Υπερκύβου.....	10
2.2 Η έννοια της Υπερσφαίρας στα μαθηματικά και τη γεωμετρία	10
2.3 Μέθοδοι οπτικής αντίληψης τετραδιάστατου χώρου.....	11
2.4 Προβολή.....	11
2.5 Διέλευση.....	12
2.6 Ανάπτυξη	13

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Εξερεύνηση του διεπιστημονικού λόγου στην ιστορική εξέλιξη της έννοιας του Υπερχώρου στην επιστήμη και την τέχνη

3.1 Το Σπήλαιο του Πλάτωνα: μια ανάλυση της Φιλοσοφικής αλληγορίας και της συνάφειας της σήμερα	14
3.2 Η συνεισφορά των Stingham, Schelgel, Zollner και Slade στην Τέταρτη Χωρική Διάσταση	15
3.3 Οι συνεισφορές του Charles Howard Hinton στην φιλοσοφία του Υπερχώρου.....	16
3.4 Edwin Abbott.....	16
3.5 Η Τέταρτη Χωρική Διάσταση στις ιστορίες επιστημονικής φαντασίας του H.G.Wells	18
3.6 Ο Henri Poincare και η Τέταρτη Χωρική Διάσταση.....	18
3.7 Ο Maurice Princet και η επιρροή των ανώτερων μαθηματικών στον κυβισμό.....	18
3.8 Το ενδιαφέρον του κοινού για την Τέταρτη Χωρική διάσταση στις ΗΠΑ στις αρχές του 20ου αιώνα.....	19
3.9 Η συμβολή του Pyotr Demianovich Ouspensky στη μελέτη της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης.....	19
3.10 Η καλλιτεχνική εξερεύνηση των υψηλότερων διαστάσεων του Kazimir Malevich και η επιρροή της έννοιας του Ouspensky για τον Τετραδιάστατο Χώρο.....	20
3.11 Το πορτρέτο των σκακιστών του Duchamp και η μεταφορική του αναφορά στον Τετραδιάστατο Χώρο.....	21
3.12 Το Corpus Hypercubes του Salvador Dali και οι επιρροές του.....	22
3.13 Η επανεμφάνιση του Υπερχώρου στην επιστήμη και τον Κινηματογράφο.....	23

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Χαρακτηριστικά του Υπερχώρου

4.1 Διερεύνηση της έννοιας της δεξιάς-αριστερής ισοδυναμίας στον Υπερχώρο	24
4.2 Κατασκευή Κόμπων σε υψηλότερες διαστάσεις.....	25
4.3 Εξερεύνηση των κλασματικών διαστάσεων στην Θεωρία του Χάους και των άλλων προτεινόμενων διαστάσεων στη Φυσική και τα Μαθηματικά με του Υπερχώρους	25
4.4 Οι βασικές αρχές και οι εφαρμογές των χώρων Hilbert	28
4.5 Η θεωρία των Υπερχορδών και η αναζήτηση μιας ενοποιημένης θεωρίας του σύμπαντος	28
4.6 Διερεύνηση των θεμελιωδών στοιχείων της Μ-θεωρίας.....	29

4.7 Θεωρία των Χορδών και ανώτερες διαστάσεις	29
4.8 Υπερχρονικές διαστάσεις στις Θεωρίες Χορδών.....	31
4.9 Πολυσύμπαν και Υπερχώροι.....	31
4.10 Θεωρία των Εξελισσόμενων Διαστάσεων.....	32
4.11 Υπερσφαίρα Van Manen	33
4.12 Ο ρόλος του ήχου στην αντίληψη υψηλότερων διαστάσεων.....	34
4.13 Παραμόρφωση κυμάτων σε χωρικές διαστάσεις πέρα από την πρώτη και την Τρίτη: ανάλυση φυσικών και θεωρητικών επιπτώσεων.....	35
4.14 Η μείωση της έντασης των σφαιρικών υπερχωρικών κυμάτων σε υψηλότερες διαστάσεις.....	36
4.15 Επισκόπηση των ιδιοτήτων και των εφαρμογών των Ηχητικών κυμάτων.....	36
4.16 Βαρυτικά κύματα και Υπερχώρος: Η αλληλεπίδραση μεταξύ της Γενικής Σχετικότητας και του Χώρου υψηλότερων διαστάσεων.....	38

Συμπεράσματα.....	39
--------------------------	-----------

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Μελλοντική έρευνα.....	40
-------------------------------	-----------

5.1 Η δομή και η λειτουργία των νευρώνων και των συνάψεων στον εγκέφαλο.....	40
5.2 Ο σχεδιασμός της Χωρικής διαδρομής του ανθρώπινου εγκεφάλου επεκτείνεται σε υψηλότερες διαστάσεις.....	41

Βιβλιογραφία.....	43
--------------------------	-----------

Ιστογραφία.....	46
------------------------	-----------

Παραρτήματα.....	47
-------------------------	-----------

Σενάριο Animation.....	47
-------------------------------	-----------

Τεχνική ανάλυση Animation	54
--	-----------

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Διαστάσεις

1.1 Εξοικείωση εντός του διαστατικού χώρου

"Ο όρος "διάσταση" προέρχεται από την αρχαία ελληνική γλώσσα, συγκεκριμένα από τον όρο "δίεσται", ο οποίος υποδηλώνει τις ενέργειες του να στέκεσαι χωριστά, να στέκεσαι εναντίον και να χωρίζεις από κάτι ή κάποιον."¹

1.2 Η διάκριση μεταξύ γεωμετρικού και αντιληπτικού χώρου

Όταν μελετάμε τις διαστάσεις του χώρου, αναφερόμαστε στον χώρο που μας περιβάλλει, ο οποίος είναι εξωτερικός στο σώμα μας. Αυτός ο χώρος παρέχει διάφορα ερεθίσματα που επιτρέπουν στον εγκέφαλο να σχηματίσει αντιλήψεις αναλύοντας και συνθέτοντας τις νευρικές ώσεις που στέλνουν τα αισθητήρια όργανα όπως η όραση, η ακοή, η αφή και η οσμή, καθώς και τα απτικά όργανα στις αρθρώσεις μας. Ο προκύπτων "εσωτερικός" χώρος είναι σημαντικά διαφορετικός από τον "εξωτερικό" χώρο. Ο Mach Ernst διέκρινε το χώρο σε τρεις κατηγορίες: τον γεωμετρικό, τον αντιληπτικό και τον ψυχολογικό στα έργα του, "Ανάλυση των Αισθήσεων" (1886) και "Χώρος και Γεωμετρία" (1906). Ασχολήθηκε εκτενώς με την έννοια του ψυχολογικού χώρου. Αντίθετα, ο Henri Poincaré όρισε τα χαρακτηριστικά του γεωμετρικού χώρου, δηλώνοντας ότι είναι συνεχής, άπειρος, έχει τρεις διαστάσεις και είναι ομοιογενής στη φύση, πράγμα που σημαίνει ότι όλα τα σημεία του είναι όμοια μεταξύ τους. "Ο Poincaré ορίζει τον γεωμετρικό χώρο ως ισοτροπικό, υποδεικνύοντας ότι όλες οι γραμμές που διέρχονται από ένα δεδομένο σημείο είναι παρόμοιες μεταξύ τους.

Ο αντιληπτικός χώρος, αντίθετα, περιλαμβάνει τρεις διακριτούς χώρους: οπτικό, αφής και κινητικό. Αυτοί οι χώροι δεν είναι ούτε συνεχείς ούτε άπειροι ούτε ομοιογενείς ούτε ισοτροπικοί. Τόσο ο Poincaré όσο και ο Ernst πρότειναν ένα τρίτο είδος χώρου, που είναι ο χώρος του σύμπαντος που υπάρχει πέρα από τις προηγούμενες κατηγορίες. Είναι ένας κόσμος που είναι πέρα από τη στιγμιαία ικανότητα του ανθρώπου να αντιληφθεί μέσω των αισθήσεων.²

Ο Poincaré υποστήριξε ότι οι έννοιες του οπτικού, του αφής και του κινητικού χώρου διαμορφώνονται μέσω ενός συνδυασμού αισθήσεων που επηρεάζονται από την εμπειρία και την κληρονομικότητα.

¹Liddell, H.G. and Scott, R (1997) Μέγα Λεξικόν της Ελληνικής Γλώσσας, σελ 623

²Henderson L. D. (2013) The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art, σελ.137

Αυτοί οι συνδυασμοί μας έχουν γίνει τόσο οικείοι που δεν μπορούν να απομονωθούν.³

Ο Ouspensky παρουσιάζει μια μελέτη περίπτωσης ενός ατόμου που ήταν τυφλός από τη γέννηση και ξαναβρήκε την όρασή του σε ηλικία δεκαεπτά ετών μέσω χειρουργικής επέμβασης. Αρχικά, το άτομο αντιλαμβανόταν ένα πεδίο φωτός και ομιχλώδη αντικείμενα χωρίς διαφοροποίηση. Μετά από δύο εβδομάδες, τα μάτια τους προσαρμόστηκαν σταδιακά στο φως και μπόρεσαν να διακρίνουν αντικείμενα με μεγαλύτερη ακρίβεια. Ωστόσο, το άτομο δεν είχε την αντίληψη βάθους και προοπτικής, η οποία αποκτήθηκε μόνο μέσω της αίσθησης της αφής. Ο συνδυασμός αισθητηριακών εισροών επιτρέπει μια πιο ολοκληρωμένη αντίληψη του περιβάλλοντος. Ωστόσο, υπάρχουν περιπτώσεις όπου μπορεί να συμβεί ένας διαχωρισμός μεταξύ του ερεθίσματος και των αντίστοιχων κέντρων του εγκεφάλου, όπως όταν οι ήχοι ή η γραφή προκαλούν την αντίληψη του χρώματος. Αυτό το φαινόμενο, γνωστό ως συναισθησία, μπορεί να οδηγήσει στη συνδυασμένη εμπειρία πραγματικών ερεθισμάτων και στοιχείων που ανήκουν σε διαφορετικά αισθητήρια όργανα, ακόμη και ελλείψει των τελευταίων.⁴

1.3 Οι χωρικές και χρονικές διαστάσεις του σύμπαντος

Στα μαθηματικά, η έννοια της διάστασης αναφέρεται στον ελάχιστο αριθμό συντεταγμένων που απαιτούνται για τον προσδιορισμό οποιουδήποτε σημείου σε ένα δεδομένο χώρο ή αντικείμενο.⁵

Η Θεωρία Διαστάσεων, ένας κλάδος της γενικής τοπολογίας, οδήγησε στον ορισμό της τοπολογικής διάστασης του Brouwer το 1911, ο οποίος αργότερα ολοκληρώθηκε από τους Lebesgue και Poincaré.⁶

Γενικά, ένας χώρος έχει διάσταση d αν μπορεί να χωριστεί σε δύο παρακείμενους χώρους από ένα χώρο διάστασης $d-1$. Για παράδειγμα, μια γραμμή διάστασης 1 μπορεί να χωριστεί σε δύο τμήματα από ένα σημείο διάστασης 0, ενώ ένα επίπεδο διάστασης 2 μπορεί να χωριστεί σε δύο από μια γραμμή διάστασης 1. Στο πεδίο της Φυσικής, η διάσταση ορίζεται ως ένας ανεξάρτητος άξονας κατεύθυνσης στο διάστημα ή στο χωροχρόνο. Ο χώρος που κατοικούμε είναι τρισδιάστατος για παράδειγμα αριστερά-δεξιά, εμπρός και πίσω και πάνω και κάτω,

³Henderson L. D. (2013) *The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art*, σελ.138

⁴Ouspensky, P. D. (2005) *Tertium Organum: Ο Τρίτος Κανόνας της Σκέψης*, σελ. 142-143

⁵Schleicher, D. (2007) 'Hausdorff Dimension, its Properties, and its Surprises', σελ. 1

⁶Μεγαρίτης, Α. (2010) *Θεωρία Διαστάσεων και Καθολικοί Χώροι*. Ph.D. Thesis, σελ. 1

ενώ ο χωροχρόνος προσθέτει τον άξονα του χρόνου παρελθόν και μέλλον.⁷

Η ειδική θεωρία της σχετικότητας του Άλμπερτ Αϊνστάιν, την οποία δημοσίευσε το 1905, εισήγαγε την έννοια του χωροχρόνου, προσθέτοντας μια νέα διάσταση του χρόνου στις παραδοσιακές τρεις διαστάσεις του χώρου. Οι εξισώσεις του Αϊνστάιν ενσωματώνουν τόσο το χώρο όσο και το χρόνο, που προέρχονται από τις βασικές αρχές ότι η ταχύτητα του φωτός είναι το μέγιστο όριο ταχύτητας στη φύση και ότι είναι σταθερή για όλους τους παρατηρητές. Αυτές οι αρχές αποδεικνύουν ότι εάν δύο άτομα, Α και Β, κινούνται το ένα σε σχέση με το άλλο και εκτελούν το ίδιο πείραμα, θα έχουν τα ίδια αποτελέσματα. Ενώ οι άνθρωποι είναι πολύ αργοί για να παρατηρήσουν σημαντικές αλλαγές στις διαστάσεις σε συνηθισμένες ταχύτητες, καθώς η ταχύτητα πλησιάζει την ταχύτητα του φωτός, οι αλλαγές στην αντίληψη του χρόνου και των χωρικών διαστάσεων γίνονται ορατές.⁸

Το φαινόμενο της χρονικής επέκτασης και της συστολής μήκους μπορεί να εξηγηθεί από την έννοια του τετρανύσματος «I» που αντιπροσωπεύει την απόσταση σε τετραδιάστατο χωροχρόνο και είναι μια αμετάβλητη ποσότητα που συμφωνείται από όλους τους παρατηρητές, ανεξάρτητα από τη σχετική ταχύτητα ή τις τεχνικές μέτρησης.

Η έννοια του χωροχρόνου έχει ωθήσει αρκετούς μελετητές, συμπεριλαμβανομένου του Richard Feynman το 1949, να υποθέσουν θεωρίες που αμφισβητούν τις παραδοσιακές απόψεις της κίνησης των σωματιδίων σε σχέση με το χρόνο. Για παράδειγμα, το ποζιτρόνιο, το οποίο είναι το αντισωματίδιο ενός ηλεκτρονίου, πιστεύεται ότι κινείται αντίστροφα στο χρόνο. Οι ιδιότητες του χωροχρόνου, σύμφωνα με τη Γενική Θεωρία της σχετικότητας που διατυπώθηκε από τον Albert Einstein το 1915, εξαρτώνται από το δυναμικό της βαρύτητας.

Αυτή η θεωρία έχει τεκμηριωθεί από πειραματικές και αστρονομικές παρατηρήσεις. Επιπλέον, η βαρύτητα θεωρείται ιδιότητα του χώρου και του χρόνου και είναι μια εκδήλωση της γεωμετρίας του χωροχρόνου.⁹

Η ειδική θεωρία της σχετικότητας του Αϊνστάιν συνιστά να εγκαταλείψουμε τη συμβατική μας έννοια του χρόνου σε απόλυτη μορφή και να φανταστούμε τον τετραδιάστατο χωροχρόνο. Από την άλλη πλευρά, η Γενική Θεωρία της σχετικότητας υποδηλώνει ότι τα αντικείμενα δεν βιώνουν βαρυτικές δυνάμεις αλλά μάλλον αλληλεπιδρούν με την καμπυλότητα του γειτονικού χωροχρόνου τους. Η κλασική φυσική θεωρούσε ότι τα φυσικά φαινόμενα λαμβάνουν χώρα σε ένα στάδιο όπου ο χρόνος ρέει ανεξάρτητα από αυτά τα περιστατικά.

⁷ Henderson L. D. (2013) The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art, σελ. 138-139

⁸Ford, K. (1980) (μετ. Θεοδώρου, Γ. - Θεοδώρου, Α.) Κλασική και Σύγχρονη Φυσική, σελ 19-20

⁹Ford, K. (1980) (μετ. Θεοδώρου, Γ. - Θεοδώρου, Α.) Κλασική και Σύγχρονη Φυσική, σελ 57

Στην Ειδική Θεωρία της σχετικότητας, ο χώρος και ο χρόνος ενοποιήθηκαν για να δημιουργήσουν αδιάσπαστο χωροχρόνο, ενώ τα φυσικά φαινόμενα θεωρήθηκαν ανεξάρτητα από αυτήν την ενοποίηση. Ωστόσο, στη Γενική Θεωρία της σχετικότητας, ο χωροχρόνος και οι καμπυλότητες του είναι τα ίδια τα φαινόμενα.¹⁰

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Υπερδιαστάσεις

2.1 Εξερεύνηση της έννοιας του Υπερκύβου

Για να περιγράψουμε μαθηματικά την τέταρτη χωρική διάσταση, μπορεί κανείς να ξεκινήσει με ένα σημείο μηδενικής διάστασης και να δημιουργήσει ένα ευθύγραμμο τμήμα, σχηματίζοντας την πρώτη διάσταση. Η δεύτερη διάσταση ή επίπεδο σχηματίζεται μετακινώντας το ευθύγραμμο τμήμα κάθετα προς τον εαυτό του σε ίση απόσταση, δημιουργώντας ένα τετράγωνο. Η μετακίνηση του τετραγώνου κάθετα προς τον εαυτό του στην ίδια απόσταση σχηματίζει τον κύβο, και ως εκ τούτου την τρίτη διάσταση. Ο Υπερκύβος δημιουργείται όταν ο κύβος κινείται σε κατεύθυνση κάθετη προς οποιαδήποτε από τις γνωστές τρεις χωρικές διαστάσεις, σχηματίζοντας ένα υπερ-στερέο του οποίου η υπερ-επιφάνεια αποτελείται από οκτώ κύβους. Ωστόσο, η τέταρτη χωρική διάσταση ως κατεύθυνση δεν μπορεί να απεικονιστεί λόγω της περιορισμένης τρισδιάστατης αντίληψής μας.¹¹

Αν και η οπτική αντίληψη είναι ανεπαρκής για την κατανόηση ενός υπερκύβου, τα χαρακτηριστικά του μπορούν να περιγραφούν χρησιμοποιώντας τη μαθηματική επαγωγική μέθοδο.

Ο Υπερκύβος τις δικές του γεωμετρικές ιδιότητες, συμπεριλαμβανομένων 64 κορυφών, 32 άκρων και 24 πλευρών. Οι μαθηματικές μέθοδοι μπορούν να περιγράψουν διάφορα υπερ-στερεά με τέσσερις ή περισσότερες χωρικές διαστάσεις, δεδομένης της περιορισμένης οπτικής μας αντίληψης.¹²

2.2 Η έννοια της Υπερσφαίρας στα μαθηματικά και τη γεωμετρία

Υπερσφαίρα ορίζεται στην τέταρτη χωρική διάσταση ως το σύνολο των σημείων που απέχουν από ένα σημείο που ονομάζουμε "κέντρο".

¹⁰Ford, K. (1980) (μετ. Θεοδώρου, Γ. - Θεοδώρου, Α.) Κλασική και Σύγχρονη Φυσική, σελ 135

¹¹ Gardner, M. (1989) Mathematical Carnival, 5th ed, σελ 42-43

¹² Gardner, M. (1989) Mathematical Carnival, 5th ed, σελ 44-45

Αυτός ο ορισμός είναι ανάλογος με τον δισδιάστατο κύκλο και την τρισδιάστατη σφαίρα στον τρισδιάστατο χώρο.

Για να εκφραστεί μαθηματικά η Υπερσφαίρα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η εξίσωση $x^2 + y^2 + z^2 + \omega^2 = r^2$. Εδώ, τα x, y, z, ω αντιπροσωπεύουν τις συντεταγμένες των σημείων που βρίσκονται κατά μήκος των τεσσάρων χωρικών διαστάσεων με την αρχή των αξόνων να είναι το κέντρο της Υπερσφαίρας. Η ακτίνα r καθορίζει την ίση απόσταση των σημείων της επιφάνειας της υπερσφαίρας από το κέντρο.¹³

2.3 Μέθοδοι οπτικής αντίληψης τετραδιάστατου χώρου

Τα τετραδιάστατα σχήματα όπως ο Υπερκύβος και η Υπερσφαίρα δεν μπορούν να γίνουν άμεσα αντιληπτά στο τρισδιάστατο περιβάλλον μας, υπάρχουν όμως μέθοδοι προσέγγισης των ιδιοτήτων τους και δημιουργίας τετραδιάστατων εικόνων. Για να κατανοήσουμε πλήρως και να απεικονίσουμε αυτά τα σχήματα, θα χρειαστεί να χρησιμοποιήσουμε μαθηματικά μοντέλα¹⁴

2.4 Προβολή

Μια προσέγγιση είναι να προβάλλουμε τα τετραδιάστατα σχήματα σε τρισδιάστατο χώρο, παρόμοια με το πώς η σκιά ενός τρισδιάστατου αντικειμένου είναι ένα δισδιάστατο σχήμα σε μια επίπεδη επιφάνεια. Κρατώντας το συρμάτινο πλαίσιο ενός κύβου και ρίχνοντας τη σκιά του σε μια επίπεδη επιφάνεια από διαφορετικές γωνίες, για παράδειγμα, μπορούν να δημιουργηθούν διαφορετικά σχέδια τρισδιάστατων σκιών. Ωστόσο, τέτοιες προβολές δεν μπορούν να συλλάβουν όλες τις ιδιότητες του αρχικού τετραδιάστατου σχήματος.

Για να εξηγήσουμε περαιτέρω, φανταστείτε έναν τετραδιάστατο υπερκύβο να προβάλλεται σε τρισδιάστατο χώρο. Η προβολή θα δημιουργούσε μια σειρά τρισδιάστατων σχημάτων που αλλάζουν καθώς ο Υπερκύβος περιστρέφεται ή κινείται. Σε κάθε δεδομένη στιγμή, η τρισδιάστατη προβολή θα έδειχνε ένα σχήμα που είναι μια προβολή του υπερκύβου σε τρεις διαστάσεις. Αυτή η προβολή μπορεί να απεικονιστεί ως δύο κύβους ο ένας μέσα στον άλλο, με τον πιο εξωτερικό κύβο να είναι ο μεγαλύτερος και τον πιο εσωτερικό κύβο να είναι ο μικρότερος.

¹³Thurston, W. (1997) Three-Dimensional Geometry and Topology, σελ.32

¹⁴Τραπέρας, Δ. (2019) Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων, σελ.54

Οι άκρες κάθε κύβου συνδέονται με τις άκρες των άλλων κύβων, σχηματίζοντας ένα πολύπλοκο σχέδιο γραμμών και σχημάτων.¹⁵

Με παρόμοιο τρόπο η πράξη προβολής μιας τριδιάστατης σφαίρας σε ένα επίπεδο έχει ως αποτέλεσμα το σχηματισμό ομόκεντρων κύκλων, οι οποίοι συλλογικά αποτελούν έναν κυκλικό δίσκο.¹⁶

Όταν η υπερσφαίρα προβάλλεται σε τριδιάστατο χώρο, η απεικόνιση της χαρακτηρίζεται από μια συλλογή ομόκεντρων Τόρι, που σχηματίζουν το σύνολο της τρισδιάστατης σφαίρας¹⁷.

Ενώ αυτές οι προβολές μπορούν να μας δώσουν μια ιδέα για το πώς μπορεί να μοιάζουν τα τετραδιάστατα σχήματα, εξακολουθούν να περιορίζονται από την τρισδιάστατη αντίληψή μας.

2.5 Διέλευση

Μια διαφορετική μέθοδος προσέγγισης ενός τετραδιάστατου αντικειμένου περιλαμβάνει την εξέταση της τομής του με τον τρισδιάστατο χώρο. Για παράδειγμα, σε ένα υποθετικό σενάριο όπου κατοικούμε σε έναν δισδιάστατο κόσμο και μας επισκέπτεται ένας κύβος, θα αντιλαμβανόμαστε μόνο τη διασταύρωση του κύβου με τον διδιάστατο κόσμο μας. Εάν ο κύβος περνούσε από τον κόσμο μας με μια από τις πλευρές του παράλληλη με το επίπεδό μας, η τομή του ή το ίχνος του θα ήταν ένα τετράγωνο.¹⁸

Ομοίως, εάν ένας Υπερκύβος περνούσε από τον δικό μας τρισδιάστατο χώρο, θα μπορούσαμε να παρατηρήσουμε μόνο τη τομή του με τον χώρο μας. Εάν ο Υπερκύβος επρόκειτο να εισέλθει στο χώρο μας με μία από τις κυβικές όψεις του παράλληλα με τον τρισδιάστατο χώρο μας τότε το ίχνος του θα ήταν ένας τρισδιάστατος κύβος που θα παρέμενε για μια χρονική περίοδο μέχρι να εξαφανιστεί.¹⁹

Εάν μια σφαίρα έρθει σε επαφή και περάσει από ένα επίπεδο, το ίχνος που αφήνει στο επίπεδο θα είναι ένας κύκλος που ξεκινά από μηδενική ακτίνα, επεκτείνεται σε έναν κύκλο με την ίδια ακτίνα

¹⁵Τραπέρας, Δ. (2019) Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων, σελ.55

¹⁶Dewdney, A. K. (1986). 'Computer Recreations: A Program for Rotating Hypercubes Induces Four-dimensional Dementia'. Scientific American, σελ.14

¹⁷Dewdney, A. K. (1986). 'Computer Recreations: A Program for Rotating Hypercubes Induces Four-dimensional Dementia'. Scientific American, σελ.15

¹⁸Τραπέρας, Δ. (2019) Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων, σελ.57

¹⁹Hinton, C. H. (1906) The Fourth Dimension, σελ. 12-14

με τη σφαίρα και στη συνέχεια συστέλλεται μέχρι να εξαφανιστεί καθώς η σφαίρα εξέρχεται από το επίπεδο.

Στην περίπτωση μιας υπερσφαίρας που διέρχεται από τον τρισδιάστατο χώρο μας, θα περιμέναμε να παρατηρήσουμε μια σφαίρα με ακτίνα κοντά στο μηδέν που σταδιακά επεκτείνεται στη μέγιστη ακτίνα της και στη συνέχεια συρρικνώνεται μέχρι να εξαφανιστεί.²⁰

2.6 Ανάπτυξη

Μια τρίτη προσέγγιση για την απεικόνιση ενός τετραδιάστατου αντικειμένου περιλαμβάνει την παρατήρηση της ανάπτυξης ενός υπερ-στερεού σε τρισδιάστατο χώρο.

Η ανάπτυξη ενός τετραδιάστατου υπερκύβου, για παράδειγμα, μπορεί να προσεγγιστεί πιο αποτελεσματικά μέσω μιας επαγωγικής προσέγγισης, λαμβάνοντας υπόψη την επέκταση ενός δισδιάστατου τετραγώνου σε μια μονοδιάστατη γραμμή και ενός τρισδιάστατου κύβου σε ένα δισδιάστατο επίπεδο.²¹

Για να ξεδιπλωθεί ένα τετράγωνο σε ευθεία γραμμή, μπορεί κανείς να κόψει ένα τετράγωνο πλαίσιο στην κορυφή και στη συνέχεια να περιστρέψει το προκύπτον ευθύγραμμο τμήμα γύρω από ένα σημείο, προκαλώντας το τετράγωνο να αναπτυχθεί σε ευθεία γραμμή. Για να ξεδιπλωθεί ένας κύβος, μπορεί κανείς να φανταστεί ότι αποτελείται από τετράγωνα πλαίσια ενωμένα στις άκρες τους. Κόβοντας επτά άκρες κατά μήκος, μπορεί κανείς να ξεδιπλώσει τις τετράγωνες όψεις του κύβου, προκαλώντας την ανάπτυξη της επιφάνειάς του στο επίπεδο και σχηματίζοντας ένα σχήμα σταυρού που αποτελείται από τετράγωνα που ενώνονται μεταξύ τους. Κόβοντας διαφορετικές άκρες κάθε φορά, μπορεί κανείς να ξεδιπλώσει την πλευρική επιφάνεια του κύβου με διαφορετικούς τρόπους. Ομοίως, οι οκτώ κύβοι που αποτελούν την υπερ-επιφάνεια του υπερκύβου μπορούν να κοπούν και να ξεδιπλωθούν περιστρέφοντάς τους γύρω από οποιαδήποτε από τις κορυφές τους. Οι οκτώ κύβοι του τετραδιάστατου υπερκύβου ενώνονται στις κορυφές τους, με κάθε ένα από τα 24 τετράγωνα του υπερκύβου να είναι ένα κοινό τμήμα δύο κύβων.

Κόβοντας 17 από τα 24 τετράγωνα και διαχωρίζοντας τα ζεύγη κύβων που συνδέονται με αυτά, μπορεί κανείς να επιτρέψει στους οκτώ κύβους να περιστρέφονται γύρω από τα επτά άκοπα τετράγωνα στα οποία παραμένουν συνδεδεμένα.

²⁰Guth, A. (2013a) 'Lecture 9: The Dynamics of Homogeneous Expansion

²¹Τραπέρας, Δ. (2019) Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων, σελ.60

Ως αποτέλεσμα, και οι οκτώ κύβοι μπορούν να βρεθούν στον ίδιο τρισδιάστατο χώρο, δημιουργώντας την ανάπτυξη ενός πολυ-κύβου που αποτελείται από οκτώ τρισδιάστατους κύβους.²²

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Εξερεύνηση του διεπιστημονικού λόγου στην ιστορική εξέλιξη της έννοιας του Υπερχώρου στην επιστήμη και την τέχνη

3.1 Το Σπήλαιο του Πλάτωνα: μια ανάλυση της Φιλοσοφικής αλληγορίας και της συνάφειας της σήμερα

Ο Σωκράτης παρέχει μια περίληψη των τεσσάρων βαθμών γνώσης με τον ακόλουθο τρόπο: την κατάσταση του να είσαι αμόρφωτος ("απαιδευσία"), γνώση που μπορεί να επιτευχθεί μέσω των αισθήσεων στον ορατό κόσμο ("πίστη"), την διανοητική ή θεωρητική γνώση ("διάνοια" ή "μαθηματική εκπαίδευση") και τον υψηλότερο βαθμό γνώσης ("Νόησις"), όπου ένα άτομο συναντά "πραγματικά όντα" και τις συγκρίνει με την ανάδυση της ψυχής από τα βάθη μιας σπηλιάς στο καθαρό φως της "άνωτερης θέσης". Με βάση αυτό, ο Σωκράτης, στη συνομιλία του με τον Γλαύκωνα, στο έβδομο βιβλίο της Πολιτείας του Πλάτωνα, περιγράφει την ανθρώπινη φύση ως δεσμευμένη στα πόδια και το λαιμό, περιορίζοντας την όρασή τους μόνο σε ό, τι είναι μπροστά τους, χωρίς την ικανότητα να μπορούν να κοιτάξουν αλλού. Βρίσκονται σε μια υπόγεια σπηλιά που έχει μια είσοδο στο φως της ημέρας. Μακριά από αυτούς, σε υψηλότερο επίπεδο, υπάρχει φωτιά και οι κρατούμενοι βρίσκονται αλυσοδεμένοι σε ανηφορικό δρόμο μεταξύ της φωτιάς και των τοιχωμάτων της σπηλιάς. Αγάλματα και άλλα ομοιώματα ανθρώπων και ζώων στέκονται σε έναν τοίχο πίσω από αυτούς και η λάμψη της φωτιάς ρίχνει τις σκιές τους μπροστά στους αλυσοδεμένους ανθρώπους. Αυτές οι σκιές είναι η μόνη εικόνα που μπορούν να αντιληφθούν οι άνθρωποι και επομένως θεωρούν ότι είναι ο πραγματικός κόσμος. Αν κάποιος ελευθερωνόταν από τις αλυσίδες του, θα μπορούσε να δει πέρα από τις σκιές. Θα περπατούσε προς το φως και θα κατανοούσε τη γνήσια φύση της πραγματικότητας.

Αρχικά, συγκλονισμένος από το φως, θα έβλεπε τις σκιές πιο ξεκάθαρα, μετά τα ομοιώματα ανθρώπων και αντικειμένων και την εικόνα του όπως αντανακλάται στο νερό, και τελικά τα ίδια τα αντικείμενα. Θα κοιτούσε ψηλά και θα έβλεπε τη νύχτα, το φως των αστεριών και του φεγγαριού, και τελικά τον ίδιο τον ήλιο.

²²Gardner, M. (1989) Mathematical Carnival, 5th ed, σελ 49-50

Οι τέσσερις βαθμοί γνώσης αντιστοιχούν σε διαφορετικά στάδια αντίληψης: ο πρώτος βαθμός αντιστοιχεί στην κατάσταση ενός ανθρώπου που είναι αλυσοδεμένος στο σπήλαιο, ο δεύτερος βαθμός αντιστοιχεί στην κατάσταση απελευθέρωσης από τις αλυσίδες, ο τρίτος βαθμός αντιστοιχεί στην άνοδο στην έξοδο του σπηλαίου και ο τέταρτος βαθμός αντιστοιχεί στην αντίληψη του στερεώματος του ουρανού και του πραγματικού «ήλιου».

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, ένα μέσο αντίληψης ενός τετραδιάστατου αντικειμένου είναι η προβολή της σκιάς του σε τρισδιάστατο χώρο. Ακριβώς όπως η σκιά ενός τριδιάστατου αντικειμένου είναι δισδιάστατη, η σκιά ενός τετραδιάστατου αντικειμένου είναι τριδιάστατη. Επομένως, ο μύθος του Πλάτωνα μπορεί να ερμηνευτεί με διάφορους τρόπους και έχει σημαντική ομοιότητα με τα χαρακτηριστικά του τετραδιάστατου χώρου.²³

3.2 Η συνεισφορά των Stingham, Schelgel, Zollner και Slade στην Τέταρτη Χωρική Διάσταση

Το 1880, η δημοσίευση του "Regular Figures in n-Dimensional Space" από τον W.Stingham στο American Journal of Mathematics σηματοδότησε ένα σημαντικό γεγονός στην ιστορία της τέταρτης χωρικής διάστασης. Το έργο του επέκτεινε την έρευνα του Euler για τα πολύεδρα σε μια διάσταση παραπάνω. Μετά τον Stingham, ο Victor Schelgel δημοσίευσε πολυάριθμα άρθρα σχετικά με το θέμα σε γερμανικά, γαλλικά και ιταλικά επιστημονικά περιοδικά μεταξύ 1880 και 1890.²⁴

Την ίδια χρονιά, ο φυσικός και αστρονόμος Zollner ερεύννησε τη γεωμετρική έννοια της τέταρτης χωρικής διάστασης και δημοσίευσε δύο άρθρα σχετικά με το θέμα, στο Λονδίνο. Ωστόσο, ο Zollner κατηγορήθηκε ότι χρησιμοποιούσε ανορθόδοξες μεθόδους που ξεπερνούσαν το πεδίο της επιστήμης.

Ήταν πεπεισμένος για την ύπαρξη της τέταρτης χωρικής διάστασης μέσω επιδείξεων που διεξήχθησαν με έναν Αμερικανό πνευματιστή, τον Henry Slade. Πραγματοποίησαν πειράματα, συμπεριλαμβανομένης της γραφής σε ένα κομμάτι χαρτί που σφραγίστηκε μεταξύ δύο πλακών, το οποίο παρείχε στοιχεία για την ύπαρξη της τέταρτης χωρικής διάστασης.

Τα γεγονότα αυτά συνέβαλαν στην προώθηση της κατανόησης της τέταρτης χωρικής διάστασης και άνοιξαν νέους δρόμους για την έρευνα στον τομέα.

²³ Σπυρόπουλος Η., Πλάτων: Μύθοι, σελ.294.

²⁴ Henderson L. D. (2013) The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art, σελ.106-107

Τα έργα των Stingham, Schelgel, Zollner και Slade συνεχίζουν να επηρεάζουν έρευνα της επιστημονικής κοινότητας για τις υψηλότερες διαστάσεις του χώρου.²⁵

3.3 Οι συνεισφορές του Charles Howard Hinton στην φιλοσοφία του Υπερχώρου

Ο Charles Howard Hinton ήταν ένας Άγγλος φιλόσοφος που θεωρείται ο πρώτος φιλόσοφος των υπερχώρων. Δημοσίευσε μια σειρά άρθρων και βιβλίων από το 1880, και το έργο του κέρδισε δημοτικότητα με τη δημοσίευση του βιβλίου "Νέα Εποχή της Σκέψης" το 1888. Ο Hinton ο οποίος σπούδασε μαθηματικά και φυσική στο Πανεπιστήμιο της Οξφόρδης, υπηρέτησε ως διευθυντής σε ένα αγγλικό σχολείο στη Γιοκοχάμα της Ιαπωνίας το 1887. Αργότερα μετακόμισε στην Αμερική το 1892 και εργάστηκε σε ένα γραφείο διπλωμάτων ευρεσιτεχνίας στην Ουάσινγκτον μέχρι το θάνατό του το 1907. Οι ιδέες του έγιναν δημοφιλείς από τα γραπτά του Ouspensky στη Ρωσία και του φιλόσοφου της τέταρτης χωρικής διάστασης, Claude Bragdon.²⁶

Ο Hinton είχε την άποψη ότι ο ηλεκτρισμός είναι ένα τετραδιάστατο φαινόμενο και ότι τα θετικά και αρνητικά φορτία είναι ουσιαστικά πανομοιότυπα και το ένα ακολουθεί από το άλλο κατά τη διάρκεια της κίνησής τους σε τετραδιάστατο χώρο. Πίστευε επίσης ότι η αριστερόστροφη και δεξιόστροφη συμμετρία στην οργανική ύλη είναι απόδειξη της τέταρτης διάστασης, δεδομένου ότι είναι δυνατόν να εισέλθει στην τέταρτη διάσταση για να αλλάξει η περιστροφικότητα μιας ουσίας. Αυτό είναι το πρόβλημα του ισομερισμού που αφορά τους χημικούς, αφού μόρια της ίδιας σύνθεσης αλλά με διαφορετικές συμμετρικές ρυθμίσεις στο χώρο παρουσιάζουν διαφορετικές ιδιότητες. Επιπλέον, ο Hinton υποστήριξε ότι ο τρισδιάστατος κόσμος μας, με τη μορφή αιθέρα, είναι ουσιαστικά η διασταύρωση δύο τετραδιάστατων χώρων, κάτι που εξακολουθεί να υπάρχει σήμερα σε διάφορες θεωρίες.²⁷

3.4 Edwin Abbott

Στην Αγγλία, ο Charles Howard Hinton αναγνωρίζεται ως βασική φιγούρα στην εισαγωγή της θεωρίας της τέταρτης διάστασης στο κοινό.

²⁵ Henderson L. D. (2013) The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art, σελ.123-124

²⁶ Henderson L. D. (2013) The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art, σελ.127

²⁷ Henderson L. D. (2013) The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art, σελ.128-132

Ένα από τα πιο σημαντικά έργα στη διάδοση αυτής της θεωρίας ήταν το μυθιστόρημα του Edwin Abbott "Flatland", το οποίο δημοσιεύθηκε το 1884.²⁸

Το μυθιστόρημα απεικονίζει μια τρισδιάστατη σφαίρα που επισκέπτεται ένα διδιάστατο τετράγωνο σε ένα επίπεδο σύμπαν,

εισάγοντάς τον σταδιακά στην έννοια της τρίτης διάστασης και τελικά τον ωθεί να φανταστεί περαιτέρω διαστάσεις.

Το μυθιστόρημα εμβαθύνει στον εξαιρετικά δομημένο και ιεραρχικό κόσμο της Επιπεδοχώρας, μιας διδιάστατης κοινωνίας όπου τα όντα και τα αντικείμενα είναι κανονικά πολύγωνα, που κυμαίνονται από τρίγωνα έως κύκλους. Κάθε κοινωνική τάξη συνδέεται με ένα συγκεκριμένο σχήμα, με ισοσκελή τρίγωνα και ισόπλευρα τρίγωνα που αντιπροσωπεύουν τους στρατιώτες και τους εργάτες, αντίστοιχα. Οι ανώτερες τάξεις και οι επιστήμονες συνδέονται με τετράγωνα και άλλα κανονικά πολύγωνα με μια σειρά από πλευρές ανάλογες με την κοινωνική τους θέση, ενώ οι κύκλοι αντιπροσωπεύουν τους ιερείς και τους ηγεμόνες. Τα σπίτια στην Επιπεδοχώρα είναι πενταγωνικά και χωρίς παράθυρα, με τα τρίγωνα να απαγορεύονται από τα σχέδια οικοδόμησης της πόλης λόγω ανησυχιών για την ασφάλεια. Οι γυναίκες απεικονίζονται ως απλές ευθείες γραμμές, καταλαμβάνοντας τη χαμηλότερη θέση στην κοινωνική ιεραρχία λόγω της αορατότητάς τους και της δυνατότητάς τους να προκαλέσουν ατύχημα εάν δεν παρατηρηθούν έγκαιρα. Το μυθιστόρημα διερευνά πρακτικά ζητήματα που σχετίζονται με την καθημερινή ζωή, όπως η αναγνώριση προσώπων και αντικειμένων, η εκπαίδευση και ο ρόλος της τέχνης και του χρώματος στην κοινωνία. Στην πραγματικότητα ο Abbott ήταν επικριτικός της Βικτωριανής κοινωνίας στην οποία έζησε, γι ' αυτό αρχικά χρησιμοποίησε το ψευδώνυμο "A Square" κατά τη δημοσίευση του μυθιστορήματος. Στο δεύτερο μέρος του μυθιστορήματος, ο πρωταγωνιστής ταξιδεύει σε άλλες διαστάσεις, ξεκινώντας με μια επίσκεψη σε ένα μονοδιάστατο σύμπαν, ακολουθούμενη από μια τρισδιάστατη σφαίρα που εξηγεί την έννοια της τρίτης διάστασης στο τετράγωνο.

Το τετράγωνο τελικά φαντάζεται την ύπαρξη μιας τέταρτης διάστασης, αλλά οι προσπάθειές του να μοιραστεί αυτή την εικόνα με άλλους αντιμετωπίζονται με φόβο και απόρριψη, με αποτέλεσμα τη φυλάκισή του ως κίνδυνο για τη Δημόσια Ασφάλεια.²⁹

²⁸ Henderson L. D. (2013) The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art, σελ.5-7

²⁹ Abbott, E. (2008) *Flatland, η Επιπεδοχώρα*

3.5 Η Τέταρτη Χωρική Διάσταση στις ιστορίες επιστημονικής φαντασίας του H.G.Wells

Μεταξύ του 1895 και 1897, το ευρύ κοινό έδειξε έντονο ενδιαφέρον για την έννοια της τέταρτης διάστασης, όπως αποδεικνύεται από τη δημοτικότητα των ιστοριών επιστημονικής φαντασίας όπως H.G. Wells στην «Μηχανή του Χρόνου». Ο Wells,

ο οποίος αναγνώρισε τον χρόνο ως την τέταρτη διάσταση, χρησιμοποίησε την έννοια των υπερχώρων και σε άλλα έργα του.³⁰

3.6 Ο Henri Poincare και η Τέταρτη Χωρική Διάσταση

Μεταξύ 1902 και 1908, ο Γάλλος μαθηματικός Henri Poincaré διαδραμάτισε σημαντικό ρόλο στη διάδοση της έννοιας της απεικόνισης της τέταρτης χωρικής διάστασης και στην επιρροή της τέχνης των αρχών του 20ου αιώνα. Τα τρία βιβλία του Henri Poincaré, τα οποία δημοσιεύθηκαν κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου και επικεντρώθηκαν στη μη Ευκλείδεια γεωμετρία και τις υψηλότερες διαστάσεις, έλαβαν ευρεία αποδοχή τόσο μεταξύ ειδικών όσο και μη ειδικών. Οι δημοσιεύσεις αυτές ήταν ιδιαίτερα επίκαιρες, δεδομένου του εύφορου εδάφους για ιδέες σχετικά με την τέταρτη χωρική διάσταση που υπήρχε εκείνη την εποχή.³¹

3.7 Ο Maurice Princet και η επιρροή των ανώτερων μαθηματικών στον κυβισμό

Η θεωρία της τέταρτης χωρικής διάστασης στους Κυβιστές διαδόθηκε κυρίως μέσω του Maurice Princet. Ο Princet ήταν ασφαλιστής στο επάγγελμα αλλά είχε έντονο ενδιαφέρον για τα ανώτερα μαθηματικά. Ήταν μέρος του στενού κύκλου των γνωστών του Πικάσο που συγκεντρωνόταν στο στούντιο του καλλιτέχνη. Η ομάδα αυτή αποτελούνταν από ποιητές, αποκρυφιστές και καινοτόμους συγγραφείς μυθοπλασίας όπως ο Alfred Jarry, ο οποίος είχε δημοσιεύσει παραβολές για τη μη Ευκλείδεια γεωμετρία, την τέταρτη χωρική διάσταση και το ταξίδι στο χρόνο.

Ο Princet, ο οποίος αργότερα θα γινόταν γνωστός ως ο μαθηματικός του κυβισμού, δεν συμμετείχε συχνά στην ομάδα αλλά θα επισκεπτόταν συχνά τον Πικάσο στην κατοικία του. Την άνοιξη του 1907,

³⁰Henderson L. D. (2013) The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art, σελ.134-135

³¹Henderson L. D. (2013) The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art, σελ.147

ενώ ο Πικάσο εργαζόταν το έργο του «Les Demoiselles d'Avignon», τον άκουγε να εκθέτει τις σκέψεις του για την τέταρτη χωρική διάσταση, οι οποίες προέρχονταν κυρίως από το έργο του Poincaré.³²

Ο τρόπος με τον οποίο το έργο του Poincaré επηρέασε τον κόσμο της τέχνης μέσω του Princet έγινε μέσω του κυβισμού ως φιλοσοφικό σύστημα, μια θέση που έγινε γνωστή ως "συμβατικισμός",

όπως περιγράφεται στο βιβλίο του Poincaré *La Science et l'hypothèse*. Αυτή η θεωρία διευκρίνισε πώς οποιαδήποτε μορφή γεωμετρίας με οποιοδήποτε αριθμό διαστάσεων θα μπορούσε να αντιληφθεί διανοητικά.³³

3.8 Το ενδιαφέρον του κοινού για την Τέταρτη Χωρική διάσταση στις ΗΠΑ στις αρχές του 20ου αιώνα

Στις αρχές του εικοστού αιώνα στις Ηνωμένες Πολιτείες, η έννοια της τέταρτης χωρικής διάστασης κέρδισε ευρεία δημοτικότητα μέσω άρθρων που δημοσιεύθηκαν σε διάφορα περιοδικά, συμπεριλαμβανομένων των Popular Science Monthly και Science. Αυτό κορυφώθηκε το 1909 όταν τονεπιστημονικό αμερικανικό περιοδικό οργάνωσε έναν παγκόσμιο διαγωνισμό για να βρει την πιο προσιτή εξήγηση της τέταρτης χωρικής διάστασης. Ο διαγωνισμός αντικατοπτρίζει το αυξανόμενο ενδιαφέρον για το θέμα και την ανάγκη για μια πιο κατανοητή εξήγηση για ένα ευρύτερο κοινό. Η αυξημένη συνειδητοποίηση της τέταρτης χωρικής διάστασης κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου πυροδότησε περαιτέρω έρευνα και συζήτηση, συμβάλλοντας στην ανάπτυξη της έννοιας στην επιστημονική κοινότητα.³⁴

3.9 Η συμβολή του Pyotr Demianovich Ouspensky στη μελέτη της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης

Το 1909, ο Pyotr Demianovich Ouspensky, ο συγγραφέας του βιβλίου Tertium Organum, υπήρξε ένας σημαντικός μελετητής της τέταρτης χωρικής διάστασης.

³² Miller, A. (2002) (μετ. Πιέρρης Σπ.) Αϊνστάιν, Πικάσο: Ο Χώρος, ο Χρόνος και η Ομορφιά.σελ.14-15

³³ Miller, A. (2002) (μετ. Πιέρρης Σπ.) Αϊνστάιν, Πικάσο: Ο Χώρος, ο Χρόνος και η Ομορφιά.σελ.141

³⁴ Henderson L. D. (2013) The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art, σελ.141-142

Ο Ouspensky, ο οποίος γεννήθηκε στη Μόσχα το 1878, ενδιαφερόταν για την τέταρτη χωρική διάσταση από μικρή ηλικία. Άρχισε να μελετά τη Θεοσοφία το 1907, η οποία τον εισήγαγε στον μυστικισμό και τον εσωτερισμό. Επιδιώκοντας την αιώνια σοφία, ταξίδεψε στην Αίγυπτο, την Τουρκία, την Κεϋλάνη και την Ινδία, όπου καθιέρωσε το δικό του σύστημα σκέψης βασισμένο στην τέταρτη χωρική διάσταση. Τα βιβλία του *The Fourth Dimension* (1909) και *Tertium Organum* (1911), διερεύνουν πώς η σκέψη μέσω της τέταρτης χωρικής διάστασης θα μπορούσε να διευρύνει την αντίληψή μας για τον κόσμο.³⁵

3.10 Η καλλιτεχνική εξερεύνηση των υψηλότερων διαστάσεων του Kazimir Malevich και η επιρροή της έννοιας του Ouspensky για τον Τετραδιάστατο Χώρο

Το 1913, ο Kazimir Malevich προσπάθησε να διερευνήσει την έννοια της διάστασης, όπως φαίνεται από τους τίτλους που έδωσε στα έργα του. Οι πίνακές του, "Ρεαλισμός ενός αγοριού με σάκο: χρωματικές μάζες στην τέταρτη διάσταση" και "Ζωγραφικές μάζες μιας αγρότισσας: χρωματικές μάζες στη δεύτερη διάσταση", απεικόνιζαν δισδιάστατα ίχνη ενός τρισδιάστατου αντικειμένου που διέρχεται από διαφορετικά επίπεδα.³⁶

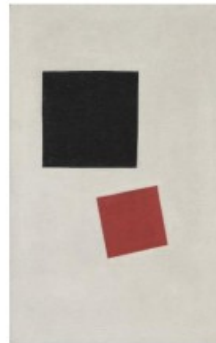
Ο Malevich και άλλοι Ρώσοι πρωτοπόροι επηρεάστηκαν βαθιά από τον Ouspensky, με τον οποίο είχαν μια ιδιαίτερη σχέση. Ο Ouspensky υποστήριξε ότι η πρώτη επαφή με τον τετραδιάστατο χώρο θα χαρακτηριζόταν από μια αίσθηση απειρίας, ένα συναίσθημα που χαρακτηρίζει επίσης τους πίνακες του Malevich. Το έργο του "Λευκό, ελεύθερο και άπειρο χάσμα" ενσωματώνει αυτή την αίσθηση της έλλειψης εμπειρίας. Μέσω της τέχνης του, ο Malevich συνέβαλε στην εξερεύνηση των υψηλότερων διαστάσεων και των δυνατοτήτων που παρουσίαζαν για καλλιτεχνική έκφραση. Τα έργα και οι ιδέες του συνεχίζουν να εμπνέουν σύγχρονους καλλιτέχνες και έχουν διαρκή επίδραση στον κόσμο της τέχνης.³⁷

³⁵ Henderson L. D. (2013) *The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art*, σελ.379

³⁶ Henderson L. D. (2013) *The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art*, σελ.416

³⁷ Henderson L. D. (2013) *The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art*, σελ.422

Ο Kazimir Malevich αναζήτησε την έννοια της διάστασης μέσα από τα έργα του. Αυτό διατυπώνεται και στους τίτλους των έργων του, όπως για παράδειγμα το έργο Painterly Realism of a Boy with a Knap Sack: Color Masses in the Fourth Dimension.



Εικόνα 1: Malevich, K. (1915) Painterly Realism of a Boy with a Knap Sack: Color Masses in the Fourth Dimension. Λάδι σε μουσαμά, 71,1 εκ. Επί 44,5 εκ., MOMA, Νέα Υόρκη

3.11 Το πορτρέτο των σκακιστών του Duchamp και η μεταφορική του αναφορά στον Τετραδιάστατο Χώρο

Ο Marcel Duchamp που ήταν γνωστός με τον Princet, αναγνώρισε τη σημαντική επιρροή της τέταρτης χωρικής διάστασης στον κυβισμό.³⁸

Ο Duchamp είχε περιορισμένες μαθηματικές γνώσεις, αλλά τον Οκτώβριο του 1911, άρχισε να ζωγραφίζει το πορτρέτο των «σκακιστών» υπό την επιρροή του Jauffret. Ο Jauffret χρησιμοποίησε το σκάκι ως μεταφορά για να διερευνήσει την έννοια του τετραδιάστατου χώρου στο πρόλογο του βιβλίου του *Traité Élémentaire de géométrie à Quatre Dimension*.³⁹

Τα έξι προσχέδια του Duchamp για το τελικό έργο παρουσίασαν πολλαπλές σκακιέρες, σκακιστές και κεφάλια ως σύμβολα των σταδίων σκέψης των παικτών. Ο πίνακας απεικονίζει ουσιαστικά τις ψυχικές και ψυχολογικές καταστάσεις των παικτών κατά τη διάρκεια ενός παιχνιδιού, αναφερόμενος στην έννοια του Jouffret για τον εσωτερικό καθρέφτη και την πνευματική σκακιέρα.⁴⁰

³⁸ Henderson L. D. (2013) *The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art*, σελ.234

³⁹ Henderson L. D. (2013) *The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art*, σελ.238

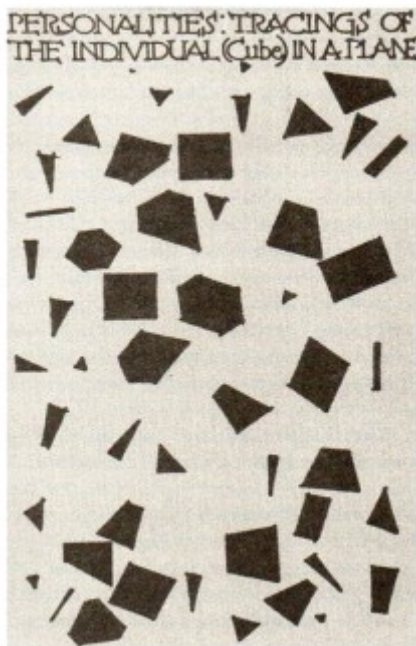
⁴⁰ Henderson L. D. (2013) *The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art*, σελ.241

3.12 Το Corpus Hypercubes του Salvador Dali και οι επιρροές του

Μεταξύ 1954 και 1960, ο Salvador Dali δημιούργησε τον πίνακά του Corpus Hypercubus, ο οποίος απεικονίζει τη σταύρωση σε ένα ανάπτυγμα του υπερκύβου, σχηματίζοντας ένα σταυρό από οκτώ κύβους. Το έργο τέχνης μεταφέρει μια ταυτόχρονη αναπαράσταση του διδιάστατου, τριδιάστατου και τετραδιάστατου χώρου, που τονίζεται από τα χέρια των σκιών του Χριστού που δημιουργούνται από μια μακρινή πηγή φωτός.⁴¹ Η έμπνευση του Dali για αυτό το έργο επηρεάστηκε από τις μελέτες του μυστικιστή Raimundo Lulio και του αρχιτέκτονα Juan de Herrera.⁴²

Επιπλέον, το έργο του Bragdon με τον τίτλο Man: a Higher Space Parable, πιθανότατα συνέβαλε επίσης στην έμπνευση του συγκεκριμένου έργου.⁴³

Ο μαθηματικός Thomas Banchoff, που υπήρξε επιστημονικός σύμβουλος του Dali επιβεβαιώνει τις ομοιότητες μεταξύ του Υπερκύβου και των αναφερόμενων έργων του.



Εικόνα 2: Τομές κύβου με επίπεδο, Bragdon, C. (1912) Personalities: Tracings of the Individual (Cube) in a Plane (πηγή: Bragdon 1912: σελ, 65).

⁴¹Gardner M., (1986) (μτφρ. Παπαδόπουλος, Θ.) *Το Πανηγύρι των Μαθηματικών*, σελ.56

⁴² Henderson L. D. (2013) *The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art*, σελ.505

⁴³ Henderson L. D. (2013) *The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art*, σελ.316



Εικόνα 3: Dali, S. (1954) Corpus Hypercubus. Λάδι σε μουσαμά, 194,3 εκ. επί 123,8 εκ., MET, Νέα Υόρκη.

3.13 Η επανεμφάνιση του Υπερχώρου στην επιστήμη και τον Κινηματογράφο

Η έννοια του υπερχώρου έχει επανεμφανιστεί στην επιστημονική κοινότητα τα τελευταία χρόνια, ειδικά από τα τέλη της δεκαετίας του 1960 μέχρι σήμερα.

Οι θεωρίες των χορδών, των υπερ-χορδών και της Μ-θεωρίας προσπαθούν να οδηγήσουν σε μια «Θεωρία των Πάντων» που να εξηγεί όλα τα φαινόμενα.

Η κινηματογραφική βιομηχανία έχει επίσης διερευνήσει την απεικόνιση της τέταρτης χωρικής διάστασης, όπως φαίνεται στην ταινία του Stanley Kubrick 2001: A Space Odyssey (1968). Η ταινία απεικονίζει την επιρροή μιας εξωγήινης μαύρης πέτρας, του "μονόλιθου",

στην ανθρώπινη εξέλιξη και ακολουθεί μια ομάδα αστροναυτών σε μια αποστολή να εξερευνήσουν έναν νέο μονόλιθο που περιστρέφεται γύρω από τον Δία.⁴⁴

Τα πρωτοποριακά οπτικά εφέ που χρησιμοποιήθηκαν για να απεικονίσουν τη μετάβαση στο υπερδιάστημα έδωσαν στην ταινία το βραβείο Όσκαρ για τα καλύτερα οπτικά εφέ.

⁴⁴Schwam, S. (2000) The Making of 2001, a Space Odyssey.

Το 2014, η ταινία *Interstellar* του Christopher Nolan αναφέρεται σε μια ομάδα αστροναυτών που ταξιδεύουν μέσα από μια σκουληκότρυπα αναζητώντας έναν κατοικήσιμο πλανήτη. Η ταινία αναφέρεται σε πενταδιάστατα όντα και σε ένα περιβάλλον σε σχήμα υπερκύβου μέσω του οποίου ο πρωταγωνιστής επικοινωνεί με την κόρη του για να σώσει την ανθρωπότητα.⁴⁵

Στη δεκαετία του 1970, καλλιτέχνες και μαθηματικοί προσπάθησαν να απεικονίσουν την τέταρτη χωρική διάσταση με τη βοήθεια της νέας τεχνολογίας. Ψηφιακές εικόνες-προβολές τετραδιάστατων σχημάτων δημιουργήθηκαν μέσω συνεργασιών μεταξύ ερευνητών, όπως ο Thomas Banchoff, ο Charles Strauss και ο David Brisson. Καλλιτέχνες όπως ο Tony Robbin και ο αρχιτέκτονας Marcos Novak διερεύνησαν επίσης νέες απόψεις του τετραδιάστατου χώρου.⁴⁶

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Χαρακτηριστικά του Υπερχώρου

4.1 Διερεύνηση της έννοιας της δεξιάς-αριστερής ισοδυναμίας στον Υπερχώρο

Στον τετραδιάστατο χώρο, μια ενδιαφέρουσα ιδιότητα είναι η ισοδυναμία μεταξύ του αριστερού και του δεξιού.

Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν δύο συμμετρικά διδιάστατα αντικείμενα σε ένα επίπεδο, ένα με το σχήμα του γράμματος "d" και το άλλο με το σχήμα του γράμματος "b". Εάν αυτά τα δύο αντικείμενα έχουν τις ίδιες διαστάσεις, δεν υπάρχει τρόπος να ταυτιστεί το ένα σχήμα με το άλλο με περιστροφή ή μετατόπιση στο επίπεδο. Μόνο όταν ένα από αυτά τα σχήματα ανυψωθεί από το επίπεδο σε τρισδιάστατο χώρο και γυρίσει ανάποδα, μπορούν να συμπίσουν με ακρίβεια.⁴⁷

Ομοίως, στον τρισδιάστατο χώρο, τα ανθρώπινα χέρια αντιπροσωπεύουν μια παρόμοια περίπτωση συμμετρικής ομοιότητας. Καμία μετατόπιση ή περιστροφή δεν μπορεί να βοηθήσει στην ταύτιση ενός γαντιού σχεδιασμένου για το δεξί χέρι με το αριστερό χέρι και αντίστροφα. Ωστόσο, αν γυρίσουμε το γάντι προς τα έξω και ανάποδα, θα ταιριάζει τέλεια στο αντίθετο χέρι.

⁴⁵<https://www.imdb.com/title/tt0816692/> (τελευταία πρόσβαση 10 Απριλίου 2023).

⁴⁶Henderson L. D. (2013) *The Fourth Dimension and Non – Euclidean Geometry in Modern Art*, σελ.505-508

⁴⁷Τραπέρας, Δ. (2019) *Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων*, σελ.62

Αν εφαρμόσουμε την ίδια τεχνική στο ανθρώπινο χέρι, δηλαδή, τραβώντας το μέσα από τον εαυτό του, θα άλλαζε το δεξί χέρι σε ένα ακριβές μοντέλο αριστερού χεριού. Αλλά μια τέτοια πράξη είναι δυνατή μόνο σε έναν χώρο υψηλότερων διαστάσεων, όπως συνέβη με τα σχήματα στο επίπεδο.⁴⁸

4.2 Κατασκευή Κόμπων σε υψηλότερες διαστάσεις

Στη δημιουργία κόμπων, μια γραμμή όπως ένα σχοινί μπορεί να δεθεί μόνο στην τρίτη χωρική διάσταση. Στη δεύτερη διάσταση, δεν υπάρχει δυνατότητα να περάσει μια γραμμή πάνω από την άλλη, δεδομένου ότι δεν υπάρχει ύψος και βάθος.

Το ίδιο, στην τέταρτη χωρική διάσταση ή σε υψηλότερη, δεν υπάρχει δυνατότητα δημιουργίας ενός κόμπου επειδή ένας κόμπος λύεται πηδώντας μια γραμμή πάνω από την άλλη στην ανώτερη διάσταση.⁴⁹

4.3 Εξερεύνηση των κλασματικών διαστάσεων στην Θεωρία του Χάους και των άλλων προτεινόμενων διαστάσεων στη Φυσική και τα Μαθηματικά με του Υπερχώρους

Από τα μέσα του 19ου αιώνα, μια έντονη διαμάχη συνεχίζεται μεταξύ των φυσικών σχετικά με τις ντετερμινιστικές και στατιστικές προοπτικές των φυσικών φαινομένων.⁵⁰ Διακεκριμένοι επιστήμονες όπως ο Newton και ο Laplace συνέβαλαν στην ίδρυση της κλασικής φυσικής που περιγράφει με τους νόμους της με ακρίβεια τα χαρακτηριστικά της κίνησης ενός σώματος.

Αν έχουμε γνώση των αρχικών συνθηκών ενός σώματος, μπορούμε να προβλέψουμε τη θέση και την ταχύτητά του μετά από ένα συγκεκριμένο χρόνο με βάση τις εξισώσεις κίνησης. Ωστόσο, επιστήμονες όπως ο Gibbs και ο Boltzmann διατύπωσαν τους νόμους της στατιστικής μηχανικής, εισάγοντας την έννοια της πιθανότητας στην περιγραφή ενός μεγάλου συστήματος πλήθους,

⁴⁸ Ouspensky, P. D. (2005) *Tertium Organum: Ο Τρίτος Κανόνας της Σκέψης*, σελ.87

⁴⁹ Knill, O., (2006) 'Unknotting a Knot in 4D.'

⁵⁰ Τραπέρας, Δ. (2019) *Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων*, σελ.64

όπως ένα αέριο, το οποίο συχνά έρχεται σε αντίθεση με τις αρχές της κλασικής φυσικής.

Ενώ υπήρχαν παραδείγματα που επιβεβαιώνουν μια θεωρία, άλλοι την αναιρούν με αποτέλεσμα ένα αδιέξοδο. Αυτό οδήγησε στην ανάπτυξη της θεωρίας του χάους με βάση την εξαιρετικά ευαίσθητη εξάρτηση της κίνησης από τις αρχικές συνθήκες.

Αυτή η θεωρία εφαρμόζεται σε συστήματα με μεγάλο αριθμό σωμάτων, όπως αυτά που απαιτούνται από τη στατιστική μηχανική. Ωστόσο, μπορεί επίσης να εφαρμοστεί στην κίνηση ενός μόνο σώματος, υπό την προϋπόθεση ότι περιγράφεται από τουλάχιστον τρεις μεταβλητές που εξαρτώνται η μία από την άλλη με μη γραμμικές δυνάμεις, όπως οι δυνάμεις πρόσκρουσης. Η συμπεριφορά ενός τέτοιου συστήματος είναι δύσκολο να προβλεφθεί λόγω της αντίστοιχης αδυναμίας μέτρησης μεγεθών που καθορίζουν τις αρχικές συνθήκες κίνησης, είτε λόγω της δυνατότητας των οργάνων μέτρησης είτε του ακριβούς προσδιορισμού αριθμών με άπειρα δεκαδικά ψηφία.

Ακόμη και μια μικρή διαφορά σε ένα ψηφίο πέρα από τη μετρητική μας ικανότητα μπορεί να παράγει εντελώς διαφορετική συμπεριφορά από τις γειτονικές τιμές. Ως εκ τούτου, ένα σύστημα μπορεί να προτιμά μια συμπεριφορά έναντι μιας άλλης για διαφορετικές αρχικές τιμές, όπως μια ομάδα σύννεφων που οδηγούν είτε σε διάλυση είτε σε βροχή για ορισμένες συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας.⁵¹

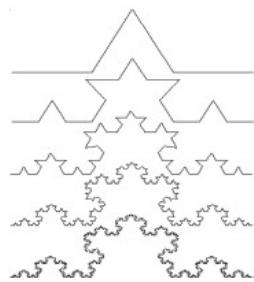
Το όριο αυτών των δύο καταστάσεων παρουσιάζει άπειρη πολυπλοκότητα και ένα ασαφές όριο με μια άπειρη δομή, η οποία επαναλαμβάνεται σε μικρότερες συνεχείς κλίμακες. Αυτό το περίγραμμα ανήκει στα γνωστά fractals, Γνωστά σχήματα fractals είναι η σκόνη του Cantor, η καμπύλη Von Koch, το τρίγωνο και το χαλί Sierpinski, και το σφουγγάρι του Menger, όπου οι κλασματικές διαστάσεις παρουσιάζουν το φαινόμενο των αυτο-όμοιων σχημάτων. Ο ουσιαστικός αριθμός διαστάσεων των αυτο-όμοιων σχημάτων που γεννιούνται από ένα fractal διαφέρει από τις συνήθεις ακέραιες διαστάσεις. Ο πατέρας των fractals είναι ο Benoit Mandelbrot. Αυτά τα αυτο-όμοια μαθηματικά σχήματα, τα οποία προκύπτουν από απλές διαδικασίες, παρουσιάζουν ιδιόμορφες ιδιότητες όπως μια άπειρη γραμμή μήκους που περιβάλλει μια πεπερασμένη περιοχή, όπως στη νιφάδα Von Koch, ή μια άπειρη επιφάνεια με μηδενικό όγκο, όπως το σφουγγάρι Menger.⁵²

⁵¹Gleick, J. (1990) (μετ. Κωνσταντίνιδης Μ.) Χάος: Μια Νέα Επιστήμη, σελ 14-15

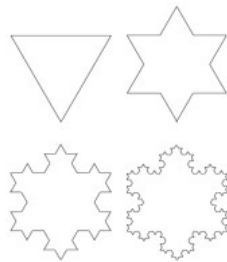
⁵²Gleick, J. (1990) (μετ. Κωνσταντίνιδης Μ.) Χάος: Μια Νέα Επιστήμη, σελ 138-139

Η κλασματική διάσταση είναι ο βαθμός μη κανονικότητας που αντιστοιχεί στην ιδιότητα του αυτο-όμοιου αντικειμένου να καταλαμβάνει χώρο. Μια απλή Ευκλείδεια και μονοδιάστατη γραμμή δεν καταλαμβάνει επίπεδο χώρο και έχει διάσταση 1. Από την άλλη πλευρά, το περίγραμμα της καμπύλης Von Koch, με το άπειρο μήκος της να ανεβαίνει σε μια πεπερασμένη επιφάνεια, καταλαμβάνει επίπεδο χώρο και έχει διάσταση περίπου 1,26.

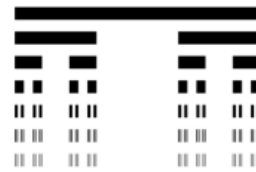
Δηλαδή έχει μεγαλύτερη της πρώτης αλλά λιγότερες από δύο διαστάσεις. Μια διάσταση μεγαλύτερη από την τρίτη χωρική διάσταση είναι ένα υπερχωρική. Έτσι, τα fractals μπορούν να προσεγγίσουν υψηλότερες διαστάσεις μέσω μιας κλασματικής διάστασης μεταξύ της τρίτης και της τέταρτης χωρικής διάστασης.⁵³



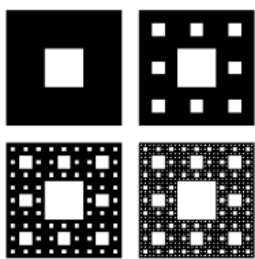
(α)



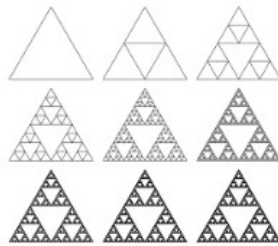
(β)



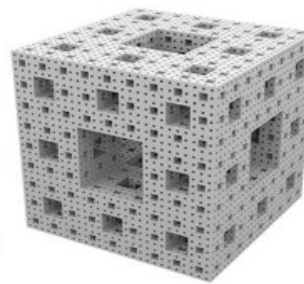
(γ)



(δ)



(ε)



(στ)

Εικόνα 4: (α) Καμπύλη Von Koch (β) Σκόνη του Cantor (γ) Νιφάδα Von Koch (δ) Χαλί Sierpinski (ε) Τρίγωνο Sierpinski (στ) Σφουγγάρι Menger (πηγή: Gleick 1990: σελ.140, 143).

⁵³ Gleick, J. (1990) (μετ. Κωνσταντίνιδης Μ.) Χάος: Μια Νέα Επιστήμη, σελ.138-139

4.4 Οι βασικές αρχές και οι εφαρμογές των χώρων Hilbert

Οι χώροι Hilbert ονομάζονται προς τιμήν του μαθηματικού David Hilbert, ο οποίος διατύπωσε για πρώτη φορά αυτή τη θεωρία στις αρχές του εικοστού αιώνα.

Ένας χώρος Hilbert είναι ένας γραμμικός διανυσματικός χώρος με άπειρες διαστάσεις, οι οποίες δεν σχετίζονται με τη φυσική έννοια της διάστασης όπως είναι κοινώς κατανοητή. Παρ' όλα αυτά, βρίσκει εφαρμογές στη φυσική, ιδιαίτερα στην κβαντική μηχανική, όπου μπορεί να περιγράψει την κατάσταση ενός φυσικού συστήματος. Η εισαγωγή της έννοιας των διανυσμάτων κατάστασης ή των KET στο χώρο του Hilbert αποδίδεται στον μαθηματικό John von Neuman το 1927.⁵⁴

Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία, για οποιαδήποτε κβαντική κατάσταση ενός φυσικού συστήματος, η οποία αντιπροσωπεύεται από μια κυματοσυνάρτηση που περιέχει πληροφορίες σχετικά με τις πιθανές καταστάσεις του συστήματος σε μια δεδομένη στιγμή,

αντιστοιχεί ένα διάνυσμα στο χώρο του Hilbert. Αυτός ο φορέας είναι γνωστός ως φορέας κατάστασης ή κλειδί.⁵⁵

4.5 Η θεωρία των Υπερχορδών και η αναζήτηση μιας ενοποιημένης θεωρίας του σύμπαντος

Στον τομέα της φυσικής, η θεωρία των υπερχορδών και η επέκτασή της, η M-θεωρία, περιγράφουν ένα σύμπαν με δέκα χωρικές διαστάσεις και μία χρονική διάσταση, καθώς και την ύπαρξη παράλληλων συμπάντων. Η παραδοσιακή άποψη της ύλης, η οποία αποτελείται από έναν τεράστιο αριθμό διαφορετικών σωματιδίων, αντικαθίσταται από την έννοια μιας ενιαίας θεμελιώδους οντότητας, της χορδής. Αυτές οι χορδές μπορεί να είναι ανοιχτές ή κλειστές, σχηματίζοντας είτε βρόχους είτε ευθείες γραμμές που μοιάζουν με ίνες. Καθώς η χορδή κινείται, παίρνει το σχήμα ενός σωλήνα ή ενός φύλλου, ανάλογα με τη διαμόρφωσή του. Επιπλέον, η χορδή είναι ικανή να ταλαντωθεί και οι διάφοροι τρόποι δόνησης αντιστοιχούν σε διαφορετικούς τύπους σωματιδίων. Η δόνηση της χορδής, γνωστή ως "νότα", μπορεί να εκδηλωθεί ως ηλεκτρόνιο, φωτόνιο ή άλλο είδος σωματιδίου. Αυτή η θεωρία περιλαμβάνει επίσης έναν τρόπο περιγραφής του βαρυτονίου,

⁵⁴ Diantith, J. and Martin, E. A. (2010) A Dictionary of Science, σελ.395

⁵⁵ Αναστόπουλος, Χ. Κβαντική Μηχανική, σελ.70

του σωματιδίου που είναι υπεύθυνο για τη δύναμη της βαρύτητας που έχει προβλεφθεί αλλά δεν έχει ακόμη ανακαλυφθεί.

Πριν την M- θεωρία, υπήρχαν δύο βασικές θεωρίες χορδών: η μποζονική θεωρία χορδών σε 26 διαστάσεις (25 χωρικές διαστάσεις και μία χρονική διάσταση) και η υπερασυμμετρική θεωρία χορδών σε 10 διαστάσεις δηλαδή εννέα χωρικές διαστάσεις και μία χρονική διάσταση.⁵⁶

4.6 Διερεύνηση των θεμελιωδών στοιχείων της M-θεωρίας

Μια σημαντική ανακάλυψη στη δεκαετία του 90 αποκάλυψε ότι οι διαφορετικές θεωρίες των Υπερχορδών μπορούν να προκύψουν ως οριακές συνθήκες μιας 11-διαστατικής θεωρίας γνωστής ως M-θεωρία. Η M-θεωρία προτείνει την ύπαρξη 10^{500} παράλληλων συμπάντων, το καθένα με το μοναδικό σύνολο φυσικών νόμων. Σε αυτή την εκδοχή της θεωρίας χορδών, ένα μικρό κενό κατά μήκος μιας τέταρτης διάστασης χωρίζει τον καθημερινό κόσμο που βιώνουμε, ο οποίος είναι τρισδιάστατος, από έναν άλλο, απρόσιτο τρισδιάστατο κόσμο που δεν μπορούμε να αντιληφθούμε μέσω των αισθήσεών μας.

Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία, τα άτομα και το φως μπορούν να κινηθούν στις τρεις γνωστές διαστάσεις του κόσμου μας, αλλά οι νόμοι της θεωρίας χορδών εμποδίζουν την κίνησή τους στην τέταρτη διάσταση. Ο δεύτερος κόσμος έχει τις μορφές της ύλης και του φωτός, αλλά δεν μπορούν να περάσουν από την πρόσθετη διάσταση. Έτσι, οι δύο κόσμοι παραμένουν εντελώς ξεχωριστοί, εκτός από την αλληλεπίδρασή τους μέσω της δύναμης της βαρύτητας.⁵⁷

4.7 Θεωρία των Χορδών και ανώτερες διαστάσεις

Το 1919, ο Theodor Kaluza παρουσίασε μια πρόταση στον Einstein που πρότεινε ότι το σύμπαν περιείχε περισσότερες από τρεις χωρικές διαστάσεις.⁵⁸

Η θεωρία του Kaluza είχε ως αποτέλεσμα την ενοποίηση της Γενικής Θεωρίας της σχετικότητας με την ηλεκτρομαγνητική θεωρία του Maxwell. Το 1926, ο Oscar Klein επέκτεινε τη θεωρία του Kaluza προτείνοντας ότι το σύμπαν αποτελούνταν όχι μόνο από τρεις εκτεταμένες διαστάσεις,

⁵⁶Cremmer E., Julia B. και Scherk J., Supergravity theory in eleven dimensions, σελ 409–412.

⁵⁷ Witten E., String theory dynamics in various dimensions, Nucl. Phys. B (443), σελ. 85-126.

⁵⁸Green, B. (2004) (μετ. Τσιαντούλας, Τ.) Το Κομψό Σύμπαν – Υπερχορδές, Κρυμμένες

αλλά και από μια καμπύλη διάσταση που ήταν δύσκολο να ανιχνευθεί λόγω του μεγέθους του που ήταν της τάξης του μήκους του Planck.⁵⁹

Ωστόσο, αυτή η θεωρία τελικά ήρθε σε αντίθεση με τα πειραματικά δεδομένα, όπως η αναλογία φορτίου προς τη μάζα του ηλεκτρονίου και παραμερίστηκε αλλά αργότερα χρησιμοποιήθηκε από τη θεωρία χορδών. Η ύπαρξη υψηλότερων διαστάσεων βρέθηκε να είναι απαραίτητη στις αρχικές θεωρίες των χορδών. Οι χορδές στην αρχική θεωρία χορδών μπορούν να ταλαντεύονται σε περισσότερες από τρεις διαστάσεις, και αυτή η θεωρία προτείνει ότι υπάρχουν δέκα διαστάσεις συνολικά, με εννέα χωρικές διαστάσεις και μία χρονική διάσταση. Η θεωρία Kaluza-Klein συμπληρώνει αυτό υποδηλώνοντας ότι έξι από αυτές τις διαστάσεις είναι καμπυλωμένες και μικροσκοπικές.⁶⁰

Διάφορες θεωρίες υποστήριζε ότι αρχικά, όλες οι διαστάσεις του σύμπαντος ήταν το μέγεθος του μήκους του Planck.

Στην αρχή του κόσμου, τρεις διαστάσεις άρχισαν να επεκτείνονται, καθώς οι χορδές και τα αντι-χορδές κρατούν την περιορισμένη διάσταση, και όταν αυτές συγκρούονται, ακυρώνουν η μία την άλλη και απελευθερώνουν τη διάσταση στην επέκταση. Οι έξι καμπύλες διαστάσεις μπορούν να πάρουν συγκεκριμένα σχήματα που ονομάζονται χώροι ή σχήματα Calabi-Yau. Αυτά τα σχήματα αποτελούνται από τρύπες διαφόρων διαστάσεων που επηρεάζουν τον τρόπο ταλάντωσης των χορδών. Εάν το σχήμα Calabi-Yau είναι καμπύλο με τρεις οπές, αυτό έχει ως αποτέλεσμα τρεις οικογένειες στοιχειωδών σωματιδίων, κάτι που συμφωνεί με τα πειραματικά δεδομένα για το δικό μας σύμπαν.⁶¹

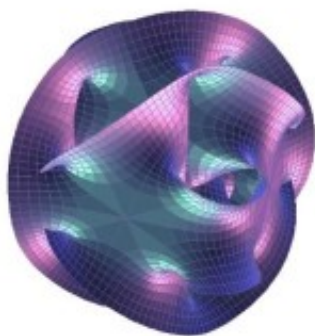
Με βάση τη σύγχρονη θεωρία των χορδών γνωστή ως M-θεωρία, υπάρχουν δέκα χωρικές διαστάσεις, εκ των οποίων επτά είναι μικροσκοπικές και καμπυλωμένες. Τα σχήματα που αφορούν αυτές τις καμπυλωμένες διαστάσεις ονομάζονται πολλαπλότητες Joyce.⁶²

⁵⁹Green, B. (2004) (μετ. Τσιαντούλας, Τ.) Το Κομψό Σύμπαν – Υπερχορδές, Κρυμμένες Διαστάσεις και το Αίτημα για μια Τελική Θεωρία, σελ.281

⁶⁰Green, B. (2004) (μετ. Τσιαντούλας, Τ.) Το Κομψό Σύμπαν – Υπερχορδές, Κρυμμένες Διαστάσεις και το Αίτημα για μια Τελική Θεωρία, σελ.294-296

⁶¹Green, B. (2004) (μετ. Τσιαντούλας, Τ.) Το Κομψό Σύμπαν – Υπερχορδές, Κρυμμένες Διαστάσεις και το Αίτημα για μια Τελική Θεωρία, σελ.302

⁶²Green, B. (2004) (μετ. Τσιαντούλας, Τ.) Το Κομψό Σύμπαν – Υπερχορδές, Κρυμμένες Διαστάσεις και το Αίτημα για μια Τελική Θεωρία, σελ.582



Εικόνα 5: Σχήμα Calabi – Yau (πηγή: Bryant).

4.8 Υπερχρονικές διαστάσεις στις Θεωρίες Χορδών

Στον τομέα της θεωρητικής φυσικής, οι έννοιες των επιπλέον χωρικών διαστάσεων και των πολλαπλών χρονικών διαστάσεων έχουν προταθεί στη θεωρία χορδών, τη θεωρία των Υπερχορδών και τη θεωρία Μ. Αυτές οι θεωρίες ισχυρίζονται ότι μπορεί να υπάρχουν περισσότερες χωρικές διαστάσεις από τις τρεις που βιώνουμε, και ότι μερικές από αυτές τις διαστάσεις μπορεί ακόμη και να είναι χρονικές.

Η ιδέα των πολλαπλών χρονικών διαστάσεων συνεπάγεται την ύπαρξη χρονικών διαστάσεων που είναι διαφορετικές από τον χρόνο που αντιλαμβανόμαστε και θα μπορούσαν ακόμη και να είναι καμπυλωμένες. Αυτό θα σήμαινε ότι ένα γεγονός θα μπορούσε να επιστρέψει συνεχώς στην αρχική του κατάσταση, ακολουθώντας την ίδια χρονική πορεία. Ωστόσο, η ενσωμάτωση πρόσθετων διαστάσεων χρόνου στις θεωρίες των χορδών υπήρξε μια πρόκληση για τους επιστήμονες και υπήρξε μικρή πρόοδος σε αυτόν τον τομέα.⁶³

4.9 Πολυσύμπαν και Υπερχώροι

Ο Andrei Linde υποστηρίζει ότι η έκρηξη στην αρχή του σύμπαντος μας (Big-Bang) θα μπορούσε να είναι ένα τυπικό φαινόμενο στο πολυσύμπαν, του οποίου το σύμπαν μας είναι ένα απλό κομμάτι. Αυτό σημαίνει ότι νέα σύμπαντα μπορεί να αναπτυχθούν στην τεράστια έκταση του πολυσύμπαντος, με αποτέλεσμα την δημιουργία κόσμων με ποικίλες επεκτεινόμενες χωρικές διαστάσεις που κυμαίνονται από το μηδέν έως το δέκα.

⁶³Green, B. (2004) (μετ. Τσιαντούλας, Τ.) Το Κομψό Σύμπαν – Υπερχορδές, Κρυμμένες Διαστάσεις και το Αίτημα για μια Τελική Θεωρία, σελ.298-299

Μέσα σε αυτά τα αποσπασμένα σύμπαντα, οι φυσικές σταθερές, τα στοιχειώδη σωματίδια και η ύλη μπορεί να διαφέρουν σημαντικά, καθορίζοντας έτσι τους φυσικούς νόμους που τα διέπουν. Για παράδειγμα, σε ένα τρισδιάστατο σύμπαν, η μάζα ενός ηλεκτρονίου μπορεί να είναι ένα χιλιοστό τοις εκατό, οδηγώντας σε ένα εντελώς διαφορετικό αποτέλεσμα που θα μπορούσε να οδηγήσει στην καταστροφή του.

Ο σχηματισμός των αστεριών, της ύλης ή ακόμα και της ζωής μπορεί να είναι αδύνατος στα περισσότερα από αυτά τα σύμπαντα, υποδεικνύοντας ότι είμαστε τυχεροί που κατοικούμε σε ένα σύμπαν που υποστηρίζει έξυπνη ζωή ικανή να το παρατηρήσει.

Η ανθρωπολογική αρχή υποστηρίζει αυτή την ιδέα και υποδηλώνει ότι το σύμπαν μας αντιπροσωπεύει μόνο μία από τις άπειρες δυνατότητες που μπορεί να πάρει. Ωστόσο, οι επιστήμονες δεν έχουν ακόμη βρει μια ενοποιημένη θεωρία που να εξηγεί την ύπαρξη όλων των πραγμάτων και συνεχίζουν να την επιδιώκουν.⁶⁴

4.10 Θεωρία των Εξελισσόμενων Διαστάσεων

Ο Jonas Mureika και ο Dejan Stojkovic πρότειναν μια συναρπαστική υπόθεση σχετικά με την προέλευση του σύμπαντος. Σύμφωνα με τη θεωρία τους, το σύμπαν ήταν αρχικά μονοδιάστατο, σαν μια ευθεία γραμμή, όταν δημιουργήθηκε από μια μεγάλη έκρηξη από ένα απειροελάχιστο σημείο. Στη συνέχεια, επεκτάθηκε σε έναν δισδιάστατο κόσμο, παρόμοιο με ένα φύλλο, πριν τελικά εξελιχθεί στον τρισδιάστατο κόσμο στον οποίο ζούμε σήμερα.

Σε ένα άρθρο που δημοσιεύθηκε στο Physical Review Letters, οι Mureika και Stojkovic προτείνουν έναν τρόπο δοκιμής της εγκυρότητας της θεωρίας τους. Προτείνουν ότι η συνεχής επέκταση του σύμπαντος θα μπορούσε ενδεχομένως να προσθέσει μια νέα, τέταρτη, διάσταση στο διάστημα. Ωστόσο, η ύπαρξη κυμάτων βαρύτητας στο πρώιμο σύμπαν θα μπορούσε να αντικρούσει αυτήν την υπόθεση. Τα κύματα βαρύτητας δεν μπορούν να υπάρχουν σε ένα μονοδιάστατο ή δισδιάστατο χώρο, και ως εκ τούτου, η απουσία οποιωνδήποτε βαρυτικών κυμάτων που ανιχνεύονται από ένα παρατηρητήριο θα υποστήριζε τη θεωρία που πρότειναν οι ερευνητές. Η θεωρία που πρότειναν οι Mureika και Stojkovic ονομάζεται θεωρία των εξελισσόμενων διαστάσεων. Υποδηλώνει ότι ο αριθμός των χωρικών διαστάσεων είναι ανάλογος με το μέγεθος του σύμπαντος.

⁶⁴Green, B. (2004) (μετ. Τσιαντούλας, Τ.) Το Κομψό Σύμπαν – Υπερχορδές, Κρυμμένες Διαστάσεις και το Αίτημα για μια Τελική Θεωρία, σελ 517-520

Με άλλα λόγια, ένα μικρότερο σύμπαν συνδέεται με λιγότερες διαστάσεις. Αυτό σημαίνει επίσης ότι μια τέταρτη χωρική διάσταση μπορεί να ανοίξει καθώς το σύμπαν συνεχίζει να επεκτείνεται. Αυτή η υπόθεση παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον για την επιστημονική κοινότητα καθώς αμφισβητεί τη συμβατική κατανόηση της εξέλιξης του σύμπαντος. Η ιδέα ότι το σύμπαν μπορεί να έχει εξελιχθεί από μια μονοδιάστατη κατάσταση σε μια τρισδιάστατη είναι αξιοσημείωτη. Η προτεινόμενη δοκιμή για την επαλήθευση της υπόθεσης είναι εξίσου ενδιαφέρουσα και τα αποτελέσματα θα μπορούσαν ενδεχομένως να ανοίξουν το δρόμο για περαιτέρω εξερεύνηση της προέλευσης του σύμπαντος.⁶⁵

4.11 Υπερσφαίρα Van Manen

Η έννοια ενός τετραδιάστατου σχήματος Υπερσφαίρας έχει αναφερθεί κυρίως στο βιβλίο του Ouspensky "Tertium Organum: the Third Canon of Thought" με το σχήμα του Johan Van Manen που συνοδεύει το κείμενό του καθώς προσπάθησε να οραματιστεί το σχήμα του Υπερκύβου. Περιέγραψε με ακρίβεια ένα σχήμα που πιστεύει ότι είναι η προβολή της Υπερσφαίρας.⁶⁶

Οι ομοιότητες μεταξύ του σχεδιασμού της "Υπερσφαίρας" και του σχήματος της, του υπερκύβου, τον οποίο ο Van Manen αναφέρει ως πηγή έμπνευσης, μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι προσεγγίζει το υπερ-στερεό με βάση την προβολή ή το ίχνος διέλευσης σε μια χαμηλότερη διάσταση - συγκεκριμένα, τρισδιάστατο χώρο.⁶⁷

Η προβολή της Υπερσφαίρας σε τρισδιάστατο χώρο παίρνει τη μορφή ενός σφαιρικού συνόλου ομόκεντρων τώρων και το ίχνος διέλευσης από τον τρισδιάστατο χώρο είναι μια γεωμετρική τρισδιάστατη σφαίρα, προτείνουμε ότι η φιγούρα του Johan Van Manen δεν περιγράφει την προβολή μιας γεωμετρικής Υπερσφαίρας.⁶⁸

Ωστόσο, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι μπορούν να υπάρχουν γεωμετρικά σχήματα που σχηματίζουν κλειστές υπερ-επιφάνειες που περικλείουν υπερ-στερεά σε υψηλότερες διαστάσεις.

⁶⁵Mureika J. and Stojkovic D. (2011) 'Detecting Vanishing Dimensions via Primordial Gravitational Wave Astro nomy'.

⁶⁶Ouspensky, P.D. (2009) Tertium Organum: The Third Canon of Thought, a Key to the Enigmas of the World, σελ.133

⁶⁷ Τραπέρας, Δ. (2019) Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων, σελ.137

⁶⁸ Τραπέρας, Δ. (2019) Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων, σελ.138

Αυτά τα σχήματα δεν μοιάζουν με την κλασική γεωμετρική περιγραφή της Υπερσφαίρας, αλλά δεν σχηματίζουν γωνίες και μπορεί να σχηματίζουν πτυχές.⁶⁹

Ως εκ τούτου, είναι πιθανό ότι ο Van Manen οραματίστηκε μια διαφορετική υπερ-επιφάνεια που περιλαμβάνει κάποιες πτυχές και προβάλλεται στην τρίτη διάσταση με παρόμοιο τρόπο με τον τρόπο που σχεδίασε την Υπερσφαίρα του.



Εικόνα 6: Η «Υπερσφαίρα» του Johan Van Manen (πηγή: Ouspensky 2009: σελ, 133)

4.12 Ο ρόλος του ήχου στην αντίληψη υψηλότερων διαστάσεων

Τα ανθρώπινα όντα μπορούν να ανιχνεύσουν αντικείμενα στο περιβάλλον τους με την όραση χωρίς καμία κίνηση ή δόνηση και συγκρίνοντας το μέγεθός τους και τις σχετικές αποστάσεις.

Ωστόσο, υπάρχουν σημαντικά μειονεκτήματα που καθιστούν την αίσθηση της ακοής απαραίτητη για την αντίληψη του χώρου. Το οπτικό πεδίο καθορίζεται κυρίως από την κεντρική όραση, η οποία καλύπτει μόνο ένα περιορισμένο μέρος του περιβάλλοντος και αποδεικνύεται ότι είναι ελλιπής σε συνθήκες ελάχιστου ή καθόλου φωτισμού.

Επιπλέον, η ύλη μπορεί να αποκρύπτεται από άλλη ύλη, καθιστώντας αδύνατη την όραση. Η όραση απαιτεί τον κατάλληλο κατευθυντικό προσανατολισμό των ματιών, του κεφαλιού και του σώματος του παρατηρητή. Ο ήχος παίζει ζωτικό ρόλο στη γνωστική αντίληψη του τρισδιάστατου χώρου, καθώς αντισταθμίζει τους περιορισμούς της όρασης.

⁶⁹ Smith, G. (2011) 'Constant curvature hyperspheres and the Euler Characteristic', σελ.3

Ενώ η αίσθηση της ακοής μπορεί να φαίνεται κατώτερη με την πρώτη ματιά, ενισχύει σημαντικά την αντίληψη του χώρου.

Επομένως, η διερεύνηση της δυνατότητας χρήσης ακουστικής για προσέγγιση υψηλότερων διαστάσεων έχει μεγάλο ενδιαφέρον. Σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι η διερεύνηση των δυνατοτήτων της ακουστικής ως προσέγγισης των υψηλότερων διαστάσεων. Εξετάζοντας τη σχέση μεταξύ ήχου και χώρου, μπορούμε να αποκτήσουμε μια βαθύτερη κατανόηση του πώς ο ήχος συμβάλλει στην αντίληψή μας για υψηλότερες διαστάσεις. Αυτή η έρευνα θα ρίξει φως στην αλληλεπίδραση μεταξύ των αισθήσεων και του ρόλου του ήχου στην αντίληψή μας για το χώρο. Τελικά, αυτή η εξερεύνηση μπορεί να οδηγήσει σε νέους δρόμους έρευνας στην ακουστική και να μας βοηθήσει να κατανοήσουμε καλύτερα την έννοια των υψηλότερων διαστάσεων.⁷⁰

4.13 Παραμόρφωση κυμάτων σε χωρικές διαστάσεις πέρα από την πρώτη και την Τρίτη: ανάλυση φυσικών και θεωρητικών επιπτώσεων

Όταν ένα κύμα διαδίδεται μέσω της γνωστής τρίτης χωρικής διάστασης, μπορεί να παρατηρηθεί ότι το φως που εκπέμπεται από μια πηγή, όπως ένας λαμπτήρας, για ακριβώς ένα δευτερόλεπτο, θα είναι ορατό σε έναν παρατηρητή σε μια ορισμένη απόσταση για ακριβώς την ίδια διάρκεια.

Αυτό το φαινόμενο δεν είναι αποκλειστικό για τα φωτεινά κύματα, αλλά ισχύει για κύματα οποιασδήποτε μορφής, συμπεριλαμβανομένων των ηχητικών κυμάτων. Αυτή η ιδιότητα είναι μοναδική για την πρώτη και την τρίτη χωρική διάσταση, καθώς τα κύματα που διαδίδονται μέσω αυτών των διαστάσεων κινούνται με σταθερή ταχύτητα, με αποτέλεσμα το προαναφερθέν αποτέλεσμα.⁷¹

Αυτό δεν συμβαίνει σε άλλες διαστάσεις, όπως η δεύτερη χωρική διάσταση, όπου ένα κύμα που παράγεται από την πτώση ενός βότσαλου στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης θα έχει ως αποτέλεσμα ένα κυκλικό-ομόκεντρο κύμα που απομακρύνεται από την πηγή

χωρίς καμία επιφανειακή παραμόρφωση πριν ή μετά το κύμα. Ωστόσο, οι παρατηρήσεις δείχνουν ότι η επιφάνεια μέσα στον κύκλο δεν θα παραμείνει ήρεμη, αλλά αντίθετα θα αναστατωθεί από

⁷⁰ Τραπέρας, Δ. (2019) Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων, σελ.119

⁷¹ Τραπέρας, Δ. (2019) Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων, σελ.63

μικρότερα κύματα πλάτους που ακολουθούν το κύριο κύμα και θα διαλυθούν με την πάροδο του χρόνου.⁷²

Ομοίως, στην τέταρτη χωρική διάσταση, όπως και στην δεύτερη χωρική διάσταση, ένα πρωτεύον κύμα θα διαδοθεί από μια αρχική διαταραχή, μαζί με δευτερεύοντα κύματα χαμηλότερης έντασης που ακολουθούν το αρχικό κύμα.⁷³

4.14 Η μείωση της έντασης των σφαιρικών υπερχωρικών κυμάτων σε υψηλότερες διαστάσεις

Προκειμένου να περιγραφεί με ακρίβεια ένα σφαιρικό κύμα στον υπερχώρο, όπως το φως ή ο ήχος, είναι απαραίτητο να ληφθεί υπόψη η έντονη μείωση της έντασης καθώς απομακρύνεται από την πηγή του. Για παράδειγμα, στον οικείο τρισδιάστατο χώρο μας, η ένταση μιας σημειακής πηγής μειώνεται αντιστρόφως με το τετράγωνο της απόστασης μας από αυτήν. Ωστόσο, για τέσσερις χωρικές διαστάσεις, η ένταση μειώνεται αντιστρόφως με την τρίτη δύναμη αυτής της απόστασης. Είναι ενδιαφέρον ότι για διαστάσεις μεγαλύτερες από τρεις, η μείωση της έντασης είναι ακόμη μεγαλύτερη. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το πλάτος του κύματος, το οποίο επηρεάζει επίσης την ένταση, περιέχει όρους που εξαρτώνται αντιστρόφως από αποστάσεις που αυξάνονται σε δυνάμεις μεγαλύτερες από τρεις.⁷⁴

4.15 Επισκόπηση των ιδιοτήτων και των εφαρμογών των Ηχητικών κυμάτων

Η διάδοση του ήχου περιλαμβάνει μια μηχανική διαταραχή που ταξιδεύει μέσα από ένα υλικό μέσο με μια συγκεκριμένη ταχύτητα. Καθώς τα μόρια μέσα στο μέσο αλληλεπιδρούν και αναπτύσσουν εσωτερικές δυνάμεις, διεγείρονται διαδοχικά και μεταδίδουν τη διαταραχή στα αισθητήρια όργανα που είναι υπεύθυνα για την ακοή, με αποτέλεσμα μια ακουστική αίσθηση. Ο ήχος είναι ικανός να μεταφέρει πληροφορίες, αλλά όταν δεν το κάνει, αναφέρεται ως θόρυβος.⁷⁵

Ο ήχος συμπεριφέρεται σαν κύμα και συμμορφώνεται με εξισώσεις που είναι ανάλογες με εκείνες άλλων τύπων κυμάτων, όπως ηλεκτρομαγνητικά και βαρυτικά κύματα. Τα ηχητικά κύματα μπορούν να είναι τριών τύπων: διαμήκη κύματα, εγκάρσια κύματα και επιφανειακά κύματα.

⁷² Math Pages (2017a) 'Huygens' Principle'.

⁷³ Morley, T. (1985) 'A Simple Proof that the World is Three-Dimensional', σελ.69-71

⁷⁴ Math Pages (2017b) 'Physics Spherical Waves in Higher Dimensions'.

⁷⁵ Σκαρλάτος, Δ. (2008) Εφαρμοσμένη Ακουστική, σελ.28

Τα διαμήκη κύματα εμφανίζονται όταν τα μόρια του μέσου ταλαντεύονται προς την ίδια κατεύθυνση με τη διάδοση του κύματος.

Τα εγκάρσια κύματα, από την άλλη πλευρά, προκύπτουν όταν τα μόρια ταλαντώνονται κάθετα προς την κατεύθυνση της διάδοσης του κύματος. Τα κύματα επιφάνειας ή κάμψης εμφανίζονται όταν διαδίδονται στην ελεύθερη επιφάνεια υγρών και στερεών και τα μόρια του μέσου φαίνεται να κινούνται σε ελλειπτικές τροχιές. Όταν ο ήχος διαδίδεται μέσω του αέρα, το κάνει ως διαμήκη κύματα; σε υγρά, μπορεί να διαδοθεί ως διαμήκη και επιφανειακά κύματα.σε στερεά, μπορεί να διαδοθεί και στους τρεις τύπους κυμάτων.⁷⁶

Όταν ο ήχος διαδίδεται μέσω του αέρα, η πηγή αναγκάζει τα μόρια του αέρα σε ταλάντωση, οδηγώντας σε αλλαγές στην αρχική ατμοσφαιρική πίεση. Ο όρος ηχητική πίεση χρησιμοποιείται συχνά για να περιγράψει τον ήχο, αναφερόμενος στην υπερπίεση ή την υποπίεση που δημιουργεί το ηχητικό κύμα σε σχέση με την ατμοσφαιρική πίεση⁷⁷. Η μέγιστη διαφορά στην στιγμιαία πίεση που δημιουργείται από το ηχητικό κύμα σε σχέση με την ατμοσφαιρική πίεση σε ένα σημείο στο διάστημα είναι γνωστή ως πλάτος πίεσης.⁷⁸

Η ταχύτητα του ήχου εξαρτάται από το μέσο μέσω του οποίου διαδίδεται και τη θερμοκρασία.

Στην περίπτωση του αέρα, είναι περίπου 340 μέτρα ανά δευτερόλεπτο, το οποίο είναι πολύ πιο αργό από την ταχύτητα διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών και βαρυτικών κυμάτων, τα οποία είναι περίπου 300 χιλιάδες χιλιόμετρα ανά δευτερόλεπτο.

Μια σημειακή πηγή δημιουργεί ένα σφαιρικό κύμα γύρω από τον εαυτό της καθώς διαδίδεται μέσω ενός ομοιογενούς και ισοτροπικού μέσου, καθώς εκπέμπει την ενέργειά του ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις.

Καθώς η απόσταση από την πηγή αυξάνεται, οι σφαιρικές επιφάνειες εκφυλίζονται σε επίπεδες και το ηχητικό κύμα μπορεί να ταξινομηθεί ως επίπεδο κύμα. Γενικά, η βαρύτητα δεν επηρεάζει σημαντικά τα ηχητικά κύματα εκτός από εκείνα με πολύ χαμηλή συχνότητα (υπερηχητικά κύματα) στα οποία έχει παρατηρηθεί ισχυρή επίδραση.⁷⁹

⁷⁶ Σκαρλάτος, Δ. (2008) Εφαρμοσμένη Ακουστική, σελ.40-41

⁷⁷ Σκαρλάτος, Δ. (2008) Εφαρμοσμένη Ακουστική, σελ.28

⁷⁸ Σκαρλάτος, Δ. (2008) Εφαρμοσμένη Ακουστική, σελ 41

⁷⁹Σκαρλάτος, Δ. (2008) Εφαρμοσμένη Ακουστική, σελ.40

4.16 Βαρυτικά κύματα και Υπερχώρος: Η αλληλεπίδραση μεταξύ της Γενικής Σχετικότητας και του Χώρου υψηλότερων διαστάσεων.

Η διάδοση του ήχου είναι αποτέλεσμα μηχανικών διαταραχών που μεταδίδονται μέσω ενός υλικού μέσου με συγκεκριμένη ταχύτητα.

Ως αποτέλεσμα των εσωτερικών δυνάμεων μεταξύ των μορίων του μέσου, η διαταραχή διεγείρεται και μεταφέρει ακουστικές αισθήσεις στο αισθητήριο της ακοής. Η κυματοειδής φύση του ήχου υπακούει σε εξισώσεις ανάλογες με εκείνες που διέπουν τα ηλεκτρομαγνητικά και βαρυτικά κύματα. Ο ήχος μπορεί να ταξινομηθεί ως θόρυβος όταν δεν ακολουθεί αυτή τη φύση που μοιάζει με κύμα. Ο ήχος διαδίδεται μέσω διαμήκων, εγκάρσιων και επιφανειακών κυμάτων στον αέρα, τα υγρά και τα στερεά. Η πηγή του ήχου δημιουργεί ένα πλάτος πίεσης που δημιουργεί κύματα ατμοσφαιρικής πίεσης. Η ταχύτητα του ήχου ποικίλλει ανάλογα με το μέσο διάδοσης και τη θερμοκρασία και είναι πολύ μικρότερη από την ταχύτητα των ηλεκτρομαγνητικών και βαρυτικών κυμάτων.⁸⁰

Σύμφωνα με τη Γενική Θεωρία της σχετικότητας, τα βαρυτικά κύματα δημιουργούνται όταν υπάρχει ένα βίαιο γεγονός σε μια κατανομή της ύλης και της ενέργειας που προκαλεί διακυμάνσεις των κυμάτων στη γεωμετρία του χωροχρόνου. Σε αντίθεση με την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, τα βαρυτικά κύματα δεν επηρεάζονται από άλλες μάζες, φορτία, μαγνητικά ή ηλεκτρικά πεδία.⁸¹

Τα βαρυτικά κύματα είναι ασθενέστερα από τις άλλες τρεις αλληλεπιδράσεις της ύλης, αλλά μπορούν να διαφύγουν σε υψηλότερες διαστάσεις με βάση τη θεωρία των χορδών. Υποτίθεται ότι ένα υπερδιάστημα θα αντιλαμβανόταν το υπερδιάστημα με τη βοήθεια ενός αισθητηριακού οργάνου για την ανίχνευση βαρυτικών κυμάτων.⁸²

Αν και οι άνθρωποι δεν μπορούν να ανιχνεύσουν βαρυτικά κύματα, συμπεριφέρονται παρόμοια με τα ηχητικά κύματα. Ένα αισθητηριακό σύστημα για την ανίχνευση αυτών των κυμάτων πιθανότατα θα μοιάζει με το ακουστικό σύστημα στη δομή και τη λειτουργία. Έτσι, η ανίχνευση βαρυτικών κυμάτων απαιτεί εξειδικευμένη τεχνολογία και εξοπλισμό, μη προσβάσιμο στο ανθρώπινο σώμα.⁸³

⁸⁰Τραπέρας, Δ. (2019) Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων, σελ.124

⁸¹Knispel, B. and Müller, E. (2016) 'Gravitational Waves Detected 100 Years After Einstein's Prediction'. Albert Einstein Institute Hannover.

⁸²Farag, A. A., Faizal, M. and Khalil, M. (2015) 'Absence of Black Holes at LHC due to Gravity's Rainbow'

⁸³Knispel, B. and Reiche, J. (2014) 'LISA Pathfinder Displayed for the First Time at the ILA'. Albert Einstein Institute Hannover.

Συμπεράσματα

Αρχικά, η τέταρτη διάσταση ήταν σύμβολο ελευθερίας για καλλιτέχνες που επιθυμούσαν να προχωρήσουν πέρα από τους περιορισμούς της προοπτικής. Στην εποχή της Αναγέννησης, η τέχνη βασίστηκε σε ένα σύστημα προοπτικής για την αναπαράσταση τρισδιάστατων αντικειμένων σε μια δισδιάστατη επιφάνεια. Ωστόσο, οι καλλιτέχνες άρχισαν να απορρίπτουν αυτό το σύστημα αγκαλιάζοντας τη φιλοσοφία του υπερδιαστήματος και ενσωματώνοντας την έννοια του χρόνου, η οποία έγινε θεμελιώδης πτυχή της κίνησης.

Αρκετές δεκαετίες αργότερα, οι Ηνωμένες Πολιτείες είδαν μια αναζωπύρωση του ενδιαφέροντος για την τέταρτη διάσταση. Αυτό το ανανεωμένο ενδιαφέρον τροφοδοτήθηκε εν μέρει από δημοσιεύσεις σε εφημερίδες και περιοδικά. Καλλιτέχνες όπως ο Duchamp, ο Dali που έδειξε ενδιαφέρον για τον υπερκύβο σε έργα του.

Από τα τέλη του 20ου αιώνα μέχρι την σύγχρονη εποχή, οι καλλιτέχνες συνέχισαν να διερευνούν το θέμα της Τέταρτης Διάστασης χρησιμοποιώντας νέες τεχνολογίες όπως τα γραφικά υπολογιστών και η εικονική πραγματικότητα. Η συνεργασία μεταξύ καλλιτεχνών και επιστημόνων άνοιξε νέους δρόμους έρευνας και οδήγησε σε περαιτέρω καινοτομία σε αυτόν τον τομέα μελέτης.

Στην Πτυχιακή εργασία αναφέρθηκαν σημαντικά στοιχεία και γεγονότα της Τέταρτης Χωρικής Διάστασης. Έγινε προσπάθεια απεικόνισης και κατανόησης των ανώτερων διαστάσεων μέσω από τις θεωρίες αλλά και από την δημιουργία Video Animation με την γάτα του Picasso. Παράλληλα στο έργο, προστέθηκαν στοιχεία από την Τέταρτη Διάσταση όπως η δεξιάς-αριστερής ισοδυναμίας στον Υπερχώρο με τα γράμματα b και d και η αδυναμία δημιουργίας κόμπου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Μελλοντική έρευνα

Σίγουρα η Τέταρτη Χωρική Διάσταση είναι ένα θέμα που θα απασχολήσει περισσότερο ακόμη στο μέλλον και θα τεθούν νέα ερωτήματα.

Υπάρχει η δυνατότητα αντίληψης του Υπερχώρου;

5.1 Η δομή και η λειτουργία των νευρώνων και των συνάψεων στον εγκέφαλο

Ο εγκέφαλος αποτελείται από έναν τεράστιο αριθμό νευρώνων, οι οποίοι είναι εξειδικευμένα νευρικά κύτταρα που χαρακτηρίζονται από το εξαιρετικά ασύμμετρο σχήμα τους.

Κάθε νευρώνας αποτελείται από τρία κύρια συστατικά, δηλαδή το κυτταρικό σώμα που στεγάζει τον πυρήνα και χρησιμεύει ως κέντρο επεξεργασίας για εισερχόμενα σήματα, το νευροαξόνιο ή τον νευρίτη που εκτείνεται από το κυτταρικό σώμα και μεταδίδει σήματα σε άλλους νευρώνες και τους δενδρίτες που είναι διακλαδισμένες επεκτάσεις που λαμβάνουν σήματα από άλλους νευρώνες. Οι νευρώνες επικοινωνούν μεταξύ τους στις συνάψεις, τα σημεία όπου το νευροαξόνιο ενός νευρώνα συνδέεται με τους δενδρίτες ενός άλλου νευρώνα. Η ισχύς μιας συνάψεως μπορεί να ποικίλει ανάλογα με την ποσότητα του χημικού υλικού που παράγει και το συνολικό σήμα που λαμβάνεται από έναν νευρώνα καθορίζει εάν θα βρίσκεται σε διεγερμένη ή ανασταλμένη κατάσταση. Οι πληροφορίες στον εγκέφαλο αποθηκεύονται τροποποιώντας τη δύναμη των συνάψεων και δημιουργώντας νέες, έτσι λειτουργούν τα βιολογικά νευρωνικά δίκτυα⁸⁴.

Η σχέση μεταξύ της δομής του εγκεφάλου και της εμφάνισης πληροφοριών μπορεί να μελετηθεί για την καλύτερη κατανόηση της ανθρώπινης αντίληψης. Το έργο Blue Brain στην Ελβετία ανακάλυψε υπερ-γεωμετρικές δομές στα νευρικά δίκτυα του εγκεφάλου.

Δημιούργησαν γραφήματα νευρωνικών δικτύων που αντικατοπτρίζουν τη ροή πληροφοριών μέσω συνάψεων και τα ανέλυσαν χρησιμοποιώντας Αλγεβρική Τοπολογία. Αυτή η προσέγγιση αποκάλυψε μια εξαιρετικά περίπλοκη και προηγουμένως αόρατη τοπολογία της συναπτικής συνδεσιμότητας των νευρώνων στο νεοφλοιό, το πιο εξελιγμένο τμήμα του εγκεφάλου.⁸⁵

⁸⁴ Forouzan, B. and Mosharraf F. (2010) Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών, σελ.706

⁸⁵ Τραπέρας, Δ. (2019) Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων, σελ.77

Το συναπτικό δίκτυο αποτελείται από ομάδες νευρώνων που συνδέονται με κοιλότητες και χαρακτηρίζονται από συνολική δραστηριότητα που ανταποκρίνεται σε ερεθίσματα.

Οι νευρώνες συνδέονται μεταξύ τους σε λειτουργικές ομάδες και κοιλότητες που εξελίσσονται προς μια στερεοτυπική πολυπλοκότητα την οποία μπορεί να περιγράψει η Αλγεβρική Τοπολογία. Αυτά τα ευρήματα υποδηλώνουν ότι ο εγκέφαλος επεξεργάζεται ερεθίσματα που σχηματίζουν όλο και πιο πολύπλοκες λειτουργικές ομάδες και κοιλότητες νευρώνων που αντιστοιχούν τοπολογικά σε υψηλότερες διαστάσεις.⁸⁶

5.2 Ο σχεδιασμός της Χωρικής διαδρομής του ανθρώπινου εγκεφάλου επεκτείνεται σε υψηλότερες διαστάσεις

Σύμφωνα με τους Aflalo και Graziano του Πανεπιστημίου Princeton, η ικανότητα σχεδιασμού χωρικών διαδρομών των ανθρώπων εκτείνεται πέρα από τον τρισδιάστατο χώρο και περιλαμβάνει τη δημιουργία "κανόνων" για τον χειρισμό χωρικών πληροφοριών σε υψηλότερες διαστάσεις. Μια κοινή μέθοδος για τη δοκιμή αυτής της ικανότητας είναι η εύρεση της συντομότερης διαδρομής μεταξύ των σημείων έναρξης και λήξης μιας τυχαίας βόλτας σε ένα δεδομένο χώρο.

Σε ένα εικονικό περιβάλλον με τη μορφή ενός βιντεοπαιχνιδιού, μια ομάδα ατόμων περιηγήθηκε σε ένα διάδρομο δύο, τριών και τεσσάρων χωρικών διαστάσεων που αποτελούνταν από ευθείες και στροφές 90 μοιρών. Στον τετραδιάστατο διάδρομο, οι δυνατότητες κίνησης περιλάμβαναν από μπροστά προς τα πίσω, από πάνω προς τα κάτω, από αριστερά προς τα δεξιά για τις τρεις χωρικές διαστάσεις και ζεστό (κόκκινο) έως κρύο (μπλε) για το τέταρτο.

Ο χρήστης βίωσε το διάδρομο από την οπτική γωνία του πρώτου προσώπου, σαν να περπατούσε μέσα από αυτό. Στο τέλος του παιχνιδιού, ο χρήστης κλήθηκε να υποδείξει την είσοδο στο διάδρομο δείχνοντας ένα βέλος, χωρίς να δει μια εξωτερική άποψη της διαδρομής που ακολούθησε. Ο βαθμός στον οποίο το βέλος αποκλίνει από την πραγματική θέση εισόδου χρησιμοποιήθηκε ως μέτρο της ικανότητας του συμμετέχοντα να επιλέξει μια βέλτιστη διαδρομή σε αυτόν τον χώρο.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι ο ανθρώπινος εγκέφαλος είναι εξίσου ικανός να ανταποκριθεί στον τετραδιάστατο χώρο, καθώς μπορεί να υπολογίσει θέσεις και αποστάσεις ανεξάρτητα από τις κινήσεις και τις περιστροφές του.

⁸⁶ Reimann, M.W., Nolte, M., Scolamiero, M., Turner, K., Perin, R., Chindemi, G., Dłotko, P., Levi, R., Hess, K. and Markram, H. (2017) 'Cliques of Neurons Bound into Cavities Provide a Missing Link between Structure and Function'. *Frontier in Computational Neuroscience*

Παρά το γεγονός ότι έχει εξελιχθεί σε έναν τρισδιάστατο χώρο, η τοπολογική ερμηνεία των ερεθισμάτων φαίνεται λειτουργική για υψηλότερους, άγνωστους χώρους⁸⁷.

⁸⁷ Aflalo, T. N. and Graziano, M. S. A. (2008) 'Four-Dimensional Spatial Reasoning in Humans'. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, Vol. 34.

Βιβλιογραφία

Abbott, E. (2008) (μτφρ. Μαράκη, Φ.) *Flatland, η Επιπεδοχώρα*. Αθήνα: Αιώρα.

Aflalo, T. N. and Graziano, M. S. A. (2008) 'Four-Dimensional Spatial Reasoning in Humans'. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, Vol. 34, No. 5, 1066–1077, DOI: 10.1037/0096-1523.34.5.1066

Bragdon, C. F. (1913) *A Primer of Higher Space (The Fourth Dimension)*. N.Y. Rochester: Manas Press.

Cremmer E., Julia B. και Scherk J., (1978). Supergravity theory in eleven dimensions, *Physics Letters B* 76, σελ. 409-412.

Dewdney, A. K. (1986). 'Computer Recreations: A Program for Rotating Hypercubes Induces Four-dimensional Dementia'. *Scientific American* Vol. 254, No. 4 (April 1986), pp. 14-23.

Diantith, J. and Martin, E. A. (2010) *A Dicionary of Science*. New York: Oxford University Press.

Farag, A. A., Faizal, M. and Khalil, M. (2015) 'Absence of Black Holes at LHC due to Gravity's Rainbow'. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 24 Απριλίου 2023].
<http://arxiv.org/pdf/1410.4765.pdf>

Forouzan, B. and Mosharraf F. (2010) (μετ. Καναβός Π., Καρτσακλής Δ.) Εισαγωγή στην Επιστήμη των Υπολογιστών, 2η εκδ.. Αθήνα: Κλειδάριθμος.

Green, B. (2004) (μετ. Τσιαντούλας, Τ.) *Το Κομψό Σύμπαν – Υπερχορδές, Κρυμμένες Διαστάσεις και το Αίτημα για μια Τελική Θεωρία*. Αθήνα: Ωκεανίδα.

Gardner M., (1986) (μτφρ. Παπαδόπουλος, Θ.) *Το Πανηγύρι των Μαθηματικών*. Αθήνα: Τροχαλία.

Gardner, M. (1989) *Mathematical Carnival*, 5th ed.. Washington D.C.: The Mathematical Association of America.

Gleick, J. (1990) (μετ. Κωνσταντίνιδης Μ.) Χάος: Μια Νέα Επιστήμη. Αθήνα: Κάτοπτρο.
Σπυρόπουλος, Η. (2003) Πλάτων: Μύθοι. Θεσσαλονίκη: Ζήτρος.

Guth, A. (2013a) 'Lecture 9: The Dynamics of Homogeneous Expansion, Part V'. MIT Open Courseware, MIT. [Online] [Τελευταία πρόσβαση 2 Απριλίου 2023].
<https://ocw.mit.edu/courses/physics/8-286-the-early-universe-fall-2013/video-lectures/lecture-9-the-dynamics-of-homogeneous-expansion-part-v/>

Henderson, L. D. (2013) *The Fourth Dimension and Non-Euclidean Geometry in Modern Art*. Cambridge, Mass.: MIT Press.

Hinton, C. H. (1888) *A New Era of Thought*. London: Swan Sonnenschein & Co.

Hinton, C. H. (1904) *The Fourth Dimension*. London: Swan Sonnenschein & Co, New York: John Lane.

Hinton, C. H. (1906) *The Fourth Dimension*, 2nd ed.. London: Swan Sonnenschein & Co.

Knill, O., (2006) 'Unknotting a Knot in 4D.' Harvard University Mathematics, Math 21a, Spring 2006. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 11 Απριλίου 2023]
http://www.math.harvard.edu/archive/21a_spring_06/exhibits/unknotting/index.html

Knispel, B. and Müller, E. (2016) 'Gravitational Waves Detected 100 Years After Einstein's Prediction'. Albert Einstein Institute Hannover. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 24 Απριλίου 2023] <http://www.aei.mpg.de/gwdetection>

Knispel, B. and Reiche, J. (2014) 'LISA Pathfinder Displayed for the First Time at the ILA'. Albert Einstein Institute Hannover. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 24 Απριλίου 2023] http://www.aei.mpg.de/1500595/LPF_ILA2014

Liddell, H.G. and Scott, R (1997) (μετ. Μόσχος Ξ.) Μέγα Λεξικόν της Ελληνικής Γλώσσης. Αθήνα: Σιδέρης.

Math Pages (2017a) 'Huygens' Principle'. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 22 Απριλίου Δεκεμβρίου 2023]. <http://www.mathpages.com/home/kmath242/kmath242.htm>Pages (2017a)

Math Pages (2017b) 'Physics Spherical Waves in Higher Dimensions'. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 22 Απριλίου 2023]. <http://www.mathpages.com/home/kmath614/kmath614.htm>

'Huygens' Principle'. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 22 Απριλίου 2022]. <http://www.mathpages.com/home/kmath242/kmath242.htm>

Miller, A. (2002) (μετ. Πιέρρης Σπ.) Αϊνστάιν, Πικάσο: Ο Χώρος, ο Χρόνος και η Ομορφιά. Αθήνα: Τραυλός.

Morley, T. (1985) 'A Simple Proof that the World is Three-Dimensional'. SIAM review, 27:1, pp. 69-71.

Mureika J. and Stojkovic D. (2011) 'Detecting Vanishing Dimensions via Primordial Gravitational Wave Astronomy'. Phys. Rev. Lett. 106: 101101, 2011, DOI:10.1103/PhysRevLett.106.101101 .

Reimann, M.W., Nolte, M., Scolamiero, M., Turner, K., Perin, R., Chindemi, G., Dłotko, P., Levi, R., Hess, K. and Markram, H. (2017) 'Cliques of Neurons Bound into Cavities Provide a Missing Link between Structure and Function'. Frontier in Computational Neuroscience 11:48. DOI: 10.3389/fncom.2017.00048.

Ouspensky, P. D. (2005) (μτφρ. Νάνου, Α.) *Tertium Organum: Ο Τρίτος Κανόνας της Σκέψης*. Αθήνα: Πύρινος Κόσμος.

Ouspensky, P.D. (2009) *Tertium Organum: The Third Canon of Thought, a Key to the Enigmas of the World*. New York: Cosimo Classics.

Schwam, S. (2000) *The Making of 2001, a Space Odyssey*. New York: Modern Library.

Schleicher, D. (2007) 'Hausdorff Dimension, its Properties, and its Surprises'. American Mathematical Monthly. [Online] arXiv:math/0505099v2 [math.DS]. [Τελευταία πρόσβαση στις 1 Απριλίου 2023]. <https://arxiv.org/abs/math/0505099>

Thurston, W. (1997) Three-Dimensional Geometry and Topology (vol.1). New Jersey: Princeton University Press.

Αναστόπουλος, Χ. Κβαντική Μηχανική. [Online] [Τελευταία πρόσβαση στις 12 Απριλίου 2023] Πάτρα: Τμήμα Φυσικής, Πανεπιστήμιο Πατρών. https://eclass.upatras.gr/modules/document/file.php/PHY1946/quantum_book.pdf%20

Μεγαρίτης, Α. (2010) Θεωρία Διαστάσεων και Καθολικοί Χώροι. Ph.D. Thesis, Πάτρα: Πανεπιστήμιο Πατρών, Σχολή Θετικών Επιστημών, Τμήμα Μαθηματικών.

Πλάτων (περ. 380 π.Χ./2002) (μτφρ. Σκουτερόπουλος, Ν.) Πολιτεία. Αθήνα: Πόλις.

Τραπέρας, Δ. (2019) Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων. Κέρκυρα: Ιόνιο Πανεπιστήμιο. (Διαθέσιμο και στο Εθνικό Αρχείο Διδακτορικών Διατριβών. [Online])

Ιστογραφία

<https://www.imdb.com/title/tt0816692/> (Τελευταία πρόσβαση στις 10 Απριλίου 2023)

<https://www.thoughtco.com/cubism-art-history-183315> (Τελευταία πρόσβαση στις 24 Μαΐου 2023)

<https://www.wikiart.org/en/pablo-picasso/cat-catching-a-bird-1939> (Τελευταία πρόσβαση στις 24 Μαΐου 2023)

<https://www.museothyssen.org/coleccion/artistas/braque-georges/parque-carrieres-saint-denis> (Τελευταία πρόσβαση στις 24 Μαΐου 2023)

<https://www.flickr.com/photos/32357038@N08/5192737819> (Τελευταία πρόσβαση στις 24 Μαΐου 2023)

ΛΗΨΕΙΣ ΗΧΟΥ

Kevin MacLeod Sneaky Snitch. <https://soundcloud.com/user-508790255/kevin-macleod-sneaky-snitch> (Τελευταία πρόσβαση στις 24 Μαΐου 2023)

<https://pixabay.com/sound-effects/> (Τελευταία πρόσβαση στις 24 Μαΐου 2023)

Παραρτήματα

Link Animation: https://youtu.be/V5y-Dp_ESJs

Σενάριο Animation

Πηγή έμπνευσης για την δημιουργία Animation ήταν το έργο του Pablo Picasso "η γάτα πιάνει ένα πουλί"⁸⁸. Μέσα από το έργο του δημιουργήθηκε σενάριο με αρκετά χαρακτηριστικά που αφορούν την Τέταρτη Χωρική διάσταση. Επίσης υπάρχει εντόνο στοιχείο κυβισμού, που για την ιστορία ξεκίνησε πρώτα ως ιδέα και έπειτα έγινε στυλ για πολλούς καλλιτέχνες. Ο κυβισμός έχει τρία βασικά χαρακτηριστικά πρώτο και βασικό την γεωμετρία, ταυτόχρονη με πολλαπλές όψεις και το πέρασμα. Με την βοήθεια του κυβισμού έγινε προσπάθεια οπτικής (με εννοιολογικούς όρους) της Τέταρτης Χωρικής διάστασης⁸⁹. Ακολουθεί το σενάριο και η ανάλυση της κάθε σκηνής ξεχωριστά. Το Video Animation υλοποιήθηκε με το πρόγραμμα Blender.



Εικόνα 1 έργο Picasso "η γάτα πιάνει ένα πουλί"

⁸⁸ <https://www.wikiart.org/en/pablo-picasso/cat-catching-a-bird-1939> (Τελευταία πρόσβαση στις 24 Μαΐου 2023)

⁸⁹ <https://www.thoughtco.com/cubism-art-history-183315> (Τελευταία πρόσβαση στις 24 Μαΐου 2023)

Πρώτη σκηνή: Η γάτα είναι ξαπλωμένη κοιμάται, ανοίγει το ένα μάτι και μετά το άλλο που είναι κυβιστικά, και σαρώνει με αυτά το χώρο. Σηκώνεται και τεντώνεται.

Βλέπουμε στην παρακάτω εικόνα έχει χρησιμοποιηθεί ως background το έργο του Paul Cézanne. Δείχνει ότι η γάτα ξαπλώνει στο τραπέζι πάνω στα αντικείμενα⁹⁰.



Εικόνα 2 Πρώτη σκηνή, η γάτα ξαπλωμένη



Εικόνα 3 Πρώτη σκηνή, η γάτα τεντώνεται

Δεύτερη σκηνή: Η Γάτα προχωράει και βρίσκει ένα τετραδιάστατο κόμπο και αφού το επεξεργάζεται με το πόδι της με περιέργεια αρχίζει να παίζει μαζί του πηδώντας γύρω του και μετά προσπαθεί με το στόμα της τραβώντας να το λύσει κουνώντας το κεφάλι περα δώθε. Στην Τέταρτη

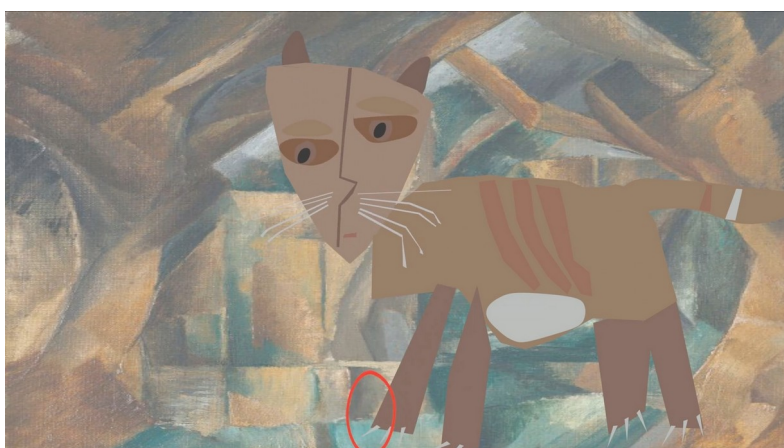
⁹⁰ <https://www.thoughtco.com/cubism-art-history-183315> (Τελευταία πρόσβαση στις 24 Μαΐου 2023)

Διάσταση δεν υπάρχει η δυνατότητα δημιουργίας ενός κόμπου επειδή ένας κόμπος επιλύεται πηδώντας μια γραμμή πάνω από την άλλη στην ανώτερη διάσταση.⁹¹

Ως Background έχει χρησιμοποιηθεί το έργο του Georges Braque *El parque de Carrières-Saint-Denis*. Λάδι σε καμβά.⁹²



Εικόνα 4 η γάτα παίζει με τον Κόμπο



Εικόνα 5 Αδυναμία δημιουργίας Κόμπου

⁹¹Knill, O., (2006) 'Unknotting a Knot in 4D.'

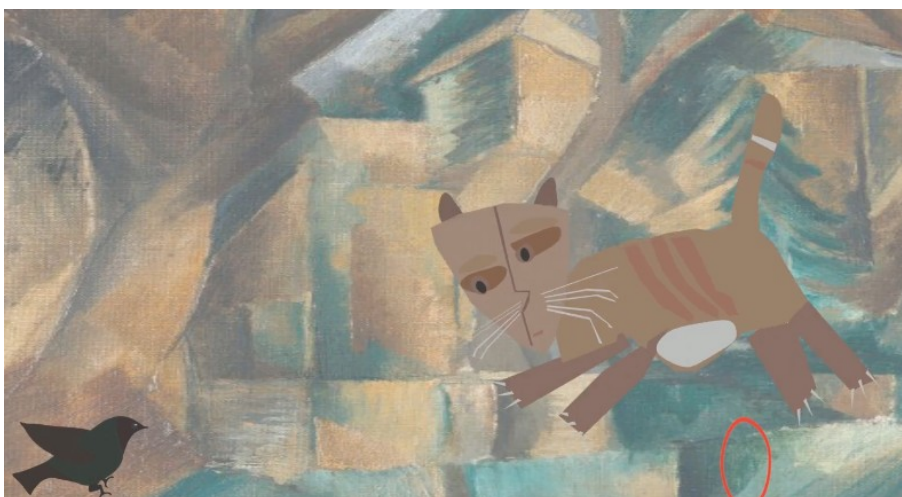
⁹² <https://www.museothyssen.org/coleccion/artistas/braque-georges/parque-carrieres-saint-denis> (Τελευταία πρόσβαση στις 24 Μαΐου 2023)

Τρίτη σκηνή: Την στιγμή που η γάτα παίζει με τον κόμπο εμφανίζεται ένα πουλί στον αέρα και στρέφει την προσοχή της εκεί. Το πουλί κάθεται στην άλλη πλευρά της εικόνας και αρχίζει να κελαηδάει με τετραδιάστατο- κυβιστικό ήχο. Στον ήχο έγινε προσπάθεια ώστε οι χαρακτήρες να ακούγονται από μία άλλη ανώτερη διάσταση από αυτήν που είμαστε εμείς σήμερα.



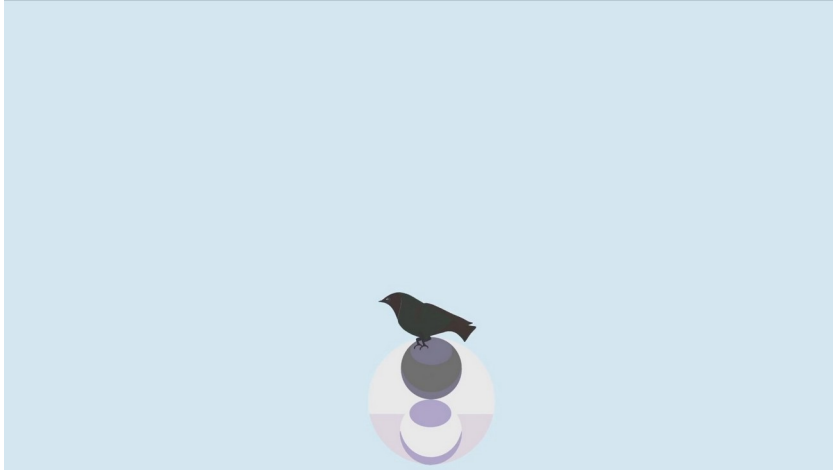
Εικόνα 6 Το πουλί

Τέταρτη σκηνή: Η γάτα σιγά σιγά προσεγγίζει το πουλί για να το φάει αλλά τελευταία στιγμή της ξεφεύγει και αρχίζει ένα κυνηγητό κατά το οποίο η γάτα και το πουλί εμφανίζονται και εξαφανίζονται από το καρέ δεξιά και αριστερά.



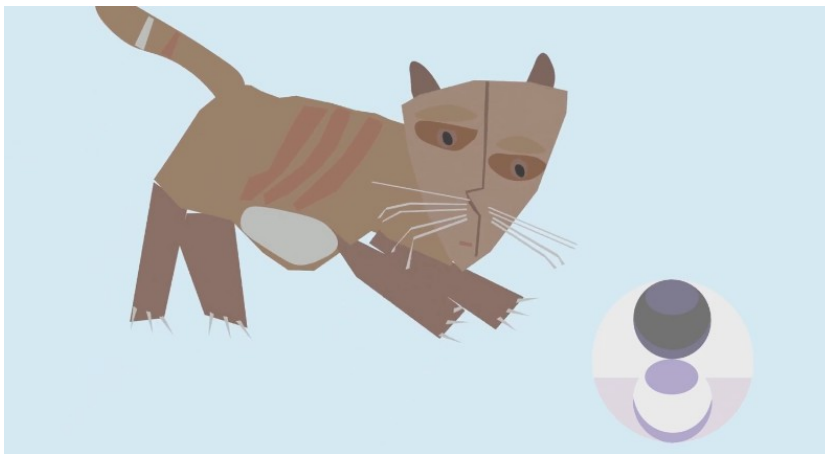
Εικόνα 7 Κυνηγητό μεταξύ γάτας και πουλί

Πέμπτη σκηνή: Το πουλί πετάει σε ένα καρέ μόνο του, που υπάρχει μια σφαίρα Van Manen και κάνει ένα πέταγμα γύρω γύρω στο καρέ και εξαφανίζεται μπαίνοντας μέσα στη σφαίρα.



Εικόνα 8 Σφαίρα Van Manen

Έκτη σκηνή: Η γάτα εμφανίζεται στο καρέ στην αρχή διστακτική και μετά ορμάει και αυτή μέσα στη σφαίρα.



Εικόνα 9 Προσέγγιση γάτας στην σφαίρα Van Manen

Έβδομη σκηνή: Βγαίνει κρατώντας στο στόμα της ένα γράμμα b. Κοιτάει δεξιά αριστερά και ξαναμπαίνει με το b μέσα στη σφαίρα. **Όγδοη σκηνή:** Ξαναβγαίνει κρατώντας ένα γράμμα d. Κοιτάει ξανά γύρω γύρω και ξαναμπαίνει στη σφαίρα.

⁹³ Τα δύο αντικείμενα έχουν τις ίδιες διαστάσεις, δεν υπάρχει τρόπος να προσδιοριστεί το ένα σχήμα με το άλλο με περιστροφή ή μετατόπιση στο επίπεδο. Μόνο όταν ένα από αυτά τα σχήματα ανυψωθεί από το επίπεδο σε τρισδιάστατο χώρο και γυρίσει ανάποδα, μπορούν να αναγνωριστούν με ακρίβεια.

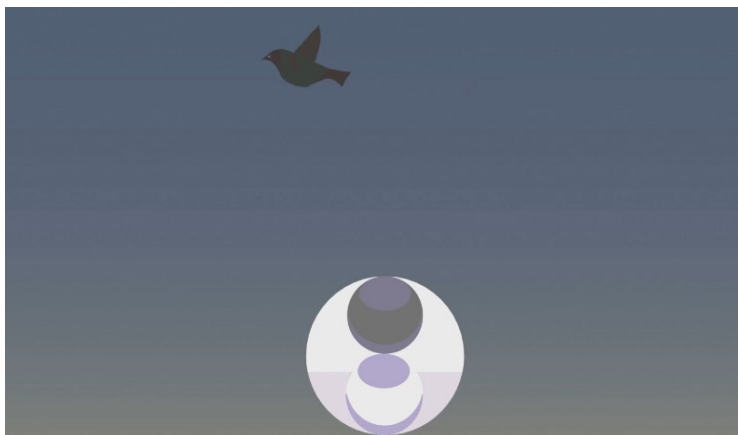


Εικόνα 10 Το γράμμα b



Εικόνα 10 Το γράμμα b

Ένατη σκηνή: Το πουλί βγαίνει μέσα από τη σφαίρα και πετάει τρομαγμένο γύρω γύρω στο καρέ και βγαίνει από αυτό.



Εικόνα 12 Το πουλί διαφεύγει

⁹³ Τραπέρας, Δ. (2019) Οπτική και Ηχητική Αντίληψη Υπερχώρων, σελ.62

Δέκατη σκηνή: Εμφανίζεται η γάτα πηδώντας μέσα από τη σφαίρα κινείται σε όλο το καρέ και ακολουθεί το πουλί έξω από το πλάνο.



Εικόνα 13 η γάτα εισέρχεται

Ενδέκατη σκηνή: Το αφεντικό της γάτας εμφανίζεται, ψάχνει και φωνάζει να επιστρέψει πίσω. Έχει σχεδιαστεί γραφιστικά βασισμένο ανφάς προφίλ εμπνευσμένο από τον Erwin Blumenfeld. Στο Background χρησιμοποιήθηκε το έργο του Albert Gleizes - 1914 Cubist Landscape.⁹⁴



Εικόνα 14 Το αφεντικό της γάτας σε μορφή Self portrait

⁹⁴ <https://www.flickr.com/photos/32357038@N08/5192737819> (Τελευταία πρόσβαση στις 24 Μαΐου 2023)

Δωδέκατη σκηνή: Η γάτα εμφανίζεται να περπατάει με το πουλί στο στόμα.



Εικόνα 15 Τελός σκηνής, ίδιο στιγμιότυπο Animation από το έργο του Pablo Picasso

Τεχνική ανάλυση Animation

Πριν από την έναρξη οποιασδήποτε διαδικασίας στο Blender, είναι εξαιρετικά επωφελές να έχουμε εξετάσει και κατανοήσει διεξοδικά τον καθορισμένο στόχο, ο οποίος σε αυτή την περίπτωση είναι να δημιουργήσουμε ένα 2D Animation. Ως εκ τούτου, κάνουμε ανάλυση κάθε σκηνής του σεναρίου και κρατάμε σημειώσεις και ιδέες για τον τρόπο με τον οποίο μπορούμε να «ζωντανέψουμε» μία σκηνή.

Ανοίγουμε το Blender και επιλέγουμε να κάνουμε ένα New File 2D Animation. Ξεκινάμε αρχικά στήνοντας την κάμερα στον χώρο και ελέγχουμε το πως θα φαίνεται αξιοποιώντας το camera view (Numpad 0).

Τα γραφιστικά σχέδια υλοποιήθηκαν με το πρόγραμμα Illustrator. Λόγω της μεταφοράς του αρχείου σε μορφή SVG file στο Blender έγινε η εξής διαδικασία:

Κάνουμε import τα Scalable Vector Graphics files (SVG files), τα οποία εισέρχονται στο Blender ως πολλαπλά Curve Objects. Πρώτο βήμα είναι να επιλέξουμε όλα αυτά τα Objects και με δεξί κλικ να τα μετατρέψουμε (Convert to) σε Mesh ώστε να μπορούμε να τα επεξεργαστούμε. Στη συνέχεια ξανά με δεξί κλικ επιλέγουμε να αλλάξουμε το κέντρο των αντικειμένων (Set origin Origin to Geometry). Σκοπός πάνω απ' όλα είναι η εξοικονόμηση πόρων για να είναι το μοντέλο πιο διαχειρίσιμο, οπότε επιλέγουμε τα κομμάτια που θεωρούμε ότι μπορούν να αποτελέσουν ένα Object και κάνουμε CTRL + J (Join Objects/Ενωση αντικειμένων) και θα γίνουν ένα νέο ενιαίο αντικείμενο. Για παράδειγμα ακολουθούμε αυτά τα βήματα για το μοντέλο της γάτας. Επιλέγουμε τα νύχια κάθε ποδιού με το αντίστοιχο πόδι και τα κάνουμε ένα Object, τα σημάδια στο σώμα της

γάτας τα ενώνουμε με το σώμα και τα λοιπά. Καταλήγουμε έτσι από 50 διαφορετικά αντικείμενα να έχουμε μόλις 9 (2 μάτια, 4 πόδια, σώμα, πρόσωπο, ουρά).

Το Object πλέον είναι έτοιμο, στην συνέχεια προχωράμε στο επόμενο βήμα, την «συναρμολόγηση» του Armature και την εισαγωγή των Bones. Πατώντας CTRL + A, κάνουμε add ένα αντικείμενο τύπου Armature το οποίο θα αποτελεί το κεντρικό σώμα της γάτας. Σιγουρευόμαστε ότι είναι τοποθετημένο κοντά στη γάτα (μετακίνηση με το G, περιστροφή με το R). Από εκεί και πέρα μπαίνοντας στο Edit Mode (Tab) επεκτείνουμε (Extrude με το E) τα Bones και προσαρμόζουμε ώστε να ταιριάζουν στο σώμα της γάτας. Αφού γίνει και αυτό, επιλέγουμε πρώτα όλη τη γάτα (στο Object Mode) και στη συνέχεια το Armature, πατάμε CTRL + P Set Parent to Armature With Automatic Weights. Πλέον έχουμε και την επιλογή του Pose Mode (Κάτω από Edit Mode) και μπορούμε να κουνήσουμε με όποιον τρόπο θέλουμε το μοντέλο και στη συγκεκριμένη περίπτωση, τη γάτα.

Το τρίτο στάδιο είναι το Animation. Αριστερά του timeline πατάμε το Editor Type και από εκεί επιλέγουμε το Timeline. Επιστρέφουμε στο Pose Mode. Πριν επιλέξουμε οποιαδήποτε κίνηση δε πρέπει να ξεχάσουμε να θέσουμε τον σωστό frame στο timeline. Αφού γίνει και αυτό κάνουμε τις σωστές κινήσεις στο Armature μία κίνηση κάθε φορά, για παράδειγμα αν θέλω να κουνήσω το πόδι ως ένδειξη βηματισμού θα χρειαστούν 2 κινήσεις, μία μπρος, μία πίσω σε δύο διαφορετικά frames, πατάμε A για να επιλέξουμε όλο το Armature και στη συνέχεια I (Insert Keyframe Menu), πάνω στην κεντρική σκηνή και όχι στο timeline, και επιλέγουμε Location, Rotation & Scale. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία και ολοκληρώνουμε το Animation.

Τέλος πατώντας CTRL + F12 ή κάνοντας κλικ στο tab του Render, επιλέγουμε το Render Animation και ολοκληρώνουμε το project.

Για την ενσωμάτωση και την επεξεργασία του ήχου χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Resolve Da Vinci. Ένα από τα βασικά είδη επεξεργασίας μίξης ήχου που χρησιμοποιήθηκε είναι το Reverb. Έχει την ιδιότητα να δημιουργεί βάθος του ακουστικού πεδίου, δηλαδή δημιουργούνται αλλεπάλληλες αντανάκλασεις του ήχου στις επιφάνειες που το περικλείουν. Για παράδειγμα στην ομιλία του ανφάς προφίλ.